Grundlehren
der
mechanischen Wissenschaften

welche

die Statik und Mechanik, die Hydrostatik, Aerometrie, Hydraulik und die Maschinenlehre

enthalten.

Mit besonderer Rücksicht auf Physiker und Praktiker

von

Karl Christian Langsdorf,
Professor zu Erlangen.

Erlangen,
bei Johann Jakob Palm.
1802.

Seiner Majestät

dem

Allerdurchlauchtigsten, Großmächtigsten

Könige von Preussen

Friedrich Wilhelm III.

dem

weissen Beherrscher

glücklicher Völker

durchlauchtigster,

roßmächtigster König und Herr,

Genusse des Glücks, einen König,
der gewissenhaftesten Erfüllung der
tenpflichten Jeden seiner Unterthanen
eiligkeit der Gesetze kennen lehrt; der
andern Gebrauch der obersten Gewalt
als den, der zur Beglückung seiner
ten führt; der selbst kein anderes Glück
ht, als das auf das Wohl seiner Un-
nen gegründet ist; der Künste und Wis-
aften ehrt, weil sie Millionen, die Er
rscht, beglücken: — Nur im Genusse
Glücks, einen Solchen König auch
nen König nennen zu dürfen, konnte
es wagen, diese unbedeutende Blätter

vor dem Throne Eurer Königlichen Majestät niederzulegen, um hiermit zugleich die allertiefste Ehrfurcht zu bezeugen, mit der ich nie zu seyn aufhören werde

Vorrede.

uerst habe ich hier noch Einiges über meine in
ebendieser Verlagshandlung erst in voriger Messe
)ienenen Anfangsgründe der Reinen Ele-
ntar- und höheren Mathematik zu erinne-
Ich hatte scharfe Prüfungen derselben erwartet
mit Begierde den Gründen entgegen gesehen, wel-
man gegen das von mir angenommene Princip be-
nzter Theilbarkeit — das Einzige, worauf hier
's ankommt — anführen würde. Ich erwartete
genгründe, die mir bei meiner Jahre langen mit
nster Wahrheitsliebe angestellten Vergleichung des
incips der begränzten Theilbarkeit mit dem der un-
gränzten etwa entgangen und deren Auffindung dem
charfsinne Anderer vorbehalten gewesen seyn könnte.
dem ich aber ietzt die mannichfaltigen vor mir liegen-
n mir entgegengesetzten Erinnerungen sorgfältig zu-
mmenstelle (mündliche und schriftliche mit eingeschlos-
n), finde ich mich nur noch mehr überzeugt, daß ich
ich gegen das Princip der unendlichen Theilbarkeit
icht zu strenge erklärt habe. Alle iene Erinnerungen
ugen von dem Bestreben der Infinitisten, alles zu
un, was nur immer eine so schlimme Sache erlaubt,
n ihrem Satze einen Schein von Wahrheit zu geben,
er die Bemerkung, daß er auf gar keinen Gründen
nd einzig auf Vorurtheilen beruhe, wenigstens er-
schweren soll. Wenn aber irgend eine schlimme Sache
urch eine mißlungene Vertheidigung — von Män-

 nern

nern unternommen, deren Talente allgemeine Achtung verdienen — nur noch schlimmer werden muß, so gilt dieses ganz vorzüglich vom Satze der unendlichen Theilbarkeit, der eben jetzt, da man nach seinen Gründen sucht, ohne sie zu finden, in seiner ganzen Blöße erscheint. Dieses mögen die Erinnerungen beweißen, die man mir entgegengesetzt hat. Sie bestehen etwa in folgendem:

1) Kant, Wolf, Lambert u. a. haben die unendliche Theilbarkeit angenommen!

2) Die Vorstellung von der Ausdehnung könne auf keinen Begriff von ihr führen, weil sie unmittelbar mit der Anschauung gegeben sey!

3) Die stetige Größe sey ein ideales Ganzes oder ein solches Ganzes, das vor den Theilen vorhergeht und diese erst möglich macht, das also keine bestimmte Menge von Theilen mithin auch keine

Art, sondern lasse sich in unzähligen Gestalten abändern, also habe eine gerade Linie unzählige Gestalten!

7) Man wisse nicht, wie breit? wie dick? ein Raumpunkt sey!

8) Wenn 8 Rpunkte einen Würfel bilden; so müsse ein einzeler Rpkt selbst ein Würfel seyn, nur ein kleinerer!

Auf no. 1 wird man wohl keine Antwort verlangen.

Die Erinnerung (no. 2) bedürfte erst einer umständlichen Erläuterung, um zu begreifen, daß damit etwas gesagt seyn solle, was gegen das Princip der begränzten Theilbarkeit streite. Die Vorstellung vom Dreieck ist gleichfalls unmittelbar mit der Anschauung gegeben; also kann man keinen Begriff vom Dreieck geben? Und wozu nützt diese ganze Erinnerung? Wenn ich sage: Ausgedehnt seyn heisse so viel als aus Theilen bestehen, die außer und unmittelbar neben einander liegen, so kommt hier nichts darauf an, ob dieser Ausspruch einen Begriff vom Ausgedehnt seyn gebe, sondern ob dieser Ausspruch richtig sey? Es mag dieser Darstellung nun der Namen eines Begriffs zukommen oder nicht, das kann hier, wo es auf Worte gar nicht ankommt, ganz gleich gelten. Hier ist es genug, daß das Ausgedehnt seyn und das Außer- und unmittelbare Nebeneinanderseyn einerlei Eigenschaft bezeichnen; und das Einerleiseyn dieser beiden Ausdrücke ist von dem Umstand, daß die damit bezeichnete Eigenschaft durch die Anschauung erkannt werde, ganz unabhängig.

Die Erinnerung (no. 3) hält auch nicht die leichteste Prüfung aus. Offenbar enthält dieser Satz nicht etwa einen Beweiß gegen das Princip der begränzten Theilbarkeit sondern die bloße Behauptung, daß dieses Princip nicht statt finde, nur in andern Worten ausgedruckt, und die Gegner verlangen nichts geringeres, als daß man diese Behauptung für den Beweiß selbst solle gelten lassen. Die Gegner schliesen so: „Ein Ganzes, das seinen Theilen vorhergeht und diese erst möglich macht, hat keine bestimmte Menge von Theilen — Die stetige Größe ist aber ein solches Ganzes — Also hat die stetige Größe keine bestimmte Menge von Theilen" Man fodere doch nur den Gegnern den Beweiß des Mittelsatzes ab, um zu sehen, wie sie sich im Kreise herumdrehen. Ein Ganzes, das nur als Inbegriff ohne bestimmte Grenzen

[ze]ichnete, der nicht selbst wieder eine große Menge [vo]n Theilen enthielte. Aber was sollen dann diese [Sä]tze hier beweisen? Hier ist bloß die Frage: ob eine [be]gränzte stetige Größe aus einer bestimmten Men[ge] von Theilen bestehe? Hierauf ist der obige Satz [gar] nicht anwendbar. Uebrigens giebt das Vorherge[hen]sollen des Ganzen vor seinen Theilen dem obigen [Sa]tze zwar ein geheimnißvolleres und tiefsinnigeres [An]sehen, aber dem Gehalte nach ist es was gemeines, [un]d in der Anwendung auf unsern Gegenstand jedem [An]fänger der Elementargeometrie bekannt ist und auf [die] unendliche Theilbarkeit auch nicht den geringsten [Be]zug hat. Wer die erste Vorstellung von der Fläche [ein]es Quadratfußes durch Anschauung erlangt hat, bei [dem] geht die Vorstellung von einem Quadratfuße der [vo]n einem Quadratzolle voran, aber die Vorstellung [vo]n einer Fläche von 1000 Quadratruthen folgt nach. [Eb]enso könnte auch die anschauliche Vorstellung eines [Qu]adratzolles der eines Quadratfußes vorhergehen. [Es] bleibt inzwischen richtig, daß doch auch dann die [an]schauliche Vorstellung des Quadratzolles oder des [an]geschauten Ganzen wiederum der seiner Theile vor[her]geht. Und so kann man auf analytischem Wege zur [Vo]rstellung von einer Fläche gelangen, die durch un[mi]ttelbare Anschauung nicht mehr erlangt werden könn[te], z. B. die Vorstellung von einem Quadrat, dessen [Se]ite $\frac{1}{1000000}$ von einer Pariser Linie betrüge. Aber [die] Theile, auf welche man auf diesem Wege immer [wei]ter zurückkommt, werden auf diesem Wege nicht erst [mö]glich gemacht, sondern als Theile des Ganzen, mit [de]m sie schon vorhanden waren, nur später aufgesucht, [ode]r als Theile nur später in die Vorstellung gebracht. [W]ir machen daher durch unsere Vorstellung eines auf

die-

diesem analytischen Wege immer von neuem erscheinenden Theiles, auf keine Weise neue Theile dieses Theiles möglich, sondern gehen dabei nur auf die wirklich vorhandenen Theile in immer engere Gränzen zurück. Da also mit diesen nach einander folgenden Vorstellungen nicht zugleich Schöpfungen neuer Theile verbunden sind, so ist der Verstand genöthigt, iener Reihe von Vorstellungen selbst eine Grenze zu setzen, oder vielmehr diese vorhandene Gränze anzuerkennen. Es ist aber keine andere Gränze dieser Reihe von Vorstellungen denkbar, als die Vorstellung des Einfachen, das keine Theile mehr enthält, selbst aber Theil ieder ausgedehnten Größe ist. So kommt man a n a l y t i s c h auf den Raumpunkt. Aber der Geometrie ist das synthetische Verfahren angemessener.

Die Erinnerung (no. 4) verräth entweder die sichtbare Eile, mit der sie hingeworfen wurde, oder die Verlegenheit der Gegner, in der sie sich bei dem An-

Die Erinnerung (no. 5) enthält eine ganz ei-
ne Verwickelung. Der Gegner sieht die aus meinen
aumpunkten gebildete Raumlinie ganz richtig als ein
ggregat von Theilen an, die ich Raumpunkte nenne;
sagt also selbst, daß durch die Zusetzung eines neuen
aumpunktes ein Theil ganz derselben Art hinzugesetzt
rde, von welcher iene Theile sind, aus welchen ich
e Raumlinie zusammensetze, also hätte er nothwendig
gleich eingestehen müssen, daß das so veränderte Gan-
nur ein größeres Aggregat von Raumpunkten also
e verlängerte Raumlinie sey. Inzwischen wäre auf
em so natürlichen Wege keine neue Erinnerung zum
rschein gekommen. Daher die in der That merk-
rdige Verwickelung. Die angenommene Raumlinie,
lche vorher als ein Aggregat von Raumpunkten an-
sehen wurde, gilt in der andern Hälfte des Satzes
ht mehr dafür; das neue Ganze, nach Zusetzung des
en Raumpunktes, wird iezt nicht mehr als ein Ag-
egat von Raumpunkten betrachtet, sondern als ein
was, das iezt aus ungleichartigen Theilen zu-
mmengesetzt wäre, nämlich einer Raumlinie und ei-
m Raumpunkte d. h. einem Ausgedehnten und einem
chtausgedehnten Räumlichen! woraus also kein neues
ggregat entstehen könne. So was scheint nur für
ser geschrieben zu seyn, die während dem Lesen ver-
ssen, wovon die Rede ist. Daß übrigens jeder Theil
es ausgedehnten Räumlichen selbst ausgedehnt seyn
üsse, heißt ebensoviel, als iedes ausgedehnte Räum-
he müsse unendlichtheilbar seyn. Und dieses, d. h.
e bloße Behauptung, daß iedes ausgedehnte Räum-
he unendlichtheilbar seyn müsse, soll die unendliche
heilbarkeit beweisen!

Zur Erläuterung der Erinnerung (no. 6) dient
ig. 1 *). Wenn ac der Durchmesser des Halbkrei-
s $ab\beta\gamma\delta c$ ist, so kann man ab, $a\beta$, $a\gamma$, $a\delta$,
als

als Absciſſenlinien und die zugehörigen bc, βc, δc als ſenkrechte Ordinaten annehmen. Es ſey aδ : δc = 8 : 1, ſo ſteigt die ac über die aδ nach 8 Punkten jedesmal um einen Npunkt, inde des aus 8 nach einander folgenden Npkten beſteh Stückchen von ac allemal aδ gleichlaufend bl Hiernach erhebt ſich alſo die ac nach Staffeln die aδ, eben ſo nach Staffeln, die wieder von vorigen verſchieden ſind, über die aγ u. ſ. w. D hat zu der 6ten Erinnerung Anlaß gegeben, die aber ſehr leicht beantworten läßt. Die Bedeutung die Folge iſt nur dieſe: Ein Punkt, der ſich v nach c in der geraden ac bewegt, hat mit der aδ mal ein Stückchen (z. B. aα) gemein, und wen in der aδ ſich fortbewegen ſollte, ſo müßte er v um eine Staffel (um einen Npkt) herabtreten. D man ſich durch a eine Parallele mit aδ, ſo hat die wieder ein ſolches Stückchen mit der gezogenen P

‹he sich auf jeden nach der Länge der Linie genomme-
‹n Raumpunkt um $\frac{1}{4}$ Rpkt, anstatt zu sagen: sie blei-
‹ auf die Länge von 4 Rpkten parallel, so thut man
‹cht unrecht, weil um $\frac{1}{4}$ Rpkt steigen ebensoviel
‹ißt als gar nicht steigen. Daher auch ohne Feh-
‹ für alle auf aδ genommene rechtwinklichte Koordi-
‹ten die Proportion $x : y = a : h$ oder aδ : δc
‹ Bestimmung der geraden ac beibehalten werden
‹n. Die 7te und 8te Erinnerung bitte ich nicht für
‹herz zu nehmen. Sie sind mir von Männern ge-
‹cht worden, die scharf zu denken gewohnt sind und
‹ sich in einer so ernsthaften Untersuchung keinen
‹herz erlaubt haben. Die 7te hängt nämlich mit der
‹tersuchung der Irrationalzahlen zusammen. Denn,
‹t mein Gegner, man weiß ja nicht, wieviel Deci-
‹lstellen man z. B. von der zum Kreise gehörigen Zahl
‹ = 3,141592.... nehmen müsse, um bis auf eine
‹ kommen, die für Null gelten dürfe. Dieses ließe
‹ nun freilich bestimmen, wenn man wüßte, wieviele
‹umpunkte z. B. die Länge einer Pariser Linie geben,
‹ sich dann für jedes r die erfoderliche Anzahl von
‹ecimalstellen daraus herleiten ließe. Diese Deutung
‹uß der Frage wie dick? gegeben werden. Inzwi-
‹en hat die Unmöglichkeit, diese Frage zu beantwor-
‹n, ganz und gar keinen Bezug auf die Wahrheit des
‹rincips der begränzten Theilbarkeit, und ebenso wenig
‹ezug auf die Folgen dieses Princips. Wenn die erste
‹ffer einer Zahl, von der Rechten gegen die Linke ge-
‹hlt, eine Centillion zur Einheit hätte, und die Ein-
‹it jeder folgenden Ziffer centillionenmal so groß als
‹e der nächstvorhergehenden wäre *), so dürfte die
Zahl

*) Ein solches Beispiel heißt doch wohl nicht: mein System nöthige mich zur Abänderung des decadischen!

Zahl 999999999 vielleicht immer noch viel zu klei
seyn, um die zur Länge einer Pariser Linie erfoderlich
Anzahl von Rpunkten anzugeben. Wozu könnte e
dann nun dienen, eine so ungeheure Zahl wirklich z
kennen? Es wird doch wohl Niemand auf den gan
eigenen Gedanken kommen, daß man diese Zahl ken
nen müsse, um den Werth von π völlig genau und bi
zu der Decimalstelle, die für Null gelten müsse, berech
nen zu können? In Bezug auf das, was wir leisten
können, ist es einerley, ob die abnehmenden sogenann
ten unendlichen Reihen wirklich als unendlich angesehen
werden können, oder ob sie nur über alle Grenzen hin
ausgehen, die wir durch unsere Rechnungen erreichen
können. Aber in Rücksicht auf die Frage, welches das
wahre sey? ist es nicht gleichgültig, zu sagen, eine
Reihe bestehe aus einer bestimmten Menge von
Gliedern oder sie bestehe aus einer unendlichen
Menge. Es ist also auch für den Begriff von den
Irrationalzahlen nicht gleichgültig, ob das Eine oder

ſkte gelten oder nicht? Nur auf die Reſul-
wir bey allen Anwendungen wirklich darzu-
Stande ſind, hat dieſer Streit gar keinen
Inzwiſchen bleibt es immer auch Gewinn ge-
die Ausübung, mit der beſtändigen Ueberzeu-
ihr überzugehen, daß die Sätze, die man an-
aus ſichern Gründen abgeleitet worden ſind.
fehlt es auch in der angewandten Mathe-
t an Gelegenheit, die Evidenz zu zeigen, zu
nwendung meines Princips *) führt, oder die
n der Anwendung dieſes Princips liegt, und
Anwendungen den daraus flieſenden Gewinn
die Ausübung zu erkennen. Es geſtattet Rei-
eſtimmten Geſtalten anzunehmen, wo das ent-
zte Princip keine Reihen zuläßt und führt eben-
n vielen Fällen auf eine ſehr leichte und evi-
iſe zu beſtimmten Reſultaten, wovon ich noch
Vorrede einen Beweiß geben werde. Dieſes
twortung der von demſelben Gegner, welcher
verlangte: wie dick? noch beſonders beige-
rage: was am Ende die Mathema-
dieſer neuen Darſtellung gewon-
e? Leſer der bisherigen Bemerkungen wer-
nun die 8te Erinnerung ſelbſt beantworten.
re Geſtalt eines Räumlichen wird bloß durch
he Verhältniß ſeiner Grenztheile zu den zwi-
ſchen-

nenne es das meinige, inſoferne ich es ietzt als wahr
umſtößlich anerkenne. Uebrigens verdanke ich die
lung dieſes Princips ganz dem unermüdeten Wahr-
rſcher Herrn Prof. Abicht, der mich die Schwäche
ründe für die unendliche Theilbarkeit zuerſt kennen
. Leicht gab ich dieſes Princip gewiß nicht auf, da
ſelbſt 25 Jahre lang vertheidigt hatte.

schenliegenden Theilen bestimmt. Daher kann dem
zelen Raumpunkte, der ohne alle Theile ist, keine
stalt zukommen. Das einfachste Gestaltete ist also
aus zwei Raumpunkten bestehende Rlinie. Zwei
che Raumlinien oder 4 Rpkte **können** die kleinst
liche Fläche, und vier solche Raumlinien oder 8 R
können den kleinstmöglichen Würfel bilden.
keineswegs ist iedes ausgedehnte aus 4 Rpkten
stehende Räumliche eine **Fläche**, oder iedes au
dehnte aus 8 Rpunkten bestehende Räumliche
Würfel. Denn es können 4 oder 8 Rpkte a
eine Rlinie bilden. Auch läßt sich nicht schlecht
sagen: **ieder Raumpunkt sey der 8te Th**
des kleinsten Würfels, sondern: **Ein Rau**
punkt ist der 8te Theil derienigen Anza
von Raumpunkten, die gehörig zusamme
gesetzt den kleinstmöglichen Würfel gebe
Hiermit steht also der Satz, daß **Ein Rpkt** sch
ein Würfel sey, im offenbaren Widerspruch.

olange er nicht an c anliegt, liegen zwischen
b c immer noch unendlich viele Theile, so
ich immer a an δ c rücken mag. Er mag von
Theilen soviele man will durchlaufen, so bleibt
mer eine unendliche Menge von Theilen bis an
g. Er kann also gar nicht bis an c kommen?

Inzwischen wird die Möglichkeit hier aus der
ichkeit erkannt. Da also a wirklich bis an c
t, so muß doch wohl ebendieser Punkt a vorher
Punkt x erreichen, aus dem die Linie a x weiter
zogen an die c δ anstößt. Welches ist nun wohl
kleinsimögliche Werth von a c — a x? Bevor
- a x = o wird, muß a x durch alle mögliche
nde durchgehen, die dem a x = a c vorhergehen.
: diesen vorhergehenden muß es einen letzten ge-
denn gäbe es keinen letzten, so gäbe es auch
i nach dem letzten, in welchem a x = a c wäre.
iesem letzten von a c verschiedenen Zustande ist
- a x der kleinstmögliche Unterschied beider Linien.
r Unterschied muß untheilbar seyn, weil er
nicht der kleinstmögliche wäre. Und eben-
i untheilbaren Unterschied nenne ich einen Raum-
kt. Liegt hierin nicht die größte Evidenz? und
die Geometrie noch evidentere Sätze aufzustellen?
man höre den Infinitist:

> Im letzten Zustande, der für a x möglich ist,
> ohne = a c zu werden, ist a c — a x noch
> ein ausgedehntes Räumliches, noch unendlich
> theilbar; es enthält also dieser Unterschied noch
> unendlich viele Theile, d. i. Zwischen den letz-
> ten Zustand von a x, der noch nicht = a c
> ist, und den Zustand a c fallen noch unendlich
> viele Zwischenzustände, und der letzte

Zustand von ax ist also nicht [...]
letzte? der vor dem Zustande ac [...]
mittelbar vorhergehende ax (d[...]
unmittelbar vorhergehenden erfodert schon[...]
Kontinuität) ist nicht der unmittel[...]
vorhergehende?

Und solche Sätze sollte irgend ein Philosoph als [...]
greiflich dargestellt, als unumstößlich bewiesen hab[...]
Nicht möglich!

Da das Princip der unendlichen Theilbarkeit s[...]
solche Widersprüche in sich schließt, so kann es a[...]
nicht an Beispielen in der Anwendung dieses Prin[...]
fehlen, in welchen offenbare Absurditäten für ma[...]
matische Lehren gelten sollen. Z. B. der Infin[...]
läßt keinen Theil einer krummen Linie, so klein er a[...]
immer genommen werden mag, für gerade gel[...]
Dennoch ist ihm bei der Rektifikation krummer Lin[...]
die Hypothenuse ($ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$) mit [...]
nem Stückchen der krummen Linie ganz einerlei. Z[...]

ng nie Null geben kann, und fürs andere
er ganze Gegenstand der Betrachtung vernich-
e. Also kann nur diejenige Theilung als eine
e gedacht werden, durch die man auf ein Un-
s, also bei Linientheilung auf das gekommen
ich einen Raumpunkt neme. So führte
Princip der unendlichen Theilbarkeit selbst
Nothwendigkeit, das Princip der begränzten
eit anzunehmen. Welche Verwirrung!

nso betrachtet der Infinitist das Stückchen
$+ dy^2$) als den Anfang einer an der
Linie gezogenen Berührungslinie. Diese soll
ich seiner Voraussetzung nur einen geome-
n Punkt mit der krummen gemein haben;
man sich hier ein Dreieck zu denken, dessen
heten dx und dy sind, und dessen Hypo-
: ein geometrischer Punkt ist. Ist
der geometrische Punkt selbst ausgedehnt?
t es ein Dreieck ohne Ausdehnung?

n den vielen Inkonsequenzien, zu welchen das
er unendlichen Theilbarkeit führt, will ich
noch folgende erwähnen.

nn auf dem lothrechten Durchmesser einer
n Kreisfläche vom untersten Punkt eine Ab-
kleiner als jede angebliche Grösse genommen
ren zugehörige Ordinate z heissen soll, so soll
hörige Bogen $\sigma = \surd(v^2 + z^2)$ seyn.
Satz gebraucht selbst der Infinitist bei allen
tionen. Jede Logik wird also hieraus den
en Schluß ziehen: der schwere Punkt eines
n Pendels, der den Bogen σ durchlauft, be-
) durch die kleine Hypothenuse $\surd(v^2 + z^2)$;
Zeit, die er braucht, den kleinen Bogen σ zu
fen, ist daher dieselbe, die er braucht, die

$\frac{1}{4}$ Raumpunkt = o ist. Hier ist nun n [illegible]
Anzahl von Rpkten, aus welchen der Hal[illegible]
messer besteht. Setzt man also statt derselben d[illegible]
Halbmesser r, so hat man M. d. Tr. = $\frac{1}{2}$ r². [illegible]
oder, wenn der Inhalt der Kreisfläche mit [illegible]
bezeichnet wird, = $\frac{1}{2}$ r². F.

Wer kann eine evidentere Darstellung fodern? M[illegible]
sieht, wie hier Raumlinien addirt werden, ohne [illegible]
man zu wissen nöthig habe, wie dick eine Raum[illegible]
nie sey?

Nunmehr wird es auch wohl nicht befremden, we[illegible]
ich für das ausgedehnte Zeitige ebensowohl einfa[illegible]
Zeitpunkte annehme, wie für das ausgedeh[illegible]
Räumliche einfache Raumpunkte. Wenn [illegible]
tere erwiesen sind, so müssen erstere nothwen[illegible]
angenommen werden, wovon ich den Beweiß im B[illegible]
gegeben habe. Der Zeitpunkt ist der untheilbare Z[illegible]
theil, in welchem die kleinstmögliche Aenderung [illegible]
das Fortrücken durch einen Raumpunkt erfolgt. [illegible]

... in gerader Linie fortrücken, ohne sich vom Mittelpunkte weiter zu entfernen. Endlich tritt aber der Stein in eine Stelle, aus der er nicht weiter in der geraden Linie fortrücken könnte, ohne sich vom Mittelpunkte um einen Raumpunkt weiter zu entfernen, welches dann wirklich erfolgen müßte, wenn ihn nicht eine Kraft gegen den Mittelpunkt zurückhielte. In diesem Augenblick äussert er also seine Centrifugalkraft p. Jedesmal nach Verfluß von dt Zeitpünkten würde der Stein vermöge dieses Bestrebens p um einen Raumpunkt sich vom Mittelpunkt entfernt haben, woferne er nicht gehalten worden wäre. Aber vermöge einer der natürlichen Schwere gleichen Kraft würde er in der Zeit dt um $(dt)^2 . g$ Raumpunkte (indem g sich auf eine Anzahl von Raumpunkten bezieht) fortgerückt seyn. Also wird $p : 1 = 1 : g\,(dt)^2$, unsere Schwere $= 1$ gesetzt. Es kommt also noch drauf an, $1 : g(dt)^2$ näher zu bestimmen. Ich gebrauche hierzu wiederum den auf das Princip begränzter Theilbarkeit gebauten Satz (Geom. §. 109), den die Euklidische Geometrie nicht kennt, und finde durch ihn $1 : g\,(dt)^2 = 2v : r$, also $p : 1 = 2v : r$. Kann man nur eine evidentere Darstellung wünschen?

Lehrten nicht tausendfältige Erfahrungen, daß ein Kameel eher durch ein Nadelohr durchkrieche, als daß eine wichtige Menschenklasse zweitausendiährige Vorurtheile auf den ersten Wink ablege, so würde ich sehr um Entschuldigung bitten, daß ich noch sovieles zum Beweise der Richtigkeit ienes Princips beigebracht habe. Leider finde ich mich aber durch die Allgewalt der Vorurtheile vielmehr noch veranlaßt, eine eigene zu dieser Absicht besonders ausgearbeitete Abhandlung von einem Methaphysiker, Herrn Prof. Abicht, am Ende dieser Vorrede beizufügen, die ich besonders der Aufmerksamkeit angehender Geometer empfehle, die noch kei-

seines Fundamentes, richtig zu beurtheilen; oder
gekehrt, daß Jemand die beste Kenntniß von den
forderniſſen der Güte eines Gebäudes haben m
der doch nie ein solches Gebäude ausgefertiget unt
wohnt hat; eben so wie Lessing die richti
Grundsätze über die Materialien, und über die
fahrungsart in der Malerkunst hatte, ohne sie je
in Ausübung gebracht zu haben. — Als ein wi
schaftlicher Mann konnte Langsdorf nur nach
ob ich dergleichen Kenntnisse und ihre Begründung
weisen könne? Weit entfernt, für seine vorge
Meynungen Autoritäten aufzusuchen, und sich
bey zu beruhigen, daß er die Blößen seiner Wi
schaft damit gedeckt habe, — auch davon weit
fernt, Schwierigkeiten zu Gründen der
richtigkeit meiner Beweise zu erheben, nahm er m
Philosopheme offen und vorurtheilsfrey auf, prüft
redlich Jahrelang bis zur völligen Reife seiner U

Wer das Wesen der Philosophie, wer ihr Ver-
ltß zu den benahmten Wissenschaften, auch nur
flächlich kennt, dem kann gar kein Zweifel darüber
ommen, daß es einzig die Obliegenheit des Phi-
phen sey, die aus der Natur unsrer Seele her-
thenden Grundbegriffe klar und lauter dar-
en, und ihre Richtigkeit nachzuweisen; ferner das
glliche Verfahren bey der Bildung einer
nschaft, theils aus der Geistesnatur, theils aus
eigenthümlichen Charakter einer reinen oder empi-
n Wissenschaft überhaupt, und einer ihrer Arten
sondere, zu bestimmen. Dieß ist in einer solchen
ehnung wahr, daß, wenn über diese zwey Punkte
Stimmensammlung gelten könnte, lediglich die
me des Philosophen — und nicht des Mathema-
, des Physikers, des Juristen als solchen —
näßiger Weise zu hören seyn würde. Indem ich
sage, setze ich nicht die Anmaßung eines Einzelnen
Anmaßungen eines und andern ganzen Standes,
rn die klare Befugniß eines Standes den An-

meinem Geiste eine Affektion von sich zu erfahr
gebe, und ihm folglich eine Erfahrungskenntniß
sich abdringen könne, als daß es irgend eine an
Form, z. B. das Haben, das Vereintseyn, vermög

Eine Sinnesvorstellung! behaupte auch ich
Kant; allein aus andern Gründen, z. B. weil
standesbegriffe Verbindungsarten bekannt
chen, dergleichen eine der Raum nun sicherlich n
ist, u. s. w.

Ein allgemeiner Begriff! sag' ich ge
Kant, obgleich mit ihm einstimmig, und zwar ei
weilen aus folgenden Gründen:

a) Eine vom Sinne ausgehende Vorstellung ist n
gar kein Gegensatz von einem Allgemeinbegri
und ein Allgemeinbegriff ist noch kein allgemei
Verstandesbegriff. Ein Allgemein
griff ist lediglich einem einzelnen Begri

Wie kann man sich denn aber doch denken wollen: daß eine solche allgemeine Form für sich eine unendliche gegebene Größe sey? und daß sie, wenn sie von einigen Menschen faktisch so vorgestellt wird, aus Geheiß unserer Geistesnatur so vorgestellt werden müsse?

In eben dem Sinne, in welchem man die allgemeinen Formen „Raum und Zeit" für unendliche Größen ansehen mag, läßt sich jede andere allgemeine Form z. B. Eigenseyn, Haben, — dafür annehmen. Denn so wie allen sinnlichen Gegenständen der Raum als Form gemein ist, ganz so gehört ihnen allen auch das Eigenseyn als Form an. Aber wer wird darum sagen: daß das Eigenseyn, so wie es durch einen Urbegriff vorgestellt wird, eine gegebene unendliche Größe sey?

Die Sache verhält sich so: Unserm Geiste sind ursprüngliche Gesetze eigen, durch welche er gehalten ist, mancherley formale Vorstellungen von unterschiedlichen Formarten zu produciren, z. B. vom Raum, Zeit, Vereintseyn, Verschiedenseyn. — Allein, keine dieser Vorstellungen erzeugt er auf einmahl als eine aus unendlichvielen gleichartigen Theilen bestehende Vorstellung; und durch eine solche würde doch einzig nur eine aus unendlichvielen gleichartigen Theilformen zusammengesetzte Größe zum Bewußtseyn gegeben, z. B eine unendliche Größe, deren Theile lauter Eigenseyn, oder lauter Raum, Zeit — wären. Dieß erhellet

Einmahl aus dem unnachlaßlichen Charakter eines jeden einzelnen Produktionsaktes, kraft welches dieser sowohl der Qualität, als auch der Quantität nach bestimmt seyn muß, wenn er

 kein

kein Abstraktum, kein Nichts seyn soll. Und muß
sem Charakter des einzelnen geistigen Freyakts, wod
eine Urvorstellung erzeugt wird, das Produkt d. i.
Urvorstellung, nicht gleich seyn? Allein, eine Vor
lung von einem Unendlichen, d. i. dem Maaße nach U
bestimmten, ist selbst eine ihrer Quantität nach
bestimmte Vorstellung, die in keiner Seele jemals
statt hatte, noch haben kann, (vorausgesetzt, daß
den Allgemeinbegriff von einem Unendlichen überhau
nicht mit der Vorstellung von einem namentlichen ge
ben seyn sollenden Unendlichen verwechselt). Welche
ten von Vorstellungen gewöhnlich, aber mit Unrecht
für angenommen werden, wird die Folge lehren.

Zweytens, die Vorstellung von einer sogenan
ten unendlichen Größe zeigt an, daß sie, in dem U
fange, mit welchem man dieselbe im Momente der R
flexion über sie antrifft, einer Vermehrung fähig se
folglich eines Zusatzes mehrerer gleichartiger The

t das Wahre von der Sache? Unsere Geistes-
, durch ihr Urgesetz, das Vermögen und den
die nämliche Art von Vorstellung irgend einer
Formart in immer größerer Anzahl und ohne
fort zu produciren und zu synthesiren. Aber,
n Momente des Fortgangs dieser Produktion
thesis unser Geist sein Produkt betrachten mag,
muß er sich sagen: daß er die ihm eigene
Produktion und Synthesis an der so weit fort-
Größe einer reinen Vorstellung noch nicht
et habe, sondern sie immer weiter fortsetzen,
ch die Vorstellung vermehren könne; und das
, daß der Gegenstand dieser Vorstellung
ner Größe nach noch ungeendetes, noch
bestimmbares Objekt durch diese seine
g zum Bewußtseyn gegeben sey.

n, ist wohl dasjenige, was wir als eine
ollendete Größe von uns vorgestellt finden,
es man den Raum zu nennen beliebt, in
eine Größe, deren Theile eine wiederhohlte
t ist, also eine formale Größe? oder ist
ielmehr schon ein Konkret, ein Gebilde,
terie, Bildbares mit Form oder Bildung?
nigstens jene unendliche Größe, die man in
Geometrie behandelt wissen will, ein manch-
Einerley einer gewissen Formart, Raum ge-
yn? — Ich zweifle daran, wenn auch eins-
s dem Grunde: weil wir keine Formart allein
t vorzustellen, sondern jede mit Materie zu-
u denken genöthiget sind. Indessen laßt uns
n, ob denn der Raum aufs Geheiß unsrer
tur als eine Form vorzustellen sey? und als
und wie sie sich bestimmt von andern Formar-
welchen wir auch Urgedanken haben, unter-

scheide? Hoffentlich finden wir dann die befriediger
Antwort auf unsere Frage.

Jedes Vorstellbare muß sich unter eine der dr
Kategorien „Form, Materie, Gebilde" subsumi
lassen. Der durch einen Urgedanken vorzustellen
Raum (so wie auch die Zeit) ist also unnachläß
entweder Form (Bildung, Seyn, Bestand) allei
oder Materie (Stoff, Seyendes, Bestehendes, Fo
oder Bildbares) allein; oder Gebilde (Konk
d. i. geformte Materie, Bildbares mit Bildung v
sehen).

Dazu nehmen wir den Grundsatz: daß unser Ge
nichts Ungereimtes denken könne, daß er also, was
von Natur soll denken müssen, müsse zusamme
denken können. Kann er demnach den Raum, ihn
und so genommen, mit den andern Objekten, welc
offenbar zu denken sind, nicht zusammen denken, so
der so und so vorgestellte Raum dasjenige nicht, d

Das Nebenseyn für sich allein (isolirt, abstrakti
betrachtet, ist der abstrakte, leere Raum. E
ist als solcher nicht vorhanden, sondern imm
nur gedacht, wie jede andere allgemeine Form, od
wie jedes Objekt eines Allgemeinbegriffs.

Etwas (ein Bestehendes, ein Partikel) ist i
Raume, heißt also, es ist neben oder außer.

Das Bestehende mit seinem Nebenseyn (im Raum
seyn) ist das Räumliche (noch nicht das Ausge
dehnte). Der Raum, das Nebenseyn also, muß
so wie jede Form, mit Materie zusammen, d. i
in Konkreto, ein Gebilde formend, oder konkretivisch
vorgestellt werden.

Wir haben auch bloß von unsrer Geistesnatu
ausgehende, demnach reine materiale Vorstellun
gen von einem manchfaltigen bildbaren Etwas
d. i. von Materie. Daher können wir nicht bloß ei
Nebenseyn, sondern auch ein manchfaltiges neben ei

l reingedachte Räumliche ist von unsrer Denk-
nach dreyerley Seiten unbestimmt gelas-
lich einmahl von der Seite der Rich-
oder Anordnungsart seiner Theile in ih-
nseyn, — also ob sie alle in einerley, oder
denen Richtungen, ob so viele in dieser Ord-
B. aufwärts, oder in einer andern z. B. seit-
estehen sollen? — Zweytens in Rück-
rtung oder Qualität; und drittens von
s Maaßes oder der Zahl seiner Theile.

e Unbestimmtheit des reingedachten Räumli-
entweder durch unsere Imagination
minder, oder durch Erfahrung eines
n ganz gehoben.

das Sodenken des Räumlichen in Rücksicht
rdnung und der Zahl seiner Theile von
snatur freigelassen ist, beweist offenbar,
Geist im Formen einer Vorstellung vom Räum-
nthetisch, d. i die Vorstellung durch Zuse-
eiternd, aber nicht einschränkend, d. i.
etwa durch die Denknatur gleich uranfäng-
inmahl gegebenen Vorstellung eines unendli-
mlichen abschneidend, verfahre.

ses reingedachte Räumliche ist es, was
öhnlich, aber durchaus unrichtig, als Raum
n hat, und in welchem man die vorhan-
Dinge bestehen läßt. Von dieser Vorstellungs-
en dann die Ungereimtheiten, die man gerne
Rechnung eines Streites unseres Gei-
t sich selbst setzen möchte; kommt unter an-
h die sonderbare Behauptung her: daß jedes
ck, und was in ihm bestehe, ins Unendliche
sey. Dieser Weidspruch entsteht daher, daß

 man,

sich also auf Nebenseyn *), so wie Vereintseyn
Vereintseyn —. Ueberhaupt ist unser Geist mit a
seinen Urgedanken auf ein Zusammendenken
nes Manchfaltigen angelegt.

Der Raum mit Raum, das Nebenseyn
dem Außerseyn, worauf sich jenes bezieht, eine
liche zusammengesetzte Form also, ist
räumliche Ausdehnung. Ihr zur Seite
eine andere zusammengesetzte sinnliche Form, näm
die zeitige Ausdehnung, d. i. das Vorse
mit dem Nachseyn, worauf ienes weist.

Die räumliche Ausdehnung ist ein Nebeneina
derseyn, und die zeitige Ausdehnung ein Nachei
anderseyn. Jede dieser Formen erfodert
Manchfaltiges, dem sie geeignet werde.

Hingegen ist der Raum eine einfache For
ist das bloße Neben- oder Außerseyn für sich a
lein, (so wie die Zeit das bloße Vor- oder Nac

...n, das es nicht ist, Zusammenbestehendes; es ...ließt folglich als ein solches und für sich betrach... die Vielheit weder ein, noch aus. Es ...nn nur auch ein Ausgedehntes für sich, allein es ...ß es nicht seyn. Heiße das Räumliche z. B. A; ...nn es, als ein auf B, neben dem es ist, Hin... ...endes, zwar auch selbst wieder ein ab seyn, aber ...kann sich auch als ein einfaches Bestehendes ...en lassen; kurz es ist durch den Begriff eines ...mlichen noch ganz unbestimmt, ob es bloße Ein... ...eit, oder Vielheit sey?

Jedes räumliche Ausgedehnte ist ein Räumliches, ...i. ein solches Objekt, an dem die Form des Neben... ...yns (oder des Außerseyns) zu betrachten ist. Aber ...t jedes Räumliche ist ein Ausgedehntes, d. i. ein ...ches Objekt, an welchem beydes, das Neben- und ...s Außerseyn, vorkommen müßte. Die Ausdeh... ...ng ist demnach weder ein unumgängliches Merkmal *) ...es Räumlichen, und noch viel weniger ein Merk... ...l vom Raume.

Ein einfaches, untheilbares Bestehendes mit ...r Form des Neben- (oder des Außer-) Seyns ...ein Raumpunkt, (so wie ein dergleichen Form... ...es mit der Bildung des Vor- oder des Nach... ...yns ein Zeitpunkt ist). Punkte sind Ingre... ...ien des räumlichen und zeitigen Ausgedehnten; ...n jeder für sich ist nichts Ausgedehntes. Die Sache ...klar und leicht: Was nur Eine von den relativen ...rmen trägt, hat sie nicht Beyde an sich, und ist ...lich noch nicht Ein aus Einem und Einem Zu- sam-

*) Prädikat will man sogar sagen, als ob Ausdehnung eine Vorstellung wäre.

Theiles ist gleich der Form des Ganzen zu dem er
hört", nicht auch auf die Gestalt ausdehnten; bes
ders da Ausdehnung und Gestaltung unnachlaßlich be
sammen sind, indem die eine wie die andere a
Manchfaltigkeit und Zusammensetzung hervorgeht.

Von dem mathematischen Punkte hernac

Grenze und Angrenzung.

Grenze ist eine Schranke, welche als The
betrachtet wird.

Unser Begriff von Schranke ist ein qualitati
Urbegriff des Verstandes (vgl. die revidir. Krit. d.
Vern.). Namentlich ist er der Begriff von derjeni
Eigenheit eines Habenden, die auf dessen Mä
gel hinschaut; oder, was eben dasselbe sagt, sie

positiven Determinationen liegen einige an den
ln, d. i. an den vom Gebilde wegsetzenden
len; und diese an seinen Mängeln anliegenden
mungen sind die letzten, äußersten Eigen-
es Gebildes, sind seine Schranken, von wel-
m in der Betrachtung des Gebildes zu seinen
eln geführt wird, kraft welcher Mängel es
nderes (ein noch andere Merkmale Nichtha-
ist.

r zweyte Grundsatz hat diesen Sinn: Jedes
besteht aus solchen und sovielen Theilen,
t in ihm vereint (sey es durch ein Denken,
aginiren, oder Erkennen) gegeben sind. Kraft
heile, deren jeder sich den andern eignet,
Vereinte ein Soviel, ein Großes. Allein,
en Theilen führen einige durchaus auf Nicht-
d. i. auf Sachen, welche diesem Vereinten
angelnde, aber doch als Theile eines
Vereinten zu verständigende, Theile sind.
sicht dieser ist das Vereinte ein Nichtmehr.
jenigen Theile eines Vereinten, die seinen Man-
n zunächst anliegen, sind die letzten, äußer-
sind die Endtheile, die Grenzen dieses
n.

das Denken der Schranke und Grenze nach
tur unseres Geistes. Beyde sind Zugehöre
eschränkten Gebildes; nur daß sie, als Schran-
Grenzen, unnachlaßlich auf Mangel des Ge-
inweisen, und diesen mit zu denken geben.

chranken und Grenzen so gefaßt; so läßt sich
h denken, was wir denken müssen, nämlich:
Gebilde durch seine Schranken eingeschränkt,
eine Grenzen begrenzt werde, — nicht aber

 durch

durch Mangel desselben, durch nichts. Durch Ni[...] eingeschränkt und begrenzt ist so viel als nichtein[...] schränkt, nichtbegrenzt, — wie der Geg[...] von der Autorität her, auf die wir verwiesen wer[...] wird gelernt haben.

Gewöhnlich aber wird der Mangel, der Ni[...] theil, worauf man im Durchkennen der Determi[...] tionen und Theile eines Gebildes stößt, und den m[...] mit dem Schatten des Gebildes vergleicht, für Schranke und Grenze desselben ausgegeben. [...] man zu diesem Trugbegriffe mag gekommen seyn, [...] aus dem Gesagten klar: weil nämlich der Mangel [...] Nichttheil von der Schranke und Grenze nicht weg[...] denken, und das Hervorstechende ist; so wurde er [...] Schranke und Grenze selbst genommen.

Dafür nahm ihn auch die Autorität Kant, u[...] zwar deutlich genug in seinem Beweise für die Un[...]

Nichts auch keines seiner Gebilde begrenzt zu den-
ist.

Der richtige Begriff von Grenze konnte aber auch
[...]t aus folgender Betrachtung herausspringen: Man
[...]t für gültig an, daß zwey Gebilde, z. B. zwey
[...], mit ihren Grenzen aneinander stoßen. Welchen
[...]iff von Grenze setzt man doch in dieser unzweydeu-
[...] Behauptung voraus? Etwa den von einem Nicht-
[...], vom Nichts der Linien? Will man vielleicht
[...]stellt haben, daß zwey Linien mit ihren Nichtthei-
[...], mit Nichts aneinander stoßen? Eine kleine Re-
[...] konnte also darthun, daß vorauszusetzen sey,
[...] Grenzen der Linien sind ihre äußersten Thei-
[...]. — Ferner:

Nach dem angenommenen Gemeinbegriffe von Gren-
[...]üßte ein Punkt, eine Linie, eine Fläche, als Gren-
[...] eines Körpers, Nichts seyn. Dennoch lassen
[...]sich nicht allein selbst als Gebilde für sich, als denk-
[...] Einzelnheiten betrachten, sondern sie werden
[...] in der reinen Geometrie dafür genommen. Unter
[...] Voraussetzung jenes Begriffs von Grenze, als einem
[...]hts, wäre nichts ungereimter, als diese Annahme.

Man sieht es den Begriffen, nach welchen Punkte,
[...] und Flächen bloß für Grenzen der Körper
[...]gegeben werden, und so auch dem davon abgezoge-
[...] Begriffe von Grenze überhaupt, deutlich an, daß
[...]diglich mittelst einer Abstraktion von empi-
[...]schen Körperbegriffen geformt wurden. Al-
[...], auf diesem Abstraktionswege kann sich Niemand
[...] Richtigkeit und Präcision — weder eines Urge-
[...]kens, noch eines durch Synthesis entstehenden Be-
[...] — versichern.

Was aber den falschen Begriff von Grenze vorzüglich erhalten haben mag, ist wohl der damit verwechselte Begriff von Angrenzung, welcher häufig unter dem Namen des Begriffs einer mathematischen Grenze vorkommt.

Angrenzung ist nicht Begrenzung d. h. ist nicht das Versehenseyn eines Gebildes mit Grenzen; sondern ist das Aneinanderliegen, das Nebeneinanderseyn der Grenzen zweyer (oder mehrerer) Gebilde; ist also eine bloße Form, die den Grenzen mehrerer Gebilde gemein ist, und deren mögliche Vorstellung sowohl den Begriff von Grenze, wie auch den Begriff vom Raum, vom Nebenseyn voraussetzt.

Diese Angrenzung ist freylich nicht, so wie die Grenze, ein Bestandtheil eines der angrenzenden Gebilde, eben weil sie nur eine Form, ein Nebeneinanderseyn von Grenzen ist.

...flächen als Flächen h. eine mathematische ...läche.

Also, so viele aneinander liegende Grenzpunkte, ...viele zu unterscheidende Begrenzungen sind denkbar, ...nn man jede als einen Punkt ansieht, und wel..., wenn es mehrere sind, den Grenzpunkten paral...laufen, folglich, gleich diesen, als eine Linie, ...r auch als eine Fläche formend betrachtet wer... können.

Es ist aber lediglich um eine kurze Bezeich...ngsart zu thun, wenn man solche Angrenzungen ...te, Linien — nennt.

Die Begriffe von mathematischen Punkten — sind ... formale Begriffe von Formen, nämlich von ...en und anderm Aneinanderseyn; hingegen die Be...iffe von Grenzen, dann von den (schlechthin so ge...nnten) Punkten, Linien — sind konkrete Begriffe ...n Konkreten oder Gebilden.

Die mathematische Grenze ist entweder eine mit ...ekten gegebene (objektive?), oder eine zum Be...ife der Ausmittlung gewisser Verhältnisse bloß ge...ichte (subjektive?). Nimmt man z. B. eine gleich...ige dreyeckige Fläche für sich allein; so ist mit ...em Objekte keine mathematische Begrenzung ge...ben: aber es läßt sich eine von der Spitze zu der ...te der Basis dieser Fläche laufende Begren...ng, d. i. eine mathematische Linie, und dadurch das ...yeck in zwey gleiche Theile gesondert denken. ...n man aber zwey, den so eben gedachten gleiche, ...chen als gegeben annimmt, und zwar zugleich ... daß sie mit zwey gleichen Seiten aneinander liegen; ...ist ihre Angrenzung eine gegebene — sey es ...h Denken, oder durch Erfahrung gegebene.

Das Kontinuum und Kontiguum.

Wo möglich noch mehr Verwirrung und Unbe-
stimmtheit, als in den gewöhnlichen vorhin erörterte[n]
Begriffen, findet man in den Angaben eines Stetig[en]
und eines Kontiguums. Da ich mich nunmehr no[ch]
kürzer zu fassen habe, so gedenke ich bloß des neuerli[ch]
beliebten Unterschiedes zwischen beyden, dem zufolg[e]
das Kontinuum seyn soll „ein ideales Ganzes, d[.]
ein solches, welches vor den Theilen vorhergeht un[d]
diese erst möglich macht, folglich keine bestimmte Me[n]-
ge von Theilen, mithin auch keine bestimmte Einh[eit]
hat“. — Man soll sich also bey einem Stetigen ei[n]
Ganzes, folglich Bestimmtes, und auch ein seinen The[i]-
len nach Unbestimmtes, demnach kein Ganzes, — ma[n]
soll sich ein Ganzes, das die Theile erst möglich mach[t,]
das folglich früher ist als diese, — kurz eine doppe[lte]
Ungereimtheit vorstellen?

rstellung von einem Ganzen auf einmahl, ob nicht
rde durch Synthesis der Theilvorstellungen entste-
! wollen wir uns, weil es hier ganz überflüssig
gar nicht einlassen; und so soll auch Wolf, so-
hl um sein selbst, als seiner Glaubenshelden willen,
z aus dem Spiele bleiben.

Schon die Zusammensetzung der Ausdrücke „continuum und contiguum" könnte die richtigen Begriffe, ihnen zum Grunde liegen, kenntlich machen. Das einanderhalten, und das Aneinandergren-zen sagen, meyn' ich, klar, daß es zweyerley Manchfaltiges gebe, dessen Theile je unmittelbar zusammen bestehen, nämlich

1. Ein Manchfaltiges, dessen Theile aneinander halten, d. i. davon je einer mit dem andern unmittelbar so zusammen besteht, daß sie nur Ein Gebilde geben; — dieß wird durch das bloße Aneinander angedeutet, welches die Vielheit der Gebilde, die aus den Theilen des Manchfaltigen erwachsen zu seyn angenommen werden könnte, ausschließt, — und dieß ist das Stetige;

2. Ein Manchfaltiges, dessen Theile aneinander grenzen; welches Angrenzen offenbar anzeigt, daß sich die Theile desselben zu einer Mehrheit von ganzen Gebilden, deren jedes seine Grenzen hat, von welchen aber das Eine mit einer seiner Grenze an der einen Grenze des Andern liegt, zusammenfügen; — und ein solches Gefüge ist Eine Sammlung (collectio) von aneinandergrenzenden Gebilden — ist ein Contiguum. Das Angrenzende ist nur Theil des Kontiguums, weil dieses das Aneinandergrenzende, d. i. ein Angrenzendes mit seinem andern Angrenzenden ist.

Das unmittelbare Zusammenseyn u
Aufeinanderführen der Theile ist also der Gemein
rakter der Theile des Kontinuums und Kontiguu
Der eigenthümliche Charakter eines Stetigen a
findet sich darin, daß seine Theile nicht an ein
der grenzen, sondern lediglich als Theile Ein
Gebildes betrachtet werden; da hingegen das Ko
guum Theile vorweist, die aneinander grenze
welches Angrenzen, wie gesagt, unumgänglich vora
setzt, daß der angrenzende Theil selbst schon f
Ein Gebilde gelte.

Mehrere Arten, wie sich das Manchfaltige z
Einheit füge und Ein Gebilde forme, lassen sich ni
denken; man müßte denn den Unterschied zwischen ein
einfachen und zusammengesetzten Kontig
um als eine neue Art aufführen wollen. Jenes
nämlich ein solches, dessen Theilgebilde nur Eine Rei
geben, z. B. zwey aneinander stoßende Linien; das a

[illegible] je unmittelbar auf einander weisende Theile für [illegible] an einander bestehende, sich lediglich zu Einem [illegible] fügende Theile nehmen. Auf diese Art verfährt [illegible] in der Kosmologie, wo man alle Dinge sich zu [illegible] Kontinuum fügende Theile der Welt betrachtet, — [illegible] so noch in andern Fällen mehr. Nur hüte man [illegible] die Glieder eines Kontiguums als zerstreute, [illegible] einander entfernte Glieder zu denken; ingleichen in [illegible] Begriff des Stetigen die Vorstellung von einem [illegible]seyn oder Zusammenhängen der Theile auf[illegible] nehmen, oder auch den Begriff von einer unveränder[illegible] bestimmten Anordnung seiner Theile. —

Ist jedes ausgedehnte Ganze ein Kontinuum? — [illegible] wie fern man die Theile eines solchen Ganzen je [illegible]mittelbar an einander bestehen läßt, dann ja! — [illegible] kann es nicht auch ein Kontiguum seyn? Kann [illegible] nicht zum mindesten für ein solches genommen wer[illegible]? Ohnfehlbar! und zwar selbst alsdann, wenn es [illegible] aus verschiedenartigen Theilen zusammen gesetzt ist: [illegible] auf die Artung der Theile kommt weder beym Ste[illegible]seyn, noch beym Aneinandergrenzen etwas an, — [illegible] etwa, daß die Verschiedenartigkeit (und so auch [illegible] Lage) der Theile unsere Ansicht des Ausgedehn[illegible] als eines aus verschiedenen begrenzten Gebilden [illegible]sammengesetzten, d. i. als eines Kontiguums, er[illegible]ichtern kann.

Das Endliche und Unendliche.

Das Endliche ist das der Zahl seiner Theile nach [illegible]stimmte, ist das Soviele (magnum), d. i. das Be[illegible]mtgroße, — und zugleich auch das Nursoviele [illegible]atum), d. i. das Ganze (totum), welches als sol[illegible]

End-

Endtheile, **Grenzen**, die auf Nichttheile desselb
weisen, vorzuzeigen hat.

Dagegen ist das **Unendliche** ein der Zahl sein
Theile nach **Unbestimmtes**, ist ein bloßes Wi
vieles (quantum), also ein **Unbestimmtgroße**
ein **Nichtnursovieles**, d. i. ein **Unvollständ**
ges, das keine Endtheile vorweist. — Dieß voran
geschickt, um dem gewöhnlichen leidigen Spiele m
Worten, das man in diesen Untersuchungen nur z
häufig zu bedauern hat, gleich anfänglich in etwas z
wehren.

„Jedes gegebene Große (Viele) ist **für sich**
„wenigstens im Momente seines Gegebenseyns, e
„Sovieles als es ist, und ein Nichtmehr, d. i. e
„Ganzes, ein Endliches."

Daß ein dergleichen Großes **mehr** sey als es i
ist als die hellste Ungereimtheit undenkbar.

ives. Quantum (ein beziehliches Wieviel),
rin Unendliches.

1. Ein (durchs Denken, oder durchs Erkennen
urch die Erfahrung) gegebenes Ganzes erscheint
ir wie ein Unbestimmtgroßes, nicht von ihm,
n von mir her, in wie fern es entweder

on mir seinen bestimmten Theilen nach noch
cht gefaßt, also von mir noch unermessen ist,
B. ein sich zu erkennen gegebener Körper. Es
r sich, so wie es gegeben ist, läßt sich als
Endliches fassen; nur ich weiß noch nicht,
ie viel (quantum) es ist; ich habe mein deut-
hes Kennen desselben noch nicht geendet,
habe es noch nicht durch- und auserkannt.
in dergleichen ist ein (von mir) unermesse-
es Großes, aber kein Unendliches; — oder
wie fern es

on mir, wegen meinem Unvermögen, als
Nursovieles nicht der Zahl seiner einfachen
heile nach gefaßt werden kann. Nur ich kann
s Durchkennen aller Theile, die es vorzu-
eisen hat, nicht enden, z. B. der Welttheile.
in solches Großes ist ein (mir) Unermeßli-
hes, aber kein Unendliches; — oder in wie
rn es

on mir, dessen freyem Denken oder Imagini-
en das Bestimmen desselben überlassen ist, noch
icht ausgedacht ist. Dieses, meiner Imagi-
ation überlassene, Ausdenken findet statt theils

1) bey solchen Größen, von welchen erst (wie
bey der Größe meiner Seeligkeit) einige
Theile schon vorhanden, oder wenigstens
(wie bey der Größe der Welt) mir erst einige

Thei-

handener, sey es zu welcher Zeit vorhandener, genstand.

Daß ein gegebenes Großes und Ganzes einfachen Theilen zusammengesetzte sey, und sich solches zum Durchkennen anbiete, ergiebt sich selbst aus dem Bestimmt- und Begrenztse eines Ganzen. In der Analyse können wir uns, w wir nicht etwa in dem durchs Denken geset Ganzen die Zahl seiner einfachen Theile schon wi derselben nur annähern. Allein dabey muß je Spiel des weitern Synthesirens durchaus vermi werden, d. i. wer ein Gegebenes analysiren will, es auch bloß analysiren.

Uebrigens ist noch zu bemerken: daß jedes vollendete, dergleichen jedes Unbestimmte und begrenzte, folglich auch jedes bloße Quantum ist, zu keinem Vernunftgegenstande erhoben Unser vernünftiger Geist fodert aber unnachlaßlich,

Inhalt.

I. Dynamik oder Statik und Mechanik fester Körper.

II. Hydro-

Dynamik

oder

Statik und Mechanik

fester Körper.

Dynamik
oder
Statik und Mechanik
fester Körper.

Erstes Kapitel.
Allgemeine dynamische Begriffe.

Erklärung 1.

1. Die Statik enthält die Lehre von den Bedingungen, unter welchen Kräfte Orts-
ung verhindern. Diese Bedingungen heissen Ge-
des Gleichgewichts, und es ist daher die Statik
Wissenschaft von den Gesetzen des Gleichgewichts.

Erklärung 2.

§. 2. Die Mechanik enthält die Lehre von den
ingungen, unter welchen Kräfte in bestimmten
n bestimmte Ortsänderungen hervorbringen.
e Bedingungen heissen Gesetze der Bewegung.
er ist die Mechanik eine Wissenschaft von den Ge-
n der Bewegung.

Die Dynamik begreift beide unter sich:
tik und die Mechanik.

Anm. 1. Ich werde hier die Statik und die Mec
Körper so mit einander verbunden vortragen, n
dem natürlichem Zusammenhange dieser Lehren
messensten und ebendarum auch dem leichteren
nisse des Vortrags am zuträglichsten scheint.

Anm. 2. Metaphysische Entwickelung des B
Kraft gehört nicht hierher. Hier genüget es
scheinungen so zu betrachten, wie sie sich unser
darstellen, und das Ausmeßbare bei ihnen so zu
daß diese Bestimmungen auf andere Erscheinung
gebracht werden, die wir in angenommenen konv
Maaßen zu bestimmen fähig sind. Ueberhaupt ko
der ganzen angewandten Mathematik nur darau
zeigen, in welchem Verhältnisse Erscheinungen,
gewissen Umständen eintreten werden, mit ander
nungen stehen, die wir nach angenommenen kon

den zugehörigen Theilen der Zeit proportional sind. Die ungleichförmige Bewegung ist eine beschleunigte, wenn der bewegte Punkt in iedem folgenden Zeittheilchen einen grössern Raum durchlauft als in dem gleichgrossen vorhergehenden Zeittheilchen. Im umgekehrten Falle ist die Bewegung eine verzögerte.

Die ungleichförmige Bewegung heißt gleichförmig beschleunigt, wenn die in gleichgrossen auf einander folgenden Zeittheilchen durchloffene Räume um gleichviel wachsen; gleichförmig verzögert, wenn diese Räume um gleichviel abnehmen.

Anm. Für die mathematischen Bestimmungen des Ausmeßbaren bei den mit der Bewegung verbundenen Erscheinungen ist die Entwickelung des Unterschiedes zwischen absoluter und relativer Bewegung sehr entbehrlich. Hier heißt absolute Bewegung dieienige Ortsänderung eines Punktes, welche er vermöge einer in ihn wirkenden Kraft erlitten hat.

Erklärung 4.

§. 4. Unter der Geschwindigkeit eines bewegten Punktes in irgend einer Stelle seiner Bahn versteht man den Weg, den ein Punkt in seiner Bahn in einer bestimmten Zeit von gedachter Stelle aus durchlaufen würde, wenn er die ihm in dieser Stelle zukommende Bewegung gleichförmig fortsetzte. Wenn nichts ausdrücklich erinnert wird, so wird hier allemal die Sekunde als Zeiteinheit, also unter Geschwindigkeit der Raum verstanden, den ein Punkt in einer Sekunde gleichförmig durchlauft.

Anm. In den Vorlesungen verdienen folgende Sätze erwähnt und näher bestimmt zu werden:

1. Die Geschwindigkeit, mit der ein bewegtes Element um einen Raumpunkt fortrückt, ist für alle Arten von Bewe-

Axiom 2.

§. 8. Ein Punkt, der sich in Ruhe befindet, bleibt noch in Ruhe, wenn er von gleichen entgegengesetzten Kräften angegriffen wird.

Axiom 3.

§. 9. Ein mit irgend einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzter Punkt setzt seine Bewegung nach derselben Richtung mit unveränderlicher Geschwindigkeit fort, solange nicht eine von neuem hinzutretende Kraft seine Geschwindigkeit abändert.

Anm. Man muß sich allemal erinneren, daß sich Bewegung nie auf stetiges Fortrücken, sondern auf fortdauernde Abwechslung von Ruhe und Fortrücken bezieht, und daß also auch Geschwindigkeit den Raum bezeichnet, welcher vermöge der durch die jedesmalige Kraft bestimmten Abwechslung von einem bewegten Punkte in einer bestimmten Zeit (hier in einer Sekunde

nen sie aufhängt, werden von ihnen in gerader angespannt, und mehrere solche neben einander hängte Körper spannen die Fäden in Richtungen die von der parallelen Lage nicht unterschieden n können, und die auf die Fläche eines ruhigen rspiegels senkrecht sind. Wir selbst fühlen dieses ben der Körper gegen die Erde zu sinken, wenn ie z. B. mit der Hand zu fallen verhindern wollen.

Erklärung 7.

§. 12. Von der im vorh. §. erwähnten Eigen- nennen wir die Körper schwer, und was ihnen Eigenschaft giebt, die Schwere. Die Richtung, der die Schwere wirkt, heißt die lothrechte, die, mit der sie einen rechten Winkel macht, die rechte oder horizontale.

Erklärung 8.

§. 13. Unter der Masse eines Körpers versteht die Summe von Atomen, welche bei der Bewe- des Körpers innerhalb seinem Umfange zugleich bewegt werden müssen.

Hypothese.

§. 14. Die Schwere (§. 12) wirkt als eine lute Kraft (§. 6) in alle Atomen auf einerlei se, und zwar als eine veränderliche absolute Kraft, sich verkehrt wie das Quadrat der Entfernung des pers vom Mittelpunkt der Erde verhält.

am. Die Uebereinstimmung aller aus dieser Hypothese fließenden Folgen mit den wirklichen Erscheinungen berech- tiget uns, sie anzunehmen. Bei diesen Vergleichungen muß auf die Wirkung der von der Bewegung der Erde her-

rührenden Schwungkräfte mit Rücksicht genommen w
Da übrigens die Richtigkeit der Hypothese keineswe
dem Verstande abgeleitet, sondern nur aus der Erfa
erkennt werden kann, so scheint mir der Versuch mi
Luftpumpe, wo man eine Feder mit iedem andern K
im luftleeren Raume gleichschnelle fallen siebt, nicht
cherlich als Kästnern (Anfangsgr. der höh. M
2te Ausg. S. 34.)

Zus. 1.

§. 15. Für ganz Teutschland und selbst für
Europa ist das Verhältnis der verschiedenen Erd
messer so wenig vom Verhältnisse der Gleichheit
schieden, auch sind die verschiedenen Wirkungen de
wähnten Schwungkräfte so unbedeutend, daß in B
auf Bewegungen, von welchen hier die Rede ist,
Schwere als eine unveränderliche absolute Kraft
trachtet werden kann. Sie ist auf den höchsten
gen noch nicht um so viel kleiner als in den tie

[ge]setzt ist, wird bloß durch die Grösse der be-[we]genden Kraft bestimmt.

Bew. Weil die absolute Kraft allen einzelen [Ato]men gleiches Bestreben zur Bewegung mittheilt, so [mü]ssen sie auch alle gleiche Geschwindigkeit annehmen, [es] kann also keines auf das andere wirken und iedes [blo]ß für sich dem bloßen Eindruck der absoluten Kraft [fol]gen.

Erklärung 10.

§. 18. Die Summe der Eindrücke, welche eine [ab]solute Kraft in eine Masse macht, heißt dieser Masse [be]wegende Kraft. Die von den Eindrücken der [S]chwere in eine Masse herrührende bewegende Kraft [i]st insbesondere das Gewicht der Masse.

Zus.

§. 19. Vermöge (§. 14) sind wir zu folgen[d]em Satze berechtiget: die Grösse einer Masse (die [M]enge ihrer Atomen) ist ihrem Gewichte proportio-[na]l. Verhältnißzahlen für die Gewichte sind also zu-[gl]eich Verhältnißzahlen für die Grösse der Massen.

Anm. Verhältnißzahlen für die Gewichte können wir nur durch Festsetzung irgend eines angenommenen Fundamental-gewichtes bestimmen.

Hierzu dient das in Cölln und mehreren teutschen Städten niedergelegte Gewicht, das unter dem Namen der Cöllnischen Mark bekannt ist. Der Begriff dieses Gewichts kann nicht anders als durch unmittelbare Anschauung einer Masse erhalten werden, die derselben gleich ist oder in einem gegebenen Verhältnisse mit derselben steht.

Die

die Cöllnische Mark ist = 16 Loth
= 16 × 240 Gran = 3840 Gr.
= 65536 Richtpfennige
also 1 Gr = 17,07 Rpf.
1 Cölln. Pfund = 2 Mrk = 131072 Rpf.
Das Berliner Pfund = 131328 Cöllnische Rpf.
1 Schiffspfund = 20 Lispfund = 280 Pfund.

Nach Medicinalgewicht ist
1 Pf = 12 Unzen = 96 Drachmen
= 288 Skrupel = 5760 Gr.
= 5760 × $17\frac{2}{3}$ od. 100224 Cölln. Rpf.

Die Anzahl der Richtpfennige ist die allgemeine Verl
nißzahl zur Vergleichung der Pfunde, weil allemal Cö
sche Richtpf. verstanden werden.

Nach neufranzös. Gewicht ist

1 Centigramme	2,8	Cölln.
Decigramme	28,0	——
Gramme	280,5	——
Dekagramme	2805,0	——

[ihr]en Räumen verbreitet sind, einerlei. Eine hier[he]r gehörige Tafel findet man am Ende dieses Buchs.

Das Verhältniß der Dichtigkeit heißt auch das [Ver]hältniß der specifischen Schwere oder des eigen[th]ümlichen Gewichts. Gewöhnlich setzt man die spec. [Sc]hwere des destillirten Wassers = 1; wenn nun die [spe]c. Schwere einer andern Masse z. B. durch die [Za]hl n ausgedruckt wird, so wird hiermit gesagt, die [and]ere Masse wiege bei gleichem kubischem Inhalt n mal [so] viel als reines Wasser.

Zus.

§. 21. Der Eindruck, den die Schwere in ei[nem] Atom macht, heisse p; ein Körper enthalte in ei[ne]m bestimmten Volumen V eine Anzahl von Atomen [=] n, so ist sein Gewicht = n.p; ein anderer Kör[per], dessen Volumen 𝔙, enthalte n Atomen, so ist [sein] Gewicht = n.p. Wenn nun im 1ten Fall n [Ato]men den Raum V ausfüllen, so gibt die Proportion

$$V : \mathfrak{V} = n : \frac{n.\mathfrak{V}}{V}$$

[di]e Menge von Atomen des ersten Körpers, deren [Vol]umen gleichfalls = 𝔙 seyn würde, und deren [Ge]wicht = $\frac{n.\mathfrak{V}}{V}.p$ wäre.

Demnach verhalten sich die Gewichte gleicher Vo[l]umina des ersten und des andern Körpers

$$\text{wie } \frac{n.\mathfrak{V}}{V}.p \text{ zu } n.p$$

$$\text{oder wie } \frac{n.p}{V} \text{ zu } \frac{n.p}{\mathfrak{V}}$$

[d.] i. wie ihre Gewichte mit ihren Massen dividirt.

Eben-

Ebenso verhalten sich also auch ihre spec. Sc
ren oder ihre Dichtigkeiten.

Erklärung 12.

§. 21*. Das Produkt aus der Masse (
aus der für sie angenommenen Verhältnißzahl) in
Geschwindigkeit, (oder in eine Verhältnißzahl der
schwindigkeit) heißt die Grösse der Bewegung.

Lehrs. 2.

V. 22. Verschiedene in Bewegung ge
Massen M, m haben gleiches Bewegungsvermö
wenn sie einerlei Grösse der Bewegung haben.

Bew. Die Geschw. von M heisse c, in
selben Augenblick da die von m = C ist, so ist
der Voraussetzung

Wirkungen für alle Atome der Masse m = m.N, dasselbe sehr kleine Zeittheilchen verstanden.

Wird nun das Bewegungsvermögen der Masse M durch B, das von m durch b ausgedrückt, so man

$$B : b = M.n : m.N$$

ist aber

$$n : N = c : C$$

also

$$B : b = M.c : m.C$$

folglich, weil M.c = m.C ist,

$$B = b$$

Zus.

§. 23. Man kann daher die Grösse der Bewegung (§. 21) auch das Bewegungsvermögen nennen. Es ist einerlei mit dem Cartesischen Kräftenmaß (unten §. 91.)

Anm. Man muß hier, wo von Massen die Rede ist, den Begriff von Gewichten sorgfältig bei Seite setzen. Das Bewegungsvermögen einer bestimmten Kugel, die z. B. aus n Atomen besteht und mit der Geschw. C sich fortbewegt, bleibt dasselbe, ob unsere Schwere in diese Atomen wirkt oder nicht. Sie würde in einem anderen Weltkörper bei derselben Geschwindigkeit dasselbe Bewegungsvermögen haben, wenn auch gleich dort eine ganz andere Schwere in sie wirkte. Der Umstand, daß die Schwere in unsere Massen wirkt, dient uns hierbei nur für M und m d. h. für die verschiedenen Massen Verhältnißzahlen setzen zu können.

Zwei-

Zweites Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen des Bew gungsvermögens beim Stosse fester Körper an einander.

Erklärung 13.

§. 24. Massen heissen elastische, wenn sich durch gebrachte Kräfte die Lage ihrer Theile gen einander ändern läßt, 1) ohne daß dadurch Zusammenhang aufgehoben wird, und 2) so, daß erste Lage der Theile gegen einander ohne Mitwirk der Schwere von selbst wieder hergestellt wird, sob iene Kräfte nicht mehr auf sie wirken. Die, den diese Eigenschaft nicht zukommt, heissen unelastisch

der Geschwindigkeit c; man soll die Be-
eider Massen nach dem Stosse bestimmen.

l. Das Bewegungsvermögen von M ist
as von m ist m.c; ist also M.C > m.c,
i Augenblick des Stosses ein Theil von MC
, der = mc ist und die Masse m verliehrt
Augenblick ihr ganzes Bewegungsvermögen
t zur Ruhe.

Bewegungsvermögen der Masse M bleibt
M.C — m.c

de also die m in diesem Augenblick vernich-
üßte die M mit einer Geschwindigkeit 𝔈 sich
n, so daß

$$M.\mathfrak{C} = M.C - m.c$$

$$\mathfrak{C} = \frac{M.C - m.c}{M}$$

l aber m nicht vernichtet wird, also sich nach

Zus.

§. 26. Bewegt sich m gleichfalls, wie M, v
B nach A (fig. 2), so ist die Summe beider Be
gungsvermögen vor dem Stosse

$$= M.C + m.c$$

Ist dabei $C > c$, so kann erst Stoß erfolg
und weil keine Kräfte einander entgegenwirken,
bleibt auch noch nach dem Stosse die Summe

$$M.C + m.c$$

aber jetzt setzen beide Massen wiederum ihre Bewe
mit gemeinschaftlicher Geschwindigkeit fort; heißt
𝔈, so wird

$$(M+m).\mathfrak{C} = M.C + m.c$$

und $$\mathfrak{C} = \frac{M.C + m.c}{M+m}$$

So würde also aus der Geschw. C die $\mathfrak{C}$
) und was M an Geschw. im ersten Augen-
Stosses verlöhre, wäre

$$C - \mathfrak{C}$$

ihr entgehende Bewegungsvermögen

$$= M.(C - \mathfrak{C})$$

Es ist also die Gewalt, mit der die Gestalt
im Augenblick des Stosses verändert wird,
ls $= M.(C - \mathfrak{C})$; und da die Masse mit
Kraft diese Gestalt wieder herzustellen strebt,
: sie vollkommen elastisch ist, so leidet sie im
Augenblick vermöge ihrer Elasticität dieselbe
)erung ihres Bewegungsvermögens noch ein-
so im Ganzen eine Verminderung

$$= 2M.(C - \mathfrak{C})$$

ält daher noch das Bewegungsvermögen

$$M.C - 2M.(C - \mathfrak{C})$$

er anfänglichen Richtung, oder

$$2M.\mathfrak{C} - M.C = M.(2\mathfrak{C} - C)$$

Dasselbe läßt sich ebenso von m sagen.

ie Geschwindigkeit γ, mit welcher die m im
lick des Stosses ihre Bewegung, ohne Rücksicht
sticität fortsetzen müßte, wäre

$$\gamma = - \mathfrak{C} \text{ (no. 1.)}$$

. Was sie verlohren hätte, wäre

$$c - \gamma = c + \mathfrak{C}$$

ie Verminderung ihres Bewegungsvermögens
ıB

$$= m.(c + \mathfrak{C})$$

 6) We-

6. Wegen der Elastictät wird daher die [cut off]
derung nach AB

$$= 2m.(c+\mathfrak{C})$$

und sie bleibt noch nach AB

$$= m.c - 2m.(c+\mathfrak{C})$$
$$= -m.c - 2m.\mathfrak{C}$$
$$= -m.(2\mathfrak{C}+c)$$

7. Die Geschwindigkeit, mit welcher m [cut off]
springt, ist also $2\mathfrak{C}+c$. Die M setzt ihre [cut off]
gung nach BA fort, woferne $2\mathfrak{C} > C$ ist, a[cut off]
mit einer Geschwindigkeit $= 2\mathfrak{C} - C$, die $<$ [cut off]
also kleiner als die Geschw. ist, mit der die [cut off]
BA zurückspringt. Ist aber $2\mathfrak{C} < C$, so spr[cut off]
M gleichfalls zurück.

Demnach hat iede der beiden Massen n[cut off]
Stosse ihre eigene Bewegung.

$$g = \frac{(M - m).c + 2M.C}{M + m}$$

Zus. 1.

§. 28. Für m = M wird

$$\mathfrak{G} = -c$$
$$g = +C$$

M springt mit der Geschwindigkeit c nach AB, m mit der Geschw. C nach BA zurück.

Zus. 2.

§. 29. Die Formeln für 𝔊 und g (§. 27.) t für alle mögliche Fälle, wenn man nur bemerkt, die Geschw. von M nach A mit + C und die von ch B mit + c bezeichnet worden ist, daß also für e Bewegungen nur die Zeichen von C und c ge- verändert werden dürfen. Befindet sich M oder n dem Stoße in Ruhe, so wird C oder c = 0 . Ist M oder m mit andern unbeweglichen Mas- verbunden, so darf man nur M oder m = ∞ .

Zus. 3.

§. 30. Kommt die Eigenschaft der Elasticität Massen nicht ganz zu; ist z. B. die unvollkommene icität von M nur $\frac{\varepsilon}{N}$, und die von m nur $\frac{\varepsilon}{n}$ der ommenen, so ist (§. 27. no. 3) die Verminderung Bewegungsvermögens vom M beim Stoße

$$= M.(C - \mathfrak{C}) + \frac{\varepsilon}{N}.M.(C - \mathfrak{C})$$

$$= \frac{N + \varepsilon}{N} M.(C - \mathfrak{C})$$

und ihr Bewegungsvermögen nach der anfänglich
Richtung bleibt nach dem Stoße noch

$$M . C - \frac{N+s}{N} M . (C - \mathfrak{C})$$

$$= \frac{N+s}{N} . M\mathfrak{C} - \frac{s}{N} . MC$$

$$= M . (\frac{N+s}{N} . \mathfrak{C} - \frac{s}{N} C)$$

Ebenso bleibt (§. 27. no. 6) das Bewegungsver-
mögen von m nach AB nach dem Stoße noch

$$= - m . (\frac{n+s}{n} . \mathfrak{C} + \frac{s}{N} c)$$

Und so giebt sich (§. 27. no. 8.) nach
(fig. 1.)

Ebenso die Geschw. von m nach BA nach dem [Sto]ße

$$g = \frac{n+s}{n} \cdot \frac{MC - mc}{M+m} + \frac{s}{n} \cdot c$$

$$= \frac{\frac{n+s}{n} \cdot MC + \left(\frac{s}{n} M - m\right) \cdot c}{M+m}$$

[...] auch

$$g = \frac{MC - mc + \frac{s}{N} M\,(C+c)}{M+m}$$

[...] es ist nach dem Stoße die Geschwindigkeit der [Mas]se m nach ihrer anfänglichen Richtung AB

$$= \frac{mc - MC - \frac{s}{n} M \cdot (C+c)}{M+m}$$

[...]e die von M nach AB nach dem Stoße

$$= \frac{-MC + mc + \frac{s}{N} \cdot m \cdot (C+c)}{M+m}$$

[Anm]. 1. Die Bewegung nach dem Stoße ist, für $\frac{s}{N} = \frac{s}{n} = 1$,

$$\text{von } M = \frac{m^2 c - MmC - Mm\,(C+c)}{M+m}$$

$$\text{von } m = \frac{-MC + mc + Mm\,(C+c)}{M+m}$$

und beider Summe =

$$\frac{m^2 - MmC - Mm(C + c) - M^2 C + Mmc + Mm(C \ldots}{M + m}$$

$$= \frac{-(M + m) . MC + (M + m) . mc}{M + m}$$

wo sich $-C$ auf die Geschw. von M nach B beziehet; ist die erwähnte Summe, wenn unter C die Geschw. M nach A verstanden wird (§. 29.),

$$= \frac{(M + m) . MC + (M + m) . mc}{M + m}$$

$= MC + mc$, d. i. so groß als vor dem Stoße.

Anm. 2. Die beiden letzten Formeln dieses §. begreifen ganze Lehre von der Aenderung der Bewegung versch[ie]ner Massen, die sich in einer einzigen geraden Linie b[ewe]gen und in derselben an einander stoßen, in sich, die [...]sen mögen wie man will beschaffen seyn. Ist M voll[kom]men elastisch, m aber hart, so ist $\frac{g}{N} = 1$, $\frac{g}{n} = 0$;

Massen, Daher fallen wenigstens bei festen Körpern die Werthe von $\frac{\varepsilon}{N}$ und $\frac{\varepsilon}{n}$ allemal zwischen o und 1.

Anm. 4. C sey die grössere Geschwindigkeit, und $\mathfrak{C}$ die Geschw. nach dem Stosse, zwei harte Massen angenommen; so ist der Unterschied der Geschwindigkeit vor und nach dem Stosse

für die Masse $M = C - \mathfrak{C}$

— — — $m = c + \mathfrak{C}$

Und $(C - \mathfrak{C})^2 . M + (c + \mathfrak{C})^2 . m = MC^2 + mc^2 + M.\mathfrak{C}^2 - 2M\mathfrak{C}C + m.\mathfrak{C}^2 + 2m\mathfrak{C}c$

Wenn man nun den Werth von $\mathfrak{C}$ verlangt, für welchen diese Summe ein Kleinstes wird, so kommt es nur darauf an, in welchem Falle $M\mathfrak{C}^2 - 2M\mathfrak{C}C + m\mathfrak{C}^2 + 2m\mathfrak{C}c$ ein minimum wird? Die Differ. Rechnung giebt nun

$$M\mathfrak{C} - MC + m\mathfrak{C} + mc = 0$$

woraus man

$$\mathfrak{C} = \frac{MC - mc}{M + m}$$

erhält, (wie §. 25). Hr. v. Maupertuis nennt die Produkte aus den Quadraten der beim Stosse entstandenen Geschwindigkeitsänderungen in die zugehörigen Massen Wirkungen des Stosses. Man sieht also, daß die neue Geschwindigkeit (hier $\mathfrak{C}$), welche beim Stosse harter Massen erfolgt, gerade durch die kleinstmögliche Summe von Wirkungen hervorgebracht wird. Dasselbe findet man ebenso für elastische Körper. Dieser Satz vom Stosse heißt der Satz der kleinsten Wirkung.

Anm. 5. Quadrirt man die Geschwindigkeiten vollkommen elastischer Körper nach dem Stosse, so findet man die Summe der Produkte aus diesen Quadraten in die zugehörigen Massen $= MC^2 + mc^2$ also ebenso groß als die Summe der Produkte aus den Massen in die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten vor dem Stosse. Dieser Satz vom

 Stosse

Stosse heißt der Satz von Erhaltung der le-
gen Kräfte, von welchem Joh. Bernoulli zue
brauch gemacht hat.

Drittes Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Kräfte, di Punkten einer Ebene angebracht sind. deren Richtungslinien in dieser Eb selbst liegen.

Erklärung 14.

§. 31. Unter einer festen Ebene wird hie

Erklärung 15.

33. Die gerade Linie, nach welcher man in
on mehreren Kräften angegriffenen festen
eine neue Kraft anbringen müßte, um die
m Gleichgewicht zu erhalten, heißt die Linie
ittleren Drucks; die erfoderliche Grösse
raft heißt der mittlere Druck, auch die
re Kraft.

Lehrs. 4.

34. Wenn in zwei willkührlich angenommene
m, n (fig. 3.) gleiche Kräfte p, o nach
senkrecht auf die Linie mn in der Ebene AB
nach cd aber senkrecht auf die Mitte von
e Kraft $q = p + o$ angebracht wird, so ist
de Linie mn weder einer fortgehenden noch
drehenden Bewegung fähig.

ew. Aus demselben Grunde, warum m nach
brecht werden sollte, müßte auch n nach o ge

nie nm, in Richtungen die der cd gleichlaufen ven, sich nach cd bewegen; also ist auch keine hende Bewegung möglich.

Aufg. 3.

§. 35. In den Punkten m, n der Ebe (fig. 4.) sind verschiedene Kräfte Q, P nach tungen mQ, nP, die auf die gerade nm se sind, angebracht; man soll einen Punkt C mn angeben, in welchem eine senkrecht nach C gebrachte Kraft R = P+Q die ganze Ebe Gleichgewicht erhält.

Aufl. Man drucke P und Q in Zahle die sich auf einerlei Einheiten beziehen, und thei die mn in $\frac{1}{2}$ (P+Q) gleiche Theile.

Davon trage man $\frac{1}{2}$ P Theile aus n in x $\frac{1}{2}$ Q Theile aus m in x.

Es entsteht also ein Gleichgewicht, wenn in der [illegible] C dieser Linie vw eine Kraft $P+Q$ senkrecht [illegible] CR angebracht wird (§. 34).

Nimmt man also $vC = wC$, so ist C der ge[illegible]te Punkt.

Demnach

$$vn + nc = \tfrac{1}{2} vw = \tfrac{1}{2}(P+Q)$$

[illegible]ist aber $vn = \tfrac{1}{2}P$, also

$$nc = \tfrac{1}{2}(P+Q) - \tfrac{1}{2}P = \tfrac{1}{2}Q$$

[illegible]das

$$nm = \tfrac{1}{2}P + \tfrac{1}{2}Q$$

$$mC = nm - nC = \tfrac{1}{2}P$$

[illegible]ich für das Gleichgewicht der Ebene

$$\tfrac{1}{2}P : \tfrac{1}{2}Q = mC : nC$$

$$P : Q = mC : nC$$

[illegible]auch

$$P \times nC = Q \times mC$$

[illegible]hat man

$$(P+Q) : Q = (mC+nC) : nC$$
$$= mn : nC$$

$$nC = \frac{mn \times Q}{P+Q}$$

$$mC = \frac{mn \times P}{P+Q}$$

Zus.

Zus. I.

§. 36. Also wird die in C, m und n (fig. . auf die erwähnte Art von drei Kräften R, Q, P a gegriffene Ebene im Gleichgewicht erhalten, wenn

$$Q = \frac{nC}{mC} . P$$

und

$$R = P + Q$$

genommen wird.

Sind also nC, mC ungleich, so sind auch und P ungleich.

Wenn aber bei ungleichen Kräften P, Q ei Gleichgewicht statt findet, so kann in einem solche Falle das Gleichgewicht nicht mehr bestehen, sobal man statt der einen Kraft P eine andere, die = (wäre, substituiren wollte, folglich können gleiche Kräf

Zus. 3.

18. Weil es für den Eindruck, den die Kraft e Ebene macht, einerlei ist, wo sie in der Li- angebracht wird, oder auch: weil die dem Druck entgegengesetzte gleiche Kraft R diesen emal auf einerlei Weise aufhebt, in welcher er Linie RS sie angebracht werden mag, so : vorige Satz für fig. 4. auch noch seine Rich- venn die Kraft R an irgend einem willkührlich nenen Punkte y in RS nach SR angebracht uch die Angriffspunkte der Kräften P und Q i den Richtungslinien nP und mQ wo man mmen werden, die Kräfte welche in den Stel- C, m einander im Gleichgewicht erhalten, uch dann noch im Gleichgewicht. Wirkt also in a eine Kraft P nach aP, in b eine Q der aP gleichlaufend, und in y eine Kraft +Q nach yR der aP gleichlaufend, so bleibt : im Gleichgewicht, wenn $nC \times P = mC \times Q$ (av und bw auf CR senkrecht gezogen)

$$av \times P = bw \times Q$$

Lehrs. 5.

39. A, B (fig. 6.) seyen Punkte in der I, welche von Kräften P, Q nach willkühr- ichtungen AP, BQ angegriffen werden, die :r in D zusammenstossen; Cm, Cn seyen kel aus einem Punkte der geraden AB auf tungslinien der Kräfte, so daß $P \times Cm$ Cn sey, so ist DC die Linie des mitt- Drucks.

Bew.

Bew. 1. Die Ebene MN wird von ein Kraft P am Ende eines Halbmessers Cm auf einer Weise um den Punkt C gedreht, man mag von aus welchen Halbmesser man will = Cm nehmen nimmt man also Cv = Cm und läßt p = P in senkrecht nach vp ziehen, so wird die Ebene ebenso u C gedreht wie von P in m.

Es ist aber p mit Q im Gleichgewicht, wen $Cv \times p = Cn \times Q$, folglich auch P mit Q i Gleichgewicht, wenn $Cm \times P = Cn \times Q$ ist.

2. Wenn also die AB in einem Punkte gehalte oder nach einer dem mittleren Druck entgegengesetzt Richtung gedruckt werden soll, so daß die Ebene völl ruhig bleibt, so muß diese entgegengesetzte Kraft R i C angebracht werden, z. B. nach CE, deren Lage er noch bestimmt werden soll.

$$AC = \frac{AB . Q . \sin \beta}{P . \sin \alpha + Q . \sin \beta}$$

Zus. 2.

§. 41. Wären A, B (fig. 7) die von P, Q, [illegible]rissenen Punkte, und sollte nun eine in der [illegible] [illegible]rachte Kraft R die Ebene im Gleichgewicht erhal[illegible] so darf man nur a, b statt A, B als die von [illegible] angegriffenen Punkte betrachten und nun,

$$ac = \frac{ab . Q . \sin \beta}{P . \sin \alpha + Q . \sin \beta}$$

[illegible]n, so ist c der Punkt, in welchem die dritte [illegible] R angebracht werden muß.

So giebt sich auch C in AB, und dann ist cC [illegible]nie des mittleren Drucks, ohne daß man die [illegible] des Dreiecks suchen darf.

Lehrs. 6.

§. 42. Nimmt man von der Spitze D der ver-

Bew. I. Nach der Voraussetzung ist

$$ao : bo = Q : P$$

Zieht man nun on, om senkrecht auf DP, D[illegible]
so ist

$$\triangle\, aon \backsim \triangle\, bom$$

und

$$ao : on = bo : om$$

oder

$$ao : bo = on : om$$

daher auch

$$on : om = Q : P$$

und

$$on . P = om . Q$$

folglich Do die Linie des mittlern Drucks der [illegible]
nach (§. 39.)

II. Man verlängere die oD nach E, und neh[illegible]

Erklärung 16.

.3. Wenn ein Punkt D (fig. 8.) von räften P, Q nach verschiedenen Richtungen) angegriffen wird, die Kräfte mögen nun Punkt unmittelbar oder an andern in ihren llinien DP, DQ wo man will angenomme- ten A, B angebracht seyn, so heissen solche kräfte in Bezug auf die mittlere R, welche in derselben Ebene an D ange- erden müßte, um die ganze Ebene im richt oder D ruhig zu erhalten.

Zus. 1.

14. Aus den beiden Seitenkräften P, Q ergiebt sich, wenn man Q durch Db und P ausdruckt, die mittlere

$$= \sqrt{(ao^2 + Da^2 - 2\,ao \,.\, Da \,.\, \mathrm{Cos}\, Dao)}$$

26) oder, wenn man die mittlere R heißt

$$= \sqrt{(Q^2 + P^2 + 2\,P \,.\, Q \,.\, \mathrm{Cos}\, PDQ)}$$

rmel mit der

$$= \frac{AB \,.\, Q \,.\, \sin ABQ}{P \,.\, \sin BAP + Q \,.\, \sin ABQ} \quad (\S.\ 41)$$

n, wo A und B in DP und DQ willkühr- nommen werden können, giebt Grösse und der mittleren Kraft.

Zus. 2.

14*. Wäre in A (fig. 8*) eine Kraft P , in B eine Q nach BQ angebracht, deren slinien in D einander begegnen, so kann man verlängerten AD die DE = P und auf der

 DB

DB die DG = Q nehmen, aus welchen beiden m
Verzeichnung des Parallelogramms die mittlere I
entsteht, welche also die Lage und Grösse der Kraft
bezeichnet, mit welcher D nach DF getrieben wi
es muß also für den Fall des Gleichgewichts in
verlängerten FD, wo man will, eine Kraft R der I
gleich und entgegengesetzt angebracht werden, z. B.
C, oder in m, oder in n wo man will. Man
also in diesem Falle die angebrachte R = FD als
mittlere zu betrachten. Weil nun, für Ca = C
und Aav = aAP, eine Kraft o = P mit der P
Gleichgewicht ist, und die v = o den Punkt a
Ruhe erhält, so muß das System noch in Ruhe bl
ben, wenn statt der Kraft P in A die v in a na
av angebracht wird. Weil nun in diesem Falle, we
Cx auf av und Cy auf die verlängerte QB senkre
ist, P.Cx = Q.Cy seyn muß, so muß auch P.C
= Q.Cy seyn, wenn Cs auf AP senkrecht gezog

[...]immen wird, wo Zähler und Nenner Perpendikel [...] irgend einem Punkte der Linie des mittleren [...]cks oder der Richtungslinie der zum Gleichgewicht [...]derlichen mittleren Kraft auf die Richtungslinien [...] Seitenkräfte ausdrucken. So könnten also statt [...]erer Kräfte P, P', P'' 2c. die auf der einen Seite [...] DA an Punkten A, A', A'' 2c. nach Richtun[...]angebracht wären, welche mit AC, A'C, A''C 2c. [...] Winkel α, α', α'' 2c. machten, andere Kräfte p, [...] p'' 2c. auf derselben Seite von DF an einem ein[...] Punkte a nach einer Richtung ap angebracht [...]en, die mit der aC einen beliebigen Winkel γ [...]te, woferne (p + p' + p'' + 2c.) . aC . sin γ [...] P . AC . sin α + P' . A'C . sin α'

+ P'' . A''C . sin α' + 2c.

Sind also P, P', P'' 2c. zusammen mit der Q [...] Gleichgewicht, so bleibt dieses Gleichgewicht, [...] man statt der verschiedenen Kräfte P, P', P'', [...] A, A', A'' angebracht sind, eine einzige

$$[...] p + p' + p'' = \frac{P.AC.\sin\alpha + P'.A'C.\sin\alpha' + P''A''C\sin\alpha''}{aC.\sin\gamma}$$

[...]er Ca in a unter dem Winkel γ anbringt.

Die Linie des mittleren Drucks bleibt dann umge[...]rt, aber die Grösse des mittleren Drucks ändert [...] bei dieser Substituirung einer neuen Kraft ab, wie [...] Gleichung für R (§. 44) ergiebt.

Daher läßt sich das Gesetz des Gleichgewichts, [...]n in diesem Kapitel die Rede ist, allgemein so [...] rücken:

„Eine Kraft R, die in einem Systeme von „Kräften, deren Richtungslinien alle in einer „einer einzigen Ebene liegen, vollkommenes

 „Gleich-

tung, die nicht senkrecht auf AB wäre, gar kein E
ben zur Entfernung von AB seyn.

Zus. 1.

§. 48. Wenn daher die Kraft P nach Pb
physischen Punkt o an die feste Linie AB andr
(fig. 11), so muß der Punkt b dem von der Kra
angedruckten Punkt o einen hinlänglichen Wider
nach cb entgegensetzen, damit der Punkt o de
nicht aus der AB treiben könne.

Druckt man nun P durch ab aus, zieht di
senkrecht auf AB und verzeichnet das Parallelogr
bade, so ist ad oder eb die Grösse des Druck
AB, dem Punkt o müßte nach cb eine Kraft =
entgegen wirken, damit er nicht in die AB t
könnte. Aus den Kräften ab und eb entsteh

Zus. 2.

§. 49. Allemal erhält hierbei im Fall der Ruhe der Punkt o das Bestreben nach bf fortzurücken, welches der Kraft P gemäß ist. Dieses läßt sich auch so einsehen:

1. Die senkrechte be = ad ist = P. sin α; zieht man en auf bf senkrecht, so entsteht aus ihr nach bf die bn = be. Cos ebn = be. sin Bbf = be. sin α = P. sin α^2.

2. Man setze, um den Punkt o in Ruhe zu erhalten, neben o einen festen Punkt auf die Linie bB, der den o nach k fortzurücken verhindere, und zerlege die Wirkung nach bB oder die bk = bd gleichfalls in die kx, senkrecht auf bf und die bx, so ist bk = bd = P. Cos α, und bx = bk. Cos Bbf = bk. Cos α = P. Cos α^2; also

die ganze Wirkung
nach bf = P. (sin α^2 + Cos α^2) = P

3. Hingegen ist die Wirkung

ne = be. Cos α = P. sin α. Cos α
xk = bk. sin α = P. Cos α. sin α

also heben sich diese beiden einander entgegengesetzten Kräfte auf.

4. Sind also EB, DC (fig. 12) feste Linien, senkrecht auf BC, und werden nun parallel mit EB viele physische Punkte o durch die Kraft P an AB gedruckt, als in BC neben einander liegen könnten, müßte jeder dieser Punkte o, die nun nicht nach B ausweichen können, mit der ganzen Kraft P nach Pf fortzurücken streben. Wenn also der gesammte Druck, den alle diese Punkte zusammen auf BC ausüben würden,

senkrechten Druck Q bestimmen, welchen die A
Falle des Gleichgewichts leiden wird.

Aufl. Die von willkührlicher Länge der
parallel gezogene oy drücke die Kraft aus, mi
cher der Punkt o der CA gleichlaufend fortzu
strebt; zieht man nun yv auf oy senkrecht, und
zeichnet das Rektangel oyvq, so druckt ov die m
der beiden Seitenkräften qv (= oy) und yv
wovon erstere die Bewegung des Punktes o v
dert, und letztere den auf AC senkrecht entsteh
Druck bezeichnet, der durch den Widerstand der
Linie AC aufgehoben wird.

Hier ist nun $S . Cos\, ovq = vq = P . sin$
also

$$S = \frac{P . \sin \beta}{Cos\, p}$$

Der von S herrührende senkrechte Druck auf C

für $p = 90°$, oder wenn M, durch eine Kraft S der Richtung oq, ruhig erhalten werden soll, wird

$$S = \frac{P.\sin\beta}{0} = \infty$$

Bedeutung ist nicht, daß die Ebene M ein unendlich Bestreben nach qo hätte und deßhalb durch eine entgesetzte $S = \infty$ nach oq gedrückt werden müßte, Ruhe erhalten zu werden. Es wird damit nur an-, daß von einer nach oq wirkenden Kraft S gar kein nach oy wirkt, daß also gar nichts vorhanden wäre, ie Bewegung nach on verhindern könnte. Die Wir- nach oy, welche aus S entsteht, ist $= S.\mathrm{Cos}\,p$ also, $= 90°$, $= 0$. Und so folgt überhaupt aus der ung

$$S = \frac{p \sin\beta}{\mathrm{Cos}\,p}$$

wegs, daß die Ebene M nach zo ein Bestreben habe, $= \frac{P.\sin\beta}{\mathrm{Cos}\,p}$ sey. Die Kraft S muß darum so groß weil sie nicht ganz angewendet wird, der Bewe- von M entgegen zu wirken, sondern ein Theil davon estimmt ist, die Ebene M nach oq an die AC anzu- n; die zur Verhinderung der Bewegung (die nur yo erfolgen kann) bestimmte Wirkung ist nur ein Theil S, nämlich $= S.\mathrm{Cos}\,p$ und diese muß dem wirklichen A parallelen Bestreben $P.\sin\beta$ gleich seyn.

Zus. 2.

53. Ist der senkrechte Druck, welchen die (§. 50) verursacht, d. i. der Druck $P.\mathrm{Cos}\,\beta$ Art, daß mit ihm zugleich eine der Bewegung entgegengesetzte Hinderniß $= \mu.P.\mathrm{Cos}\,\beta$ so bleibt der Trieb nach on (§. 50) nur $P.\sin\beta - \mu.P.\mathrm{Cos}\,\beta$.

Zieht

Zieht die Kraft S nach oz, so entsteht da der senkrechte nach oq

$$= P . Cos\beta + S . sin p$$

und hieraus eine Hinderniß der Bewegung nach oy

$$\mu . (P . Cos\beta + S . sin p)$$

Soll also die entstehende Wirkung nach oy, S . Cos p gerade groß genug seyn, um M ruhig zu halten, so muß

$$S . Cos p = P . sin\beta - \mu . (P . Cos\beta + S . si$$

seyn. Daraus folgt

$$S = \frac{P . (sin\beta - \mu . Cos\beta)}{Cos p + \mu . sin p}$$

Ist die vom senkrechten Druck herrührende derniß auf gleiche Weise der Bewegung nach oy gegen, und soll S zugleich diese Hinderniß nach

AB gleichlaufend ziehen, und nun kann man
t der Summe von Kräften, welche in jeder ge-
uf AB senkrechten Linie in der Ebene M wir-
emal eine einzige Kraft in dem Punkte denken,
solche auf AB senkrechte Reihe von angegrif-
Punkten die ab durchschneidet, woferne diese
jener Summe gleich ist. So lassen sich also
äfte, die in die Ebene M wirken, so ansehen,
ten sie in Punkten der geraden de neben ein-
nkrecht auf AB angebracht. Und da es alle-
en Punkt o giebt, durch welchen die Linie rs
tleren Drucks durchgeht, so läßt sich das Bis-
uch auf eine solche Ebene anwenden, indem
lg nur derselbe ist, als wäre die Hauptsumme
ach den einzelen Linien wirkenden partiellen
n von Kräften in o beisammen nach os ange-

Viertes Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Kräfte, die Punkten nach Richtungen wirken, we nicht in einer einzigen Ebene liegen.

Lehrs. 7.

§. 55. Wenn an einem einzigen Punkte meh Kräfte nach Linien angebracht sind, nicht in einer einzigen Ebene liegen, so giebt es für sie alle eine Linie des mittleren Drucks.

Bew. Man denke sich die verschiedenen tungslinien mit 1, 2, 3, 4 . . . bezeichnet, so sich zuerst für 1 und 2 eine mittlere I finden,

so kann man sich jedes System parallel ange-
er Punkte als ein System paralleler Ebenen
, die alle in einer gewissen Anzahl von Punkten
arallelen Richtungen angegriffen werden. Für
nzele Ebene läßt sich nun wie für die M (fig.
54) die Linie des mittleren Drucks rs finden;
alle diese Linien rs, die in den verschiedenen
liegen, unter einander parallel sind, so giebt
die 1te und 2te eine mittlere I, zwischen I und
er eine mittlere u. s. w. Also giebt es für das
System eine mittlere Linie des Drucks, die in
Ebene liegt, welche mit den übrigen Ebenen des
ns gleichlaufend ist.

Erklärung 17.

§. 58. Eine Ebene, in der die Linie des mitt-
Drucks liegt, heißt eine Ebene des mittleren
ks oder Druckebene.

Zus. 1.

§. 59. Für jedes System parallel angegriffener
te giebt es also bei einer bestimmten Lage des
ms unzählich viele Ebenen des mittleren Drucks.
nur eine dieser Ebenen unterstützt, so ist das
m gegen den Umsturz geschützt. Soll es aber
gegen fortrückende Bewegung geschützt seyn, so
n alle solche Druckebenen in Linien, die auf die
ungen der Kräfte senkrecht sind, unterstützt seyn
o), woferne nicht besondere Hinderniße diesem
ücken entgegengesetzt sind.

Zus. 2.

§. 60. Die Linie des mittleren Drucks liegt alle-
m Durchschnitte zweier Druckebenen, daher sich
durch Versuche finden läßt.

Erklärung 18.

§. 61. Wenn ein System von Punkten A, B, C, D ꝛc. die wie man will liegen mögen, von Kräften P, Q, R, S nach parallelen Richtungen AP, BQ, CR, DS angegriffen werden, für welche die Linie des mittleren Drucks in vx fällt; und wenn nun mp ein Punkt in dieser Linie ist, durch welchen allemal die Linie des mittleren Drucks durchgeht, z. B. die 1,1 oder die 2,2, oder die 3,3 u. s. w. so bald die Richtungen der Kräfte so abgeändert werden, daß sie allemal der 1,1 oder der 2,2 oder der 3,3 u. s. w. parallel sind, so heißt m der Mittelpunkt des Drucks für dieses System.

Lehrs. 8.

§. 62. Für iedes System angegriffener Punkte giebt es einen Mittelpunkt des Drucks.

oder

$$av : ax = ad : ae = Q : P$$

folglich auch

$$av . P = ax . Q$$

daher die durch a parallel mit AE, BF gezogene yz gleichfalls eine Linie des mittleren Drucks (§. 38).

Demnach ist iede durch a gezogene gerade Linie eine Linie des mittleren Drucks, und a der Mittelpunkt des Drucks von A und B.

Wäre nun im ersten Fall noch ein dritter Punkt vorhanden, woran die R nach CR den AP, BQ gleichlaufend angebracht wäre, so verhielte sich die Sache wieder wie vorhin bei einem Paare paralleler Kräfte, denn man könnte statt der beiden P, Q in A, B iezt eine einzige S = P + Q in a nach bc anbringen, die dasselbe thäte, und für S und R gäbe es nun wie vorhin in der geraden aC wiederum einen Mittelpunkt des Drucks, welches nun der Mittelpunkt des Drucks für P, Q und R wäre.

Es giebt es also einen Mittelpunkt des Drucks für iede Anzahl von Punkten, in welche Kräfte nach parallelen Richtungen wirken.

Zus.

§. 63. Der Mittelpunkt des Drucks paralleler Kräfte, die in ein System wirken, liegt also allemal da, wo zwei Linien des mittleren Drucks einander durchschneiden. Daher läßt sich der Mittelpunkt des Drucks auch durch Versuche finden.

Fünftes Kapitel.

Vom Gleichgewicht eines Systems v[on] Punkten, in welche die Schwere wirkt, und vom Schwerpunkte.

Erklärung 19.

§. 64. Eine schwere Linie heißt hier eine fe[ste] Raumlinie, die in allen ihren Rau[m]punkten von der Schwere angegriffen wird; eben[so] eine schwere Ebene, eine feste ebene Raumfl[ä]che, die in allen ihren Raumpunkten den Eindrück[en] der Schwere unterworfen ist. Der Mittelpunkt [des] bloß von den Eindrücken der Schwere herrührend[en]

...rchschnitt o der Schwerpunkt (§. 63), der sich ...leicht durch Verzeichnung finden läßt.

2. Die Berechnung giebt ihn so:

Weil BE : BA = BD : BC = 1 : 2, so ist ED ... AC gleichlaufend.

Daher △ DoE ∽ △ AoC, und nun

$$Eo : oC = DE : AC = 1 : 2$$

...glich

$$Co = \tfrac{2}{3} CE.$$

...s gleichem Grunde auch

$$Ao = \tfrac{2}{3} AD$$

Zus. 1.

§. 66. Hieraus ergiebt sich der Schwerpunkt ei...liebigen schweren Vielecks wie ABCDEF (fig. 18), ...dem man solches durch Diagonalen BF, CF, CE ...in Dreiecke zerlegt, deren Grundlinien BF, FC, FE ...und CE in den Punkten m, n, o und p in zwei ...gleiche Theile getheilt werden, da man dann Aa = ...$\tfrac{2}{3}$ Am, Bb = $\tfrac{2}{3}$ Bn, Cc = $\tfrac{2}{3}$ Co und Dd = $\tfrac{2}{3}$ Dp ...nimmt. So erhält man der einzelen Dreiecke Schwer...punkte a, b, c und d.

Die Schwere wirkt also in das Vieleck ebenso, ...als wären bloß in a, b, c und d die Gewichte der ...zugehörigen Dreiecke angebracht, die ich durch 𝔄, 𝔅, ... und 𝔇 ausdrücken will.

Für 𝔄 und 𝔅 erhält man nun den gemeinschaft...lichen Schwerpunkt α, indem man (§. 35)

$$a\alpha = \frac{ab \cdot \mathfrak{B}}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} \text{ nimmt.}$$

Nimmt

Nimmt man ebenso auf der αc

$$\text{die } \alpha v = \frac{\alpha c \,.\, \mathfrak{C}}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})+\mathfrak{C}}$$

und nun auf der vd

$$\text{die } vx = \frac{vd \,.\, \mathfrak{D}}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})+\mathfrak{D}}$$

so ist x der Schwerpunkt des ganzen Vielecks.

Zus. 2.

§. 67. Ist ABCDEF (fig. 18) die Grundfläche eines schweren Prismas, so liegt ge- über in der andern Grundfläche derselbe Schwer- x, und in der Mitte der geraden Linie xx der Sch- punkt des ganzen Prismas.

Aufg. 7.

's sey ein gerades Element des Bogens DAB, rv die Richtung der in rs wirkenden Schwere, Cv . rs das Produkt aus der in rs wirkenden in die Entfernung vom Schwerpunkt C des Systems.

lber $rs : rn = Cr : Cv$

$$Cr . rn = Cv . rs$$

Zu allen Elementen (wie rs) gehören solche kleine te wie rns, wovon die Summe aller mit BD len Seiten (wie rn) = der geraden BD ist.

Es ist also die Summe der Produkten aus allen D wirkenden Kräften in ihre Entfernung von Cr . BD = CA . BD. Daher für das Gleich- t des ganzen Systems

$$CA . BD = Cm . P$$

weil BAD = P also $BD = \frac{BD}{BAD} . P$ ist,

$$CA . \frac{BD}{BAD} . P = Cm . P$$

$$\frac{BD . CA}{BAD} = Cm = Co$$

also der Schwerpunkt o bestimmt.

Aufg. 8.

. 69. Der Kreisausschnitt DCBAD (fig. 19) allen seinen Punkten schwer; man soll seinen erpunkt bestimmen.

Aufl. Der Ausschnitt ist aus einer Menge [illegible] cher kleiner Dreiecke wie rCs zusammengesetzt; zie[illegible] man CG durch die Mitte der Grundlinie rs, [illegible] nimmt $Cz = \frac{2}{3} Cr$, so ist z des elementarischen Dre[illegible] ecks Schwerpunkt (§. 65).

Beschreibt man nun aus C mit Cz einen Bog[illegible] dzb, so fällt zwischen iedes Paar Linien wie Cr, C[illegible] ein Stückchen des beschriebenen Bogens dzb, das se[illegible] nen Schwerpunkt gleichfalls in z hat.

Also haben der Kreisausschnitt und der in all[illegible] Punkten als schwer angenommene Bogen bzd einer[illegible] Schwerpunkt x, der sich ergiebt, wenn man auf der C[illegible]

$$Cx = \frac{bd \,.\, Cz}{bzd} = \frac{bd \,.\, \frac{2}{3} CA}{bzd}$$

$$= \frac{2 \,.\, BD \,.\, CA}{3 \,.\, BAD}$$

$$Ct = \frac{Cx - Cy).D}{A} + Cx$$

$$= \frac{Cx(A+D) - Cy.D}{A}$$

x = $\frac{2.BD.CA}{3.BAD}$ (§. 69) und $Cy = \frac{2}{3}Ca$
5) gegebene Grössen sind. Hierdurch wird also
Schwerpunkt t des Kreisabschnittes bestimmt.

Zus. 2.

§. 71. Setzt man die ringförmige Fläche BDdb
M, den Ausschnitt dCb = N, und ist t der
werpunkt von M; y der von N, so erhält man
o

$$Ct = \frac{Cx(M+N) - Cy.N}{M}$$

wiederum aus (§. 69)

$$Cx = \frac{2.BD.CA}{3.BAD}$$

$$Cy = \frac{2.bd.Cb}{3.bzd}$$ ist.

Aufg. 9.

§. 72. Den Schwerpunkt einer jeden Pyra-
e zu finden.

Fl. I. Wenn die Grundfläche ABC ein Dreieck
fig. 20).

Man nehme BE = EC und ziehe die DE, auf
man die En = $\frac{1}{3}$DE nimmt; zieht man nun die

 nA,

in einen einzelen Raumpunkt ε heißt, so ist P.ε d[illegible] Summe aller Eindrücke; wird nun in n ein Gewi[illegible] = P.ε angebracht, und in A der Schwerkraft en[illegible] gegen eine Kraft R = 2 P.ε, so muß dieses gan[illegible] System in Ruhe beharren.

2. Wenn die zu ieder Abscisse (wie AC) = [illegible] gehörige Ordinate (wie CD) durch y ausgedruc[illegible] wird, so ist iede Raumlinie, wie DE, = 2y un[illegible] die Summe von Eindrücken der Schwere in iedes El[illegible] ment der Fläche ist (Alg. §. 56) = (2ydx).ε also, dx = 1 Raumpunkt verstanden, das Produk[illegible] aus ieder solcher Summe von Eindrücken in die Ent[illegible] fernung des Elements von A = x ⋈ 2ydx.ε, un[illegible] die Summe dieser Produkte für die Fläche von A bis DE

$$= 2\int \varepsilon x y d x$$

Für das Gleichgewicht, mit P.ε in n, hat man als[illegible]

$$An.P.\varepsilon = 2\int \varepsilon x y d x$$

I. Ex. AD (fig. 21) sey eine gerade Linie, DAE ein Dreieck, für welches allgemein $ax = y$ gesetzt werden kann, so ist für jedes x,

$$Am = \frac{\int ax . xdy}{\int axdx} = \frac{\frac{1}{3} ax^3}{\frac{1}{2} ax^2}$$

$$= \frac{2}{3} x$$

also, für $x = AC$,

$$Am = \frac{2}{3} AC$$

(vergl. §. 65.

II. Ex. AD sey eine Parabel (höhere Geom. §. 19), so ist $y^2 = bx$ (höh. Geom. §. 20), also

$$Am = \frac{\int b^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} . xdx}{\int b^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx} = \frac{\int x^{\frac{3}{2}} dx}{\int x^{\frac{1}{2}} dx}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}}}{\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{5} x$$

Aufg. 11.

§. 74. DAE (fig. 21) sey ein Durchschnitt des Sphäroids (höh. Geom. §. 16), in welchem die Axe AB liegt; man soll den Schwerpunkt m des Sphäroids finden.

Aufl. Das Element des Sphäroids ist für die Abscisse x, zu der im Durchschnitt die senkrechte Ordinate y gehört, $= \pi y^2 dx$ (Alg. §. 59). Man er-

erhält daher, nur πy^2 statt $2y$ geschrieben, vorhin

$$Am = \frac{\int \pi y^2 x dx}{\int \pi y^2 dx} = \frac{\int y^2 x dx}{\int y^2 dx}$$

I. Ex. Das Sphäroid sey ein senkrechter ...gel, dessen Durchschnitt ein gleichschenklichtes Dr... ist, für welches $ax = y$ gesetzt werden kann, i... des Kegels Axe zugleich die Abscissenaxe ist, so er... man für iedes x

$$Am = \frac{\int a^2 x^2 . xdx}{\int a^2 x^2 dx} = \frac{a^2 . \frac{1}{4} x^4}{a^2 . \frac{1}{3} x^3}$$

$$= \frac{3}{4} x$$

wie (§. 72).

II. Ex. Das Sphäroid sey ein parabolis... auf dessen Axe die Abscissen mit den senkrechten ...naten genommen werden, so ist (höh. Geom. §.

r die Halbkugel, d. i. für $x = \frac{1}{2} a$ in

$$= \frac{\frac{1}{6} a^2 - \frac{1}{16} a^2}{\frac{1}{8} a} = \frac{5}{16} a$$

an sieht hieraus, mit welcher Schnelligkeit die
lysis Resultate liefert, die man ohne sie zum
nicht finden würde. Inzwischen läßt sich doch
ie der Schwerpunkt von Körpern nicht finden,
von keinem bestimmten Gesetze abhängt. Wenn
eses Gesetz nicht kennen, so giebt es doch, wie
gen Lehre erhellet, für jedes System von schwe-
en, also für Körper von jeder Form einen
kt.

wir übrigens gleich keine Körper haben, die in
alb ihrem äusseren Umfange liegenden Punkten
en, wie bei den bisherigen Berechnungen in
schwere Ebenen und schwere Körper angenom-
n ist, so erhellet doch die unmittelbare Anwend-
so gefundenen Formeln auf unsere Körper, so-
als gleichförmig dicht, d. h. als solche ange-
erden können, welche in sehr kleinen gleichgros-
en Theilen des ganzen Körperraums gleichviele
unpunkte enthalten, weil solche mit einem völ-
Körper einerlei Schwerpunkt haben. Von Me-
mmter Art gilt diese Voraussetzung in grosser
, so auch vom Wasser, Weingeist u. d. g. nicht
von den einzelen Holzarten. In völliger
mögte sie wohl von keiner Art von Materien

us dem Bisherigen erhellet auch, daß zwischen
Körpern ein centraler Stoß (§. 24. Anm.)
, sobald sich ihre Schwerpunkte in einerlei ge-
e bewegen und ihre Berührungspunkte beim
dieselbe Linie fallen.

Erklä-

Erklärung 20.

§. 75. ABCD (fig. 22) sey ein Rektan mit horizontaler Grundlinie AB, BE sey gleichf horizontal und auf die AB senkrecht, CE ein P pendikel aus C auf die BE, so heißt hier AB eine schiefe Ebene, CBE ihr Neigung winkel.

Aufg. 12.

§. 76. Auf der schiefen Ebene ABC (fig. liegt ein schwerer Körper, man soll die Wirkun der Schwere in denselben bestimmen.

Aufl. M sey eine der Fläche BCE paral Schwerebene des Körpers, o der Schwerpunkt, ein rechtwinklichtes Dreieck, das mit der M in ei lei Ebene liegt, so verhält sich alles in Ansehung Schwerebene M und des Dreiecks abc völlig so, (fig. 14. §. 54) in Ansehung der Ebene M auf

Sechstes Kapitel.

Vom mathematischen Hebel.

Erklärung 21.

ein System von angegriffenen Punkten, die ' samt den Richtungslinien der an ihnen ten Kräfte in einer festen Ebene liegen, mathematischer Hebel, wann im r entstehenden Bewegung das ganze Sy- um einen gemeinschaftlichen Punkt drehen Dieser gemeinschaftliche Punkt heißt der unkt oder auch Umdrehungspunkt h Hypomochlium). Die geraden Li- Umdrehungspunkt bis zu den angegriffenen heissen Hebelärme. Liegen die Hebel- einer einzigen geraden Linie, so heißt der geradlinigter, in andern Fällen ein lhebel oder gebrochener Hebel.

) nenne überdas einen mathematischen Hebel nfachen oder einen vielfachen, nachdem wei oder mehrere Aerme hat.

vom Hebel schlechtweg die Rede ist, wird n einfacher verstanden.

Erklärung 22.

78. Der geradlinigte mathematische Hebel zweiseitiger (*vectis heterodromus*) oder Hebel der ersten Art, wenn seine beiden auf verschiedenen Seiten des Ruhepunktes ein einseitiger (*vectis homodromus*) oder

auch ein Hebel der andern Art, wenn [...] Hebelarme auf einer Seite des Ruhepunktes lieg[...]

Erklärung 23.

§. 79. Die Produkte aus den angebrac[...] Kräften in die Entfernungen des Ruhepunktes [...] ihren Richtungslinien heissen statische Mome[...] der Kräfte.

Lehrs. 9.

§. 80. Sowohl am einseitigen als am zwe[...] tigen Hebel, er mag geradlinigt oder gebrochen [...] sind Kräfte P und Q im Gleichgewicht, wenn [...] statischen Momente gleich groß sind, d. i. [...] (fig. 23, 24, 25 u. 26)

$$P . Ca = Q . Cb$$

ist.

Nicht nur beim zweiseitigen Hebel (fig. 24), sondern auch beim einseitigen (fig. 25) muß nach (§. 44*) der unverrückbare Punkt C in der Linie des mittleren Drucks liegen. Die Lehre vom Hebel erfodert also nach Voraussendung des 3ten Kapitels keine besondere Theorie, sie ist nur Anwendung der dortigen allgemeineren Lehren, die in der That folgenden allgemeinen Satz in sich schliessen.

Cartesischer Grundsatz.

§. 80 a. Wenn Kräfte P, Q an verschiedenen [Punk]ten p, q, von welchen keiner ohne den andern [in] Bewegung gerathen kann, so angebracht werden, [daß] jede die Bewegung der andern zu verhindern [sucht], so erhalten sie einander im Gleichgewicht, wenn [sie] sich verkehrt wie die Wege verhalten, welche die [von] ihnen angegriffenen Punkte im Falle einer entstehenden Bewegung gleichzeitig durchlaufen müßten.

Und hiermit ist wiederum der folgende ganz [gleich]geltend.

[Gru]ndsatz von den virtuellen Geschwindigkeiten.

§. 80 b. Entgegengesetzte Kräfte erhalten einander im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt [wie] die Geschwindigkeiten verhalten, mit welchen [die] von ihnen angegriffenen Punkte gleichzeitige Bewegung anfangen würden, oder wenn die Produkte [aus] den Kräften in ihre gleichzeitige Anfangsgeschwindigkeiten gleich groß seyn würden.

[A]nm. Es versteht sich, daß nur von Wegen (§. 80 a) oder [vo]n Geschwindigkeiten (§. 80 b) nach denienigen Richtungen die Rede seyn kann, nach welchen die Kräfte wirken. Uebrigens läßt sich die Wahrheit des Cartesischen Princips oder des ihm gleichgültigen von den virtuellen

 Geschwin-

Geschwindigkeiten auch aus der Natur der Sache fol[...] ohne jene speciellere Beweise des 3ten Kap. herleiten.

Wenn auf einen Punkt eine zehenfache Kraft wi[rkt,] die in einem gewissen Zeittheilchen die kleinstmögliche Or[ts]änderung des angegriffenen Punktes bewirkt; und [...] während demselben Zeittheilchen die einfache Kraft auf [ei]nen Punkt, der sich ohne jenen nicht bewegen kann, [...] wirkt, daß letzterer zehen kleinstmögliche Ortsänderun[gen] leidet, so leidet letzterer den einfachen Eindruck in [dem] ganzen Zeittheilchen zehenmal nach einander; ersterer lei[det] in demselben Zeittheilchen den einfachen Eindruck zehen[-] fach auf einmal, aber auch nur einmal. Wirkte in ers[te]ren nur die einfache Kraft, so hätte die jetzt da an[ge]brachte Kraft das zehenfache Streben zur Bewegung, wie der andere Punkt gleichfalls das zehenfache Bestreben hat. Es kann also weder der eine noch der andere si[ch] bewegen.

welches unmöglich ist, weil der Raumpunkt
: Theile hat.

diesem untheilbaren Zeitpunkt ist aber auch
Fortrücken durch einen einzigen Raumpunkt
weil, woferne irgend ein Element mehr als
mpunkt in einem Zeitpunkt durchlaufen sollte,
r einen Theil ienes Zeitpunkts darauf ver-
um durch einen Raumpunkt durchzukommen,
iederum wegen der erwiesenen Untheilbarkeit
nktes unmöglich ist.

Zus.

:. Wenn also in gleichen Mengen von Zeit-
igleiche Mengen von Raumpunkten, d. h. in
iten ungleiche Räume von verschiedenen Ele-
rchlossen werden, so können diese verschie-
nten während ienen Zeiten nicht gleichviele
hindurch in wirklicher Bewegung gewesen
:mnach kann die Verschiedenheit der Ge-
iten verschiedener Elemente oder verschiedener
:ß in der Verschiedenheit der Menge von
ı, welche ieder Körper wirklich auf Bewe-
›endet, ihren Grund haben. Jeder in Be-
setzte Körper, der noch einer grösseren Ge-
ıt fähig wäre, muß also nothwendig, so
seine Geschwindigkeit seyn mag, sich in ei-
hselnden Zustande von Ruhe und Bewegung
so daß seine Bewegung nie stetig ist, son-
ıur um deßwillen stetig erscheint, weil uns
Zeittheil, in welchem der Körper ruhig
bemerkbar verschwindet oder ieder uns be-
Zeittheil schon unzähliche solche Zeitpunkte in
t, welche auf wirkliche Fortrückungen ver-
erden. Ein Körper kommt aus einem

 Punk-

Punkte A in einen entfernten B mit stetiger Be[wegung], wenn er in iedem Zeitpunkte, der währe[nd] dieser Bewegung verfloß, um einen Raumpunkt f[ort]rückte. Mit dieser stetigen Bewegung ist also zugl[eich] die größtmögliche Geschwindigkeit verbunden, und ist für stetige Bewegung keine Verschiedenheit [der] Geschwindigkeit möglich.

Erklärung 24.

§. 83. Unter dem Fall eines Körpers vers[teht] man allgemein dieienige Bewegung desselben, wodu[rch] er sich einer unter ihm, d. h. dem Mittelpunkt [der] Erde näher liegenden horizontalen Ebene vermöge [der] Eindrücke der Schwere nähert, es mögen noch [an]dere Kräfte mitwirken oder nicht. Wirken gar k[eine] andere Kräfte auf den Körper, welche die Wirk[ung] der Schwere verändern können, so heißt der [Fall] ein freier Fall, und die allgemeinen Bestimmungen [...]

Aufg. 13.

§. 85. Aus der Voraussetzung des Gesetzes Trägheit (§. 10) und daß die Schwere eine ränderliche absolute Kraft sey, die Gesetze des Falles schwerer Körper herzuleiten.

Aufl. 1. Wenn ein Körper in einem gewissen punkt sich selbst überlassen wird, so daß nun die were frei in ihn wirken kann, so ist

	Fallhöhe.		Fallhöhe.
1sten Zeittheilchen	1 Rpunkt	In 1 Zeitth.	1 Rpkt.
2ten — — —	2 Rp.	2 — —	3 Rp.
3ten — — —	3 Rp.	3 — —	6 Rp.
4ten — — —	4 Rp.	4 — —	10 Rp.
.		.	
.		.	
.		.	
nten — — —	n Rp.	In n Zeitth.	(1 + 2 + 3 + 4 . . . + n) Rp.
.		.	
.		.	
.		.	
rten — — —	r Rp.	In r Zeitth.	(1 + 2 + 3 + 4 + 5 . . . + r) Rp.

2. Die in n Zeittheilchen durchloffene Fallhöhe s, die in r Zeittheilchen durchloffene S, so hat (Alg. §. 29. IX)

$$s = \frac{(n+1).n}{2};\quad S = \frac{(r+1).r}{2}$$

$$s : S = (n+1).n : (r+1).r.$$

3. Für jeden uns nur bemerkbaren Raum, der B. auch nur dem Durchmesser eines feinen Haares

 gleich

gleich wäre, müssen s und S oder $\frac{(n+1).n}{2}$ und $\frac{(r+1).r}{2}$ doch ungeheure Zahlen seyn, weil sie die Mengen von Raumpunkten ausdrucken, aus welchen ein solcher Raum besteht. Daher ist das Verhältniß $(n+1) : (r+1)$ von dem $n : r$ nicht zu unterscheiden, folglich ohne merklichen Fehler

$$s : S = n^2 : r^2$$

Die Zeit, worin s durchloffen wird, sey in merkbaren Zeiteinheiten, z. B. in Sekunden $= t$; die Zeit, worin S durchloffen wird, in ebensolchen Zeiteinheiten, $= T$, so ist

$$n : r = t : T$$

also

$$s : S = t^2 : T^2$$

[i]n der 1ten Sek. von einer Höhe S = g frei
[fä]llt, so hat er am Ende der 1ten Sek. eine Ge-
[schwindigkeit v]ermöge der er in den folgenden r Zeittheilchen,
[d. i. i]n der folgenden Sek. einen Raum = 2 g durch-
[laufen] könnte.

[W]ird also die Geschw. für Sekunden ausgedruckt,
[so ist d]ie Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers
[am En]de der 1ten Sek = 2 g

[5]. Aus (no. 1) erhellet, daß die Geschwindig-
[keit de]r Zeit proportional ist; heißt also die Geschw.
[am En]de der 1ten Sek. v, am Ende der tten c, so
[ist] ...

$$1 : t = v : c$$

$$\text{II. } c = t . v = 2gt \text{ (no. 5)}$$

[6]. Wenn inzwischen ein einzeles Zeittheilchen
[(no. 1)] N Raumpunkte enthält, also auch am Ende
[des 1]ten Zeittheilchens die erlangte Geschwindigkeit
[für 1 Z]eittheilchen = N Rpkte wäre, so müßte der

Wenn also der Werth von t, welcher N Zei-
punkte enthält, durch τ ausgedrückt wird, so kann m

$$c = 2g\tau$$

werden, und die Gleichung $c = 2gt$ gilt nur s
lange als t nicht $> \tau$ wird.

8. Aus (no. 6) hat man auch

$$\text{III.} \quad t = \frac{c}{2g}$$

9. Und nun, diesen Werth von t gebraucht
aus (no. 4)

$$\text{IV.} \quad s = \frac{c^2}{4g}$$

woraus sich zugleich

$$c^2 = 4g.s$$

also

[...]n auf fallende Körper setzen also voraus, daß der [...]derstand der Luft noch nicht bedeutend sey und daß [...]für die erste Sekunde des Falles als Null angesehen [...]den könne. Er wird aber desto bedeutender, je [...]r der Werth von s die Höhe von 15,6 Rhl. F. [...]trifft.

Zus.

§. 86. Wenn der in t Sek. durchloffene Raum [...] der in t + 1 Sek. durchloffene S heißt, so hat (§. 85. no. 4. I)

$$s = t^2 g,\ S = (t+1)^2 . g = t^2 g + (2t+1) g$$

$$S - s = (2t+1) . g$$

Ist t eine ganze Zahl, so ist 2t + 1 die t te [unge]rade Zahl. Also nehmen die Räume oder Fallhö[hen] frei fallender Körper in den nach einander fol[gend]en Sekunden zu wie die ungeraden Zahlen.

Zeiten.	Fallhöhen.
1 Sek.	1 . g
2 —	1+3).g
3 —	(1+3+5).g
4 —	(1+3+5+7).g
.	
.	
.	
.	
n —	(1+3+5+7...+n).g

Der vorstehende Satz hat aber nur seine Richtig[keit] wann t eine sehr grosse Menge von Zeittheilchen [(§.] 85. no. 1) in sich begreift (§. 85. no. 3). Wer[den] die Zeiten durch Mengen von Zeittheilchen (§. 85. [no.] 1) ausgedruckt, so nehmen die Fallhöhen wie die [Zah]len der natürlichen Zahlenreihe zu; nämlich

Zei-

Zeiten.	Fallhöhen.
1 Zeittheilchen	1 Rpunkt
2 ———	1 + 2
3 ———	1 + 2 + 3
.	
.	
.	
n ———	1 + 2 + 3 . . 3·

Anm. 1. In der Ausübung haben wir es immer mit
then von t zu thun, die den Bedingungen, unter w
die Formeln für den freien Fall (§. 85) ihre Anwe
keit behalten, Genüge thun. D. h. wir haben n
grosse Werthe von t, auch nie so kleine, daß die
der Unanwendbarkeit (§. 85. no 7. und hier §. 86) e
ten könnten. Daher behalten die Galileische Geset
alle mathematische Untersuchungen über Bewegungen
uns in der Natur bemerkbar sind, ihre Richtigkeit.

Anm. 2. Die vorstehenden Sätze sind, wie man sieht,

Werthe gar nicht zu wissen braucht. Ebendas ist hier
Fall. Die Grösse der Zeittheilchen (§. 84) braucht
nicht zu kennen, um den allgemeinen Satz daraus her-
en, daß sich die in den einzelen Zeittheilchen durch-
e Räume nicht wie die ungeraden, sondern wie die
: natürlichen Ordnung auf einander folgenden Zahlen
lten. Wer gründliche Kenntniß der Natur liebt, kann
darum diesen Satz nicht für unwichtig halten; er
aber seine Wichtigkeit umsoviel mehr erkennen, wenn
leich sieht, wie die Gesetze der Bewegung für be-
are oder wirklich ausmeßbare Zeiten daraus hergelei-
erden. Und zuletzt muß es doch wohl befriedigender
die Anwendbarkeit der Galileischen Gesetze aus der
: der Sache zu erkennen, als diese Gesetze aus un-
en Gründen abzuleiten und nur darum beizubehalten,
sie mit unseren Erfahrungen übereinstimmen. Da die
eischen Gesetze nur auf ausmeßbare Zeiten und auf
richtig angewendet werden, wenn sich gleich die Räu-
llender Körper wie die Triangularzahlen unbekannter
en von Zeitatomen (so nennt Kästner meine Zeit-
e; er verwechselt aber Zeitatome mit meinen Zeit-
lchen, die selbst schon Mengen von Zeitatomen sind)
lten, so paßt auch ganz und gar nicht die Frage hier-

Erklärung 26.

§. 87. Die zu irgend einer Geschw digkeit c gehörige Höhe heißt die Höhe, welcher ein schwerer Körper frei herabfallen mi um die Geschw. c zu erlangen; ebenso versteht unter der zu irgend einer Höhe h geh gen Geschwindigkeit die Geschwindigkeit, che ein Körper erlangt, wenn er durch eine Hö frei herabfällt.

Hierzu dienen die Formeln (§. 85. IV. V.)

Achtes Kapitel.

Umstände, welche die beschleunigende Kr unserer Schwere abändern; insbeson

re frei überlassen in derselben Zeit den Raum der Richtung der Schwere durchlaufen

ew. 1. Die Menge schwerer Atomen, wor- Körper besteht, sey = m, so wirkt in ieden ne Kraft $= \frac{\mathfrak{P}}{m}$. Soviel Kraft ist also für tom nöthig, um ihn, und mit ihm alle übri- h. den ganzen Körper, in der Zeit t durch g s zu treiben.

Wirkt nun in die Masse desselben Körpers aft nach irgend einer Richtung so, daß sie ihr ser Richtung die bewegende Kraft p mittheilt, as Bestreben eines ieden einzelen Atoms nach Richtung $= \frac{p}{m}$.

Man ist berechtiget anzunehmen, daß die der Ortsänderungen in einerlei Zeit der Grösse aft proportional sey, welche diese Ortsände- bewirkt. Wenn also der im Fall (no. 2) rper in der Zeit t durchloffene Raum S heißt, man

$$s : S = \frac{\mathfrak{P}}{m} : \frac{p}{m}$$
$$= \mathfrak{P} : p$$

$$S = \frac{p \cdot s}{\mathfrak{P}}.$$

Die Erfahrung bestätiget die Voraussetzung no. 3. mmen-

Zus.

Zus.

§. 89. Weil für die erste Sekunde des frei[en] Falles s = g (= 15, 6 Rhl. Fuße) ist, so hat m[an] im Falle (§. 88)

$$S = \frac{p}{\mathfrak{P}} \cdot g$$

für die 1te Sekunde der Bewegung. Da nun für a[lle] unveränderliche absolute Kräfte dieselben Sätze gelt[en,] welche (§. 85) von derjenigen bewiesen worden si[nd,] die wir die Schwere nennen, indem man dort f[ür] jede solche beschleunigende Kraft nur g statt g schr[ei]ben darf, so daß g den iedesmal in der ersten Se[kunde] durchloffenen Raum ausdruckt, so erhält man für d[ie] Bewegung eines Körpers, der in die Umstände (§. 8[8]) versetzt wird, alle erfoderliche Formeln, wenn ma[n] darin g statt g schreibt, und iedesmal

$$g = \frac{p}{\cdot} \cdot g$$

Zus. 1.

). Wenn die in der Masse $\mathfrak{P}$ wirkende na-
chwere $= 1$, und die beschleunigende Kraft,
derselben Masse die bewegende Kraft p be-
f gesetzt wird, so hat man auch

$$f : 1 = g : g$$

der Kraft f wird in der Zeit t der Raum
}, und vermöge der Schwere der Raum h $=$
hlossen, also auch

$$f : 1 = s : h$$

während der Bewegung unveränderlich bleibt.

re aber f eine veränderliche beschleunigende
) bleibt sie nur für ein Zeittheilchen dt un-
ich, und da für dieses Zeittheilchen die durch-
äume ds und dh sind, so gilt alsdann das
ß, vermöge dessen sich die beschleunigende
ie die in gleichen Zeiten durchloffene Räume
, bloß für die Räume ds und dh; man hat
esem Falle nur

$$f : 1 = ds : dh$$

$$f = \frac{ds}{dh}$$

und h gleichzeitig durchloffen werden.

Zus. 2.

90*. Ist $f = \frac{p}{\mathfrak{P}}$ eine unveränderliche be-
Kraft, vermöge der ein Körper in irgend ei-
t den Raum s durchlauft, und durchlauft ein
in irgend einer andern Zeit T den Raum h
der frei wirkenden Schwere, so erlangt iener

eine gewisse Geschwindigkeit c, dieser eine C, und ist (§. 85. V.)

$$c : C = 2\sqrt{gs} : 2\sqrt{gh}$$

Soll also c = C seyn, so hat man

$$g . s = g . h$$

und

$$g : g = h : s$$

also auch

$$f : 1 = h : s$$

und
$$f = \frac{h}{s}$$

Ist aber die beschleunigende Kraft veränderl so kann sie nur für die Räume ds und dh als un änderlich angenommen werden, und man hat als diesem Falle nur

dh

(§. 89) $= \sqrt{(\frac{p}{\mathfrak{P}}.g)} : \sqrt{(\frac{p'}{\mathfrak{P}'}g)}$

a

$$c^2 : \mathfrak{C}^2 = \frac{p}{\mathfrak{P}} : \frac{p'}{\mathfrak{P}'}$$
$$= p\mathfrak{P}' : p'\mathfrak{P}$$

$$c^2 . p'\mathfrak{P} = \mathfrak{C}^2 . p\mathfrak{P}'$$

$$c^2 . \mathfrak{P} : \mathfrak{C}^2 . \mathfrak{P}' = p : p'$$

p, p' die bewegende Kräfte der Massen $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}'$

Also verhalten sich die bewegende Kräfte verschiedener Massen wie die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten, die sie erlangen, wenn sie gleiche Räume durchlaufen.

Dieser Satz enthält das Leibnitzische Kräftenmaaß.

Setzt man die Dauer der Bewegung von $\mathfrak{P} = t$, $\mathfrak{P}' = t'$, so hat man auch (§. 89)

$$c : \mathfrak{C} = 2gt . \frac{p}{\mathfrak{P}} : 2gt' . \frac{p'}{\mathfrak{P}'}$$
$$= tp\mathfrak{P}' : t'.p'\mathfrak{P}$$

, für gleiche Zeiten,

$$c.p'.\mathfrak{P} = \mathfrak{C}.p.\mathfrak{P}'$$

$$c.\mathfrak{P} : \mathfrak{C}.\mathfrak{P}' = p : p'$$

die bewegende Kräfte verschiedener Massen verhalten sich wie die Produkte aus den Massen

in

in die nach gleichen Zeiten der Bewegung langten Geschwindigkeiten.

Dieser Satz enthält das Cartesische K tenmaaß.

Also sind beide Bestimmungen, die Leibni und die Cartesische gleich richtige Folgen aus den meinen Bewegungsgesetzen; nur sind c, C in de steren Formel allemal andere Verhältnißzahlen al C in der letzteren; in iener sind es Geschwindigk die beim Durchlaufen gleicher Räume erlangt den; in letzterer sind es Geschwindigkeiten, die in chen Zeiten der Bewegung erzeugt werden. Diese chiedene Bedeutungen vorausgesetzt ist das Leib che $c^2 : C^2$ mit dem Cartesischen $c : C$ ganz ein

Aufg. 14.

§. 91.* Ein schwerer Körper M, dessen

Man darf also (§. 85) überall nur $\sin\beta \times g$ g schreiben.

Zus. 1.

§. 92. Unter der vorigen Voraussetzung falle Körper nach bd herab, so daß da wagrecht, ba recht sey (fig. 27), so fällt er in der Zeit t nach durch einen Raum $h = t^2 . \sin\beta . g$, nach ba einen Raum $H = t^2 . g$ (§. 85. no. 4. u. §. 90), für einerlei Zeiten des Falls

$$h : H = t^2 \sin\beta . g : t^2 g = \sin\beta : 1$$

schreibt man nun aus der Mitte von ba, hier aus einen Kreis, der die ba in c schneidet, so wird $= \beta$, also auch

$$h : H = \sin\epsilon : 1 = bc : ba$$

läuft der Körper, der Schwere überlassen, die ... bc in derselben Zeit, in welcher er den Durch... ba beim freien Falle durchlaufen würde. Die... ..., c mag wo man will liegen, man könnte z. B. ... der bd nehmen, und nun $bka = \beta$, baf ϵ setzen.

Man kann also bf auch = ca nehmen, und ein ...erer Körper lauft in gleichen Zeiten durch bf und ... ba, wenn er durch bf auf einer schiefen Ebene ... durch ba frei herabfällt.

Da nun die beiden Dreiecke abf und bac kon... ... sind, also cab = fba ist, so hat man auch

$$cad = 90° - cab = 90° - fba$$
$$= bka$$

...nach werden gleiche Sehnen bf und ca, weil sie ...che Winkel mit der Horizontallinie machen, wie... ... in gleichen Zeiten, nämlich in derselben Zeit

 durch-

durchlossen, in welcher ein schwerer Körper fr
durch den ganzen Durchmesser ba fallen würde; die
ist $\sqrt{\frac{ba}{g}}$ (§. 85. VI).

Zus. 2.

§. 92*. Ein Körper, der sich selbst überl
sen längst einer schiefen Ebene abgleitet, z. B. v
C bis A (fig. 13), hat in A eine Geschwindigk
$= 2\sqrt{g.CA}$ (§. 85. no. 5) $= 2\sqrt{\sin\beta.g.C}$
$= 2\sqrt{\sin\beta\ g.\frac{BC}{\sin\beta}} = 2\sqrt{g.BC}$, d. i. dieselb
welche er in B haben würde, wenn er durch die lo
rechte CB frei herabgefallen wäre.

CB (fig. 28) sey lothrecht, AB eine krum
Linie, in der ein Körper oder sein Schwerpunkt v
a nach B so herabfalle, daß er überall der Tangen

Aufl. Der Punkt hat in p die Geschwindigkeit $2\sqrt{g(b-x)}$ (§. 92), also $dt = \frac{\frac{1}{2}a . d\,\text{Bogen np}}{2\sqrt{g(b-x)}}$; die Abscissen von C aus auf CA genommen sollen v heissen, so ist d Bog. np = — d Bog. sin y oder $- d\,\text{Bog. Cos}\,v = \frac{dv}{\sqrt{(1-v^2)}}$ (Alg. §. 55. II.) $= \frac{-dx}{\sqrt{(ax-x^2)}}$; daher

$$dt = -\frac{\frac{1}{2}a.dx}{2\sqrt{g.(b-x).(ax-x^2)}}$$

$$= -\frac{a\,dx}{4\sqrt{g(bx-x^2)(a-x)}}$$

Man kann aber hier beinahe a statt a — x setzen, dieses giebt

$$dt = -\frac{dx.\sqrt{a}}{4\sqrt{g.(bx-x^2)}}$$

Denkt man sich nun einen Kreis, dessen Durchmesser b wäre und bezeichnet die Abscissen aus dem Mittelpunkte dieses Kreises genommen mit z, so ist wiederum, b = 1 gesetzt,

$$-\frac{dx}{\sqrt{(bx-x^2)}} = \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)}}$$
$$= -d\,\text{Bog. Cos}\,z.$$

also

$$t = \frac{-\sqrt{a}}{4\sqrt{g}} . \text{Bog. Cos}\,z \quad (\mathfrak{H}$$

welches, für $z = \frac{1}{2}$ oder für x = b = 1, t = 0 giebt, daher keine Konstante hinzukommt. Für x = b. i. für den Augenblick, da der bewegte Punkt

 in

in A ankommt, ist z = — ½ und Bog. Cos (— ½) = Bog. 180° = π, wenn π die bekannte Ludolphische Zahl 3,14 .... bedeutet.

Daher für den Fall von n bis A

$$t = \frac{\sqrt{a}}{4\sqrt{g}} \cdot \pi = \tfrac{1}{4}\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$$

Das verneinte Zeichen in (♄) zeigt nur an, daß die Aenderungen von t und von Cos z einander entgegengesetzt sind.

Zus.

§. 94. Allgemein für ieden Werth von Am (fig. 29) hat man (§. 93)

$$dt = -\frac{a}{4\sqrt{g}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{((bx-x^2).(a-x))}}$$

Dieses Integral ergiebt sich gerade zu aus (Alg. §. 83.

nA durchloffen wird, nicht $= \frac{1}{4} \pi \surd \frac{a}{g}$, son-

$\surd \frac{a}{g}$ (§. 91). Aber eine solche Linie nA würde
b horizontal seyn, daß also von n nach A in die-
vermöge der Schwere keine Bewegung anfangen
Daher muß hier nA ein Bogen seyn, der mit
hne nicht mehr kongruent ist, wenn die Formel
oll angewendet werden können, und die Voraus-
= o ist daher gar nicht verstattet.

Erklärung 27.

n (fig. 30) sey ein schwerer Punkt,
ie steife Linie Cn, die man ohne Masse
verhindert wird, sich von dem unbeweg-
kt C zu entfernen, so daß daß er sich
Bogen BD, der mit C in einerlei loth-
ene liegt, vermöge der Eindrücke der
ewegen kann, so heißt die Linie Cn mit
en Punkt n ein einfaches Pendel.
dem n noch mehrere schwere Punkte ver-
ie sich mit ihm, im Fall der Bewegung,
C drehen müssen, so hat man ein zu-
esetztes Pendel; C heißt der Auf-
nkt auch Bewegungspunkt. Die
durch den Bogen BD, welchen der
nkt durchlauft, wenn das Pendel anfäng-
B erhoben wird, heißt ein Schwung
delschlag.

Lehrs. 12.

Wenn CA (fig. 30) lothrecht ist,
A genommen und nun das Pendel in der
ch selbst überlassen wird, so befindet es

 sich

sich am Ende eines Schwunges in der Lage CD; alle Hindernisse bei Seite gesetzt; und die Zeit des Niedergangs durch DA ist der Zeit des Aufgangs durch AD gleich.

Bew. Weil die Eindrücke der Schwere während der Bewegung von A nach D dieselben sind, wie von B nach A, nur der Bewegung entgegengesetzt, so muß der schwere Punkt einen Punkt D erreichen, von welchem er nach A zurückfallend wieder dieselbe Geschwindigkeit in A erlangen würde, die er bis in D verlohren hat; dazu wird aber erfodert, daß DA = BA sey. Damit aber gleichviele entgegengesetzte Eindrücke von A nach D erfolgen können, wie von B nach A, so müssen auch die Zeiten des Auf- und Niedergangs gleichgroß seyn.

Zus. 1.

§. 96. Wenn der schwere Punkt des einfache

gewöhnlich so aus: für den Schwung durch unendlich kleinen Bogen sey

$$t = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{2l}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

Der kleinstmögliche Schwung setzt wenigstens b Raumpunkt voraus (§. 94. Anm.); dazu gehört eben ein Bogen von unzählich vielen Raumpunk- daß sich also der Bogen für den kleinstmöglichen Schwung wohl nicht unendlich klein nennen läßt. Wird für unendlich kleine Bögen die Sehne im- r den Bogen genommen; nur hier soll man den lich kleinen Bogen von seiner Sehne unterschei- damit man nicht die Zeit des kleinsten Schwungs $\frac{2l}{g}$ erhalte (§. 93). Solche Verwirrungen fin- an bei den besten Schriftstellern.

Zus. 3.

§. 98. Wenn der Erhebungswinkel BCA (fig. nur wenige Grade beträgt, so ist schon $\frac{b}{8.l}$ ein ner Bruch, daß man ohne nachtheiligen Fehler r $\sqrt{\frac{l}{2g}}$ beibehalten kann. Ist T die Schwung- r ein Pendel von der Länge $\mathfrak{L}$ bei demselben g, man auch $T = \pi.\sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{2g}}$, also

$$t : T = \frac{\pi}{\sqrt{2g}}\sqrt{l} : \frac{\pi}{\sqrt{2g}}\sqrt{\mathfrak{L}}$$
$$= \sqrt{l} : \sqrt{\mathfrak{L}}$$

Folg-

Folglich auch

$$l : \mathfrak{L} = t^2 : T^2$$

Wenn das Pendel l in einer gewissen Zeit t Sekunden n Schwünge, und das $\mathfrak{L}$ in derselben N Schwünge macht, so macht das erstere in $\frac{t}{n}$ Sekunden und das letztere in $\frac{t}{N}$ Sek. einen Schw[...] also

$$\frac{t}{n} : \frac{t}{N} = \sqrt{l} : \sqrt{\mathfrak{L}}$$

oder $$Nn \cdot \frac{t}{n} : Nn \cdot \frac{t}{N} = \sqrt{l} : \sqrt{\mathfrak{L}}$$

d. i.

$$N : n = \sqrt{l} : \sqrt{\mathfrak{L}}$$

Neuntes Kapitel.

Momente der Trägheit, dessen Ein-
ıf die Bewegung eines Systems von
n, die sich in den verschiedenen Stel-
s Systems mit verschiedenen Ge-
indigkeiten bewegen, und insbe-
ndere vom zusammengesetzten
Pendel.

Aufg. 16.

Die kleinere und die grössere Scheibe (fig. 31), deren Massen ganz bei Seite ge-
rden, sollen sich im Fall der Bewegung um
neinschaftliche Axe durch a drehen; in b ist
r Tangente des Kreises eine Masse (etwa
eines um die Scheibe gelegten Fadens, des-
asse bei Seite gesetzt wird) angebracht, in
die Schwere nicht wirkt, die aber, woferne
bwere in sie wirkte, ein Gewicht = Q er-
würde; an derselben Scheibe wirke z. B. in
rum nach der Tangente des Kreises eine Kraft
die nämlich so stark drucken würde als ein
t = P, so wird die Masse Q durch die
in Bewegung gesetzt, so daß sie in der er-
ek. einen Raum = g durchlauft. Wenn
von b weggenommen und dagegen eine Masse
em Umfang der kleineren Scheibe z. B. in
ieselbe Weise angebracht wird: wie wird diese
R beschleuniget werden?

Aufl.

Aufl. Vermöge (§. 89) ist $g = \frac{P}{Q}$

Eine Kraft $\frac{ac}{ae}$. P in e, die der P in c gleichg

ist, treibt R in der ersten Sekunde durch einen R

$$g' = \frac{S}{R} . g = \frac{\frac{ac}{ae} . P}{R} . g;$$ ebenso wird also auc

beschleunigt, wenn statt der S in e die P in c a

bracht ist.

Da aber in iedem Fall des Punktes c Gesch

digkeit nothwendig $\frac{ac}{ae}$ mal so groß seyn muß als

des Punktes e oder der Masse R, so ist der in

iten Sek. von c durchloffene Raum

$$\mathfrak{Q} \cdot ac^2 = \mathfrak{R} \cdot ae^2$$

$$\mathfrak{Q} \cdot ab^2 = \mathfrak{R} \cdot ad^2$$

Wenn eine absolute Kraft an einem Hebel eine
Q in Bewegung setzt, deren Entfernung vom
hungspunkt q ist, so bleibt die Bewegung des
es, an welchem die Kraft unmittelbar angreift,
ndert, wenn man statt der Masse Q in der Ent-
ng q, eine andere R in der Entfernung r vom
ehungspunkte anbringt, woferne nur

$$\mathfrak{Q} \cdot q^2 = \mathfrak{R} \cdot r^2$$

t, oder woferne man nur

$$\mathfrak{R} = \frac{q^2}{r^2} \cdot \mathfrak{Q}$$

nt.

Erklärung 28.

§. 101. Wenn eine Masse Q so mit einem
kt am Hebel, wie (fig. 31 mit dem b) verbun-
ist, daß alle Theilchen der ganzen Masse mit
Punkte am Hebel gleiche Geschwindigkeit an-
en, so heißt das Produkt aus der Masse Q
s Quadrat der Entfernung jenes Punktes vom
rehungspunkt oder von der Umdrehungsaxe
hm $\mathfrak{Q} \cdot q^2$) das **Moment der Trägheit**
: Masse in Ansehung jener Umdrehungsaxe.

Zus.

§. 102. Sind also verschiedene Theilchen einer
', z. B. α, β, γ, in verschiedenen Entfernun-
a, b, c von der Umdrehungsaxe mit Punkten
ebels verbunden, so ist das Moment der Träg-
heit

heit der aus diesen Theilchen zusammengesetzten Mass
$= \alpha . a^2 + \beta . b^2 + \gamma . c^2$.

Eigentlich kommt hierbei nichts auf verschieden Entfernungen, sondern auf verschiedene Geschwindigkeiten an, die mit den verschiedenen Entfernungen verbunden sind. Die verschiedenen Entfernungen haben nämlich die ihnen proportionale Mengen von Eindrücken der Kraft zur Folge, auf die es eigentlich ankommt, und die Geschwindigkeiten sind nichts anders als Verhältnißzahlen für die gleichzeitigen Mengen von Eindrücken. Daher kann man den Satz (§. 99) der nur zur Deutlichkeit in Bezug auf den Hebel vorgetragen worden ist, auch ohne Rücksicht auf denselben allgemein so abfassen, daß man dabei bloß auf ein System von Punkten sieht, deren keiner ohne den andern in Bewegung kommen kann, und deren Geschwindigkeiten im Fall einer entstehenden Bewegung allemal wie gegebene Linien ad, ab oder a, r ve

gen materiellen Theilchen $\alpha, \beta, \gamma \ldots.$ in ei-
nem gewissen Augenblick die gleichzeitige Ge-
schwindigkeit a, b, c.... erhalten, so behält
der angegriffene Punkt ganz dieselbe beschleu-
nigte Bewegung, wenn die Theilchen $\alpha, \beta,$
$\gamma \ldots.$ weggenommen und statt ihrer andere
$\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C} \ldots.$ in Punkten angebracht werden,
welche sich gleichzeitig mit den Geschwindigkei-
ten A, B, C.... bewegen, woferne nur

$$\ldots + \beta^2 . b + c^2 . \gamma = \mathfrak{A} . A^2 + \mathfrak{B} . B^2 + \mathfrak{C} . C^2$$

bleibt, d. i. woferne das Moment der Träg-
heit der Masse $\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}$ nur ebenso groß
bleibt als das der Masse $\alpha + \beta + \gamma$.

Daher ist die Berechnung der Momente der Träg-
t für alle Fälle von Wichtigkeit, wo es darauf an-
mt, zusammengesetzte Massen, die ein System bil-
n, dessen verschiedene Theile sich mit verschiedenen
chwindigkeiten bewegen, auf einen einzigen gegebe-
n Punkt zu reduciren.

Aufg. 17.

§. 103. acde (fig. 32) sey der senkrechte
chschnitt eines rechtwinklichten Parallelepipedums
einer Länge; durch c senkrecht auf die Fläche
Rektangels denke man sich eine Axe, um die
s Parallelepipedum, dessen Breite β heissen
ei drehen kann; man sucht das Moment der
it dieses Parallelepipedums.

ifl. 1. Auf der Grundlinie cd = m nehme
e willkührliche Abscisse cp = x, und Ordinate
y und nun bei o das Element $\beta . dx . dy$, so
Elements Moment der Trägheit nach (§. 101)
ckt

$$= (x^2 + y^2)\, \beta . dx . dy$$

2. Die

2. Die Summme aller in der Höhe y, d
erste als unveränderlich angenommen wird, neb
ander liegenden Elemente bildet einen Streifen,
Moment der Trägheit

$$= \beta . dy \int (x^2 + y^2) . dx.$$

oder, wegen des noch unveränderlich angenomme

$$= \beta dy . \int (x^2 dx + y^2 dx)$$
$$= \beta . dy . (\tfrac{1}{3} x^3 + y^2 x)$$

also, x = m gesetzt, für die ganze Länge des
Höhe y liegenden Streifens

$$= \beta . dy . (\tfrac{1}{3} m^3 + my^2)$$

3. Demnach hat man für die zu den ver
nen Streifen von cd bis o gehörigen Momen
Trägheit zusammen genommen

$$\beta . \int dy . (\tfrac{1}{3} m^3 + my^2)$$
$$= \beta . (\tfrac{1}{3} my^3 + \tfrac{1}{3} m^3 y)$$

theile dasselbe in zwei kongruente Theile, = co werde, und die Axe, um die sich lelepipedum frei drehen kan, gehe durch c auf das Rektangel; ist nun ac = n, cd = = l, so ist

om. d.
es gan-
aralle-

$$= \frac{2}{3}\beta . (mn . (n^2 + m^2) + nl . (n^2 + l^2))$$

enn die Diagonale ce = D, die cg = d, Inhalt des Parallelepipedums auf die Länge ., auf die Länge ag = k gesetzt wird,

?. d. Tr.
ganzen
llelepip.

$$= \frac{1}{3} (D^2 . K + d^2 . k)$$

$$= \frac{1}{3} \left(D^2 + \frac{1}{m} . d^2\right) . K$$

gen m sehr klein, so läßt sich genau genug

R. d. Tr. $= \frac{1}{3} (m^2 + l^2) . K$

wo wiederum für K auch das Gewicht genom-rden kann.

Für andere Körper lassen sich die Momente der heit auf dieselbe Weise bestimmen. s. Handb. der schinenlehre II. Kap.

Erklärung 29.

105. Die Masse AB (fig. 34) stelle ein engesetztes Pendel vor, das seinen Aufhänge-a c hat; cQ sey ein einfaches Pendel, das Schwung Qbq in derselben Zeit machen in welcher das zusammengesetzte um ebenden erhobene Pendel einen Schwung macht, so

 ist

ist cb die Länge des korrespondire
einfachen Pendels, und b der Mi
punkt des Schwunges.

Aufg. 18.

§. 106. AB (fig. 34) sey eine parallele
sche gleich dichte Masse, ein zusammengesetztes
del, das in c seinen Aufhängepunkt hat; ma
die Länge cb des korrespondirenden einfachen
dels, also auch den Mittelpunkt des Schw
bestimmen.

Aufl. 1. Weil hier der Schwerpunkt
zusammengesetzten Pendels in der Mitte von AB
so verhält sich die Sache so, als wäre die S
von Kräften, welche in die ganze Stange wirke
der Entfernung cd von c vereiniget. Ist als
Gewicht der ganzen Stange = P, cA = l, c

n, weil in diese Masse die Kraft P wirkt (§. 89)

$$g = \frac{P}{\mathfrak{P}} \cdot g = \frac{3 \cdot cd^2}{D^2 + \frac{1}{m} \cdot d^2} \cdot g$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{1}{4}(m - 1)^2}{D^2 + \frac{1}{m} d^2} \cdot g$$

3. Ist also t die Zeit, in welcher der Punkt d m Schwung macht, so hat man (§. 98) für den leinstmöglichen Schwung

$$t = \pi \sqrt{\frac{cd}{2g}} = \pi \sqrt{\frac{\frac{1}{4}(m - l)\ (D^2 + \frac{l}{m} d^2)}{\frac{3}{4}(m - l)^2 \cdot g}}$$

$$= \pi \sqrt{\frac{D^2 + \frac{l}{m} d^2}{3(m - l) \cdot g}}$$

4. Ist nun cb = l′, so hat man für ein einfa- s Pendel, in das unsere Schwere wirkt, die Zeit s kleinstmöglichen Schwunges

$$= \pi \sqrt{\frac{2g}{l'}} \quad (\S.\ 96)$$

d da nach der Aufgabe diese Zeit der (no. 3) gleich n soll, so hat man

$$\sqrt{\frac{D^2 + \frac{l}{m} d^2}{3(m - l) \cdot g}} = \sqrt{\frac{l'}{2g}}$$

 also

also

$$\frac{2.(D^2 + \frac{1}{m} d^2)}{3 (m-1)} = l'$$

Zus. 1.

§. 107. Wäre cA oder l, also auch d :
überdas die Stange so dünne, daß D = m
werden dürfte, so hätte man

$$l' = \frac{2}{3} m.$$

Zus. 2.

§. 108. Wäre irgendwo, z. B. in k (fi
noch ein Gewicht = p angebracht, das ohne
chen Fehler so angesehen werden dürfte, als ob
dem einzigen Punkte k beisammen vereinigt wä
wird fürs erste der Schwerpunkt d seine Stel

$$e = cd + de = \tfrac{1}{2}(m-l) + \frac{dk.p}{P+p}$$

nn hätte man für die Zeit des kleinsten Schwunges

$$t = \pi \sqrt{\frac{ce}{2g}}$$

$$\pi\sqrt{\frac{(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p}).((\frac{1}{2}D^2+\frac{1}{m}d^2).P+ck^2.p)}{2.(P+p).ce^2.g}}$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p}).((\frac{1}{2}D^2+\frac{1}{m}d^2).P+ck^2.p)}{2(P+p).(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p})^2.g}}$$

ann wie vorhin $= \pi\sqrt{\frac{l'}{2g}}$ seyn müßte. Also

$$l' = \frac{(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p}).((\frac{1}{2}D^2+\frac{1}{m}d^2).P+ck^2.p)}{(P+p).(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p})^2}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2}D^2+\frac{1}{m}d^2).P+ck^2.p}{(P+p).(\frac{1}{2}(m-l)+\frac{dk.p}{P+p})}$$

der Nenner =

$$\tfrac{1}{2}(m-l).P + (\tfrac{1}{2}m-l).p + dk.p$$
$$= \tfrac{1}{2}(m-l).P + (cd+dk).p$$

also

$$= \frac{(\frac{1}{2}D^2+\frac{1}{m}d^2).P+ck^2.p}{\frac{1}{2}(m-l).P+ck.p}$$

 Zus.

Zus. 3.

§. 109. Wäre cA, also auch l und d = und k unten bei B (fig. 34) angebracht, also c m, so wäre

$$l' = \frac{\frac{1}{3} D^2 . P + m^2 . p}{\frac{1}{2} m P + m . p}$$

und für eine sehr dünne Stange, deren Dick §. 103) in Vergleichung mit der Länge m unbed wäre, so daß man m statt D setzen könnte,

$$l' = \frac{\frac{1}{3} P + p}{\frac{1}{2} P + p} . m$$

$$= \frac{2 P + 6 p}{3 P + 6 p} . m$$

oder auch

$$l' = \left(1 - \frac{P}{3 P + 6 p}\right) . m$$

In beiden Fällen dürfte man, wenn Stange und Faden in Vergleichung mit ihrer Länge dünne genug wären, D = m nehmen. Daher auch die cylindrische Gestalt von Stange und Faden die Berechnung in diesem Falle nicht hindert. Dabei wird übrigens ck vielmal grösser angenommen als der Durchmesser der Linse oder der Kugel.

Setzt man $ck = \frac{v}{w} \cdot m$, so hat man allemal in diesen Fällen

$$l' = \frac{\frac{1}{3} m^2 \cdot P + \frac{v^2}{w^2} \cdot m^2 \cdot p}{\frac{1}{2} m P + \frac{v}{w} \cdot m \cdot p} \quad (☾$$

$$= \frac{2 P + 6 \cdot \frac{v^2}{w^2} \cdot p}{3 P + 6 \cdot \frac{v}{w} p} \cdot m$$

wo denn $\frac{v}{w}$ (fig. 35) ein eigentlicher und (fig. 36) ein uneigentlicher Bruch ist.

Die allgemeine Regel, welche in ☾ enthalten ist, läßt sich so ausdrücken:

Um aus dem zusammengesetzten Pendel die Länge eines mit ihm korrespondirenden einfachen zu bestimmen, dividire man das Moment der Trägheit des zusammengesetzten durch sein statisches Moment, den Aufhängepunkt als Umdrehungspunkt betrachtet.

Kann P in Vergleichung mit p für Null geachtet werden, wie (fig. 36) der gewöhnliche Fall ist, so kommt

$$l' = \frac{v}{w} \cdot m = ck$$

Dabei wird vorausgesetzt, daß $ck^2 \cdot p$ ohne merklichen Fehler für das Mom. der Trägheit von p angenommen werden könne.

Anm. 2. Der angeschrebene Körper bei B mag eine
oder eine Linse seyn, so ist in aller Schärfe das
der Trägheit von p oder dem angeschrobenen Körp
mals $= ck^2 . p$, sondern, wenn p eine Kugel
$(ck^2 + \frac{2}{5} r^2) . p$, wenn r den Halbmesser
gel oder der Linse bedeutet, wie die höhere
ergiebt; also genau

$$l' = \frac{\frac{1}{3} m^2 p + \left(\frac{v^2}{w^2} . m^2 + \frac{2}{5} r^2\right) . p}{\frac{1}{2} m p + \frac{v}{w} . m . p}$$

folglich, wenn P bei Seite gesetzt werden kann,

$$l' = \frac{v}{w} . m + \frac{2 wr}{5 . vm} . r$$

$$= ck + \frac{2 wr}{5 w . ck} . r = ck + \frac{2 r}{5 . ck} . r$$

d. i. in diesem Falle liegt der Mittelpunkt des Schwung
in der Tiefe $\frac{2 r}{5 . ck} . r$ unter dem Mittelpunkt der Kugel

Man suche die Länge des mit dem gebrauchten korrespondirenden einfachen Pendels nach §. Sie sey = ℒ.

So hat man, wenn die gesuchte Länge = l′ wird, nach (§. 98)

$$N : 3600 = \sqrt{l'} : \sqrt{\mathfrak{L}}$$

$$l' = \frac{\mathfrak{L} . N^2}{3600^2}$$

Weil die von der Umdrehung der Erde um ihre Axe ziehende Schwungkraft die Wirkung der Schwere um as vermindert, so ist der Werth von l′ für die verschiedenen Polhöhen verschieden. Ist nämlich

die wahre Polhöhe	so ist die Länge des einfachen Sek. Pendels
15°	439, 477 Par. Lin.
20	439, 578
30	439, 856
45	440, 236
60	440, 617
75	440, 897
90	441, 000

Neue Abh. der Kurf. Akad. zu Erfurth I. B. Es werden hierbei kleinste Schwünge verstanden. Man kann bei dem Pendel, wie fig. 36, diese Längen geradezu für ℒ behalten. Für iedes Pendel, wie (fig. 35), giebt sich aus der letzten Formel §. 108, da man dann für sehr ne Stangen m, l für D, d schreiben kann.

Aufg. 20.

§. 111. Den Werth von g, d. h. die Tiefe eien Falls (in der Luft) in der ersten Sekunde m Erdstrich zu finden, für den man die Länge des

des einfachen Sekundenpendels bei kleinsten Schw[...]
gen kennt.

Aufl. Die Gleichung $t = \pi \sqrt{\frac{l'}{2g}}$ (§. [...]
giebt für eine Sekunde

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

also auch

$$\frac{\pi^2 . l}{2g} = 1 \text{ und } g = \frac{\pi^2 . l'}{2}$$

wo man die Werthe von l aus dem vor. §. neh[...]
kann.

Zehentes Kapitel.

. 1. Der Atom befinde sich jetzt in m,
windigkeit an dieser Stelle sey c, so würde
dieser Geschwindigkeit nach der Tangente
wegen, woferne er nicht durch den in c be-
aden hieran verhindert würde.

na sey ein Element des Bogens (Geom.
das der Atom in dem Zeittheilchen dt durch-
n verlängere die ca, welche das Element ma
der einen Seite liegen läßt, bis n, wo sie
nte mo trifft, so ist n der Punkt, in wel-
Atom d am Ende der Zeit dt treten würde,
nicht in diesem Augenblick durch den Faden
würde.

Die na ist nur ein einziger Raumpunkt und
(Geom. §. 109)

$$1 : ma = 1 : \sqrt{2r} = \sqrt{2r} : 2r$$

oder des Kreises Halbmesser in Raumpunkten
ckt wird.

rd nun c gleichfalls in Raumpunkten ausge-
o hat man

$$ma = \sqrt{2r} = c \,.\, dt$$

$$1 : cdt = cdt : 2r$$

$$c^2 (dt)^2 = 2r$$

Nun ist, wenn die zu c gehörige Höhe (§. 87)
$c^2 = 4gv$ (§. 85. no. 9), also

$$4gv (dt)^2 = 2r$$

$$1 : g (dt)^2 = 2v : r$$

Hier

Hier ist aber 1 die Ortsänderung, welche der [...] in der Zeit dt längst dem Halbmesser machen wü[...] um sich von c zu entfernen, wenn er durch den F[...] nicht gehalten würde; und g $(dt)^2$ die Summe [...] Ortsänderungen, welche er beim freien Falle in [...] Zeit dt vermöge unserer Schwere machen würde ([...] 85. no. 4); wird also die beschleunigende Kraft [...]rer Schwere = 1, und die, welche in den [...] längst dem Halbmesser wirkt, = p gesetzt, so ist

$$1 : g(dt)^2 = p : 1$$

daher

$$p : 1 = 2v : r$$

und

$$p = \frac{2v}{r}$$

Da hier v sich gleichfalls auf Raumpunkte b[...] zieht, wenn r in Raumpunkten ausgedruckt wird, [...]

Zus. 1.

4. Weil $p = \frac{2V}{r} = \frac{2 . c^2}{4gr} = \frac{c}{2gr} . c$
e Atomen eines um einen gemeinschaftlichen
egten Körpers $\frac{c}{r}$ einerlei Werth hat, so ist
schiedenen Atomen eines solchen Körpers die
aft p der Umlaufsgeschwindigkeit c, folg-
em Halbmesser r, der zu jedem Atom ge-
seiner Entfernung vom Umdrehungspunkt
l.

darf also, um die Schwungkraft eines Kör-
halten, nur die ganze Masse so betrachten,
sie in seinem Schwerpunkt vereinigt wäre,
ı V und r nur für den Schwerpunkt ange-

Zus. 2.

5. Wenn die Normalkraft N, die auf den
essen Schwerpunkt sich z. B. jetzt in m
efindet, wirkt, grösser oder kleiner als $\frac{2V}{mc}$
c den Halbmesser in der Figur bezeichnet),
h der Schwerpunkt bei fortgesetzter Bewe-
im Kreise mg, dessen Halbmesser mc ist,

abei N selbst veränderlich, so kann nach
eren Gesetze dieser Veränderlichkeit die Bahn
en Schwerpunkts von einer Kreisbahn sehr
ausfallen, sie kann z. B. elliptisch, spiral-
. w. werden.

Würde

Würde die Normalkraft N in m plötzlich ver-nichtet, so würde der Körper durch nichts verhindert der Richtung des Kreiselements mn nach o zu folgen. Er würde also seine Bewegung nach der Richtung der Tangente in o geradlinigt fortsetzen.

Anm. Im Ausdruck $p = \frac{2v}{r}$ ist r eigentlich nicht die Entfernung vom anziehenden Punkte, sondern von dem Mittelpunkte des Kreises, in dessen Elemente sich des Körpers Schwerpunkt iedesmal bewegt, die dann von ie-ner sehr verschieden seyn kann. Für N = o wird daher $r = \infty$ und $p = \frac{2v}{\infty} = o$.

Uebrigens behält die Bestimmung von p ihre Richtigkeit, d. h. sie bleibt allemal $= \frac{2v}{r}$, es mag der iedesmalige Werth von v wie man will beschaffen, veränderlich oder unveränderlich seyn. Im letzteren Falle setzt der Schwerpunkt des Körpers seinen Weg bloß vermöge der Trägheit der Masse fort. Im ersteren müßte noch eine besondere Kraft nach der Richtung der iedesmaligen Tan-

b r o ſ t a t i k.

Hydrostatik.

Erstes Kapitel.

Druck des Wassers unter sich und 1 die Wände von Gefässen und Röhren.

Vorerinnerung.

Die berühmtesten Schriftsteller, wie Kästner, Karsten u. a. sind in der Festsetzung der Hydrostatischen Grundlehren der von Dan. Ber- gebrauchten Methode gefolgt, und haben auf Beise für den Satz „daß der Druck einer von m eingeschlossenen Wassermasse auf irgend ein r berührtes Element einer Wandfläche dem Ge- eines Wasserprismas gleich sey, welches die hte Höhe des Wasserspiegels über dem Element öhe und das Element selbst zur Grundfläche einen scharfen Beweiß zu geben geglaubt.

Nach vielfältiger Prüfung dieser Beweißart halte ich überzeugt, daß damit eigentlich gar nichts be- l wird.

Wenn nämlich unter der wagrechten Ober
AB (fig. 1) der in einem Behältnisse befindlichen
sermasse das zwischen gewissen Gränzen mnopq
liegende Wasser, das man sich als ein irreguläre
Wasser angefülltes Gefäß denken kann, welches
einen wagrechten Querschnitt mn hätte, mit der
recht über mn stehenden Wassersäule in gemeinsch
cher Ruhe beharrt, so folgt hieraus weiter nichts,
daß der Widerstand, welchen die Wassermasse mnp
dem Druck der lothrechten Wassersäule mnvw e
gensetzt, dem Gewicht dieser Wassersäule gleich
müsse, nicht aber, daß der Druck des in dem R
mnpqsm befindlichen Wassers gegen mn dems
Gewicht gleich sey, so wenig der Widerstand einer
Tafel, auf der ein Zentner ruht, die Kraft ausdr
mit welcher die Tafel sich aufwärts zu bewegen str

Wenn man also, wie es bei iener Darstel

durch die Wassersäule mnvw einen Druck er- welcher dem Gewicht einer Wassersäule über der Höhe nv oder sp gleich sey. Es ist un- n sagen, das Flächenstückchen st müsse iezt regung nach oben ebenso verhindern, wie es die Wassersäule spqt that, folglich denselben ach oben aushalten, den vorhin diese Wasser- ch unten ausübte. So könnte man nur dann , wann vorausgesetzt würde, daß die Pressun- von Theilchen zu Theilchen von mn bis st izten und wiederum rückwärts von st bis mn.

der That liegt diese lezte Voraussetzung bei i erwähnten Beweißart überall stillschweigend unde. Aber ebendieser stillschweigend als aus- angenommene Satz war im Grunde von dem it verschieden, den man erst noch beweisen und so hatte man also eigentlich nichts bewie- dern sich nur mit einem Beweiße getäuscht, enschaftlichen Vortrage aber noch dadurch ge- daß man das Theoretische mit dem Empiri- rmengt und sich den eigentlichen Erfahrungs- rauf die ganze Hydrostatik beruht, verschwie- :. Soviel zum voraus zur Rechtfertigung des i Vortrags. Auch erinnere ich hier noch, m Folgenden lothrechte Querschnitte von Ge- verall statt der Gefässe selbst gebrauche, da B. durchgezogene horizontale Linien für hori- lächen gelten.

Erklärung 1.

1. Materien, deren Theile einen so geringen nhang unter einander haben, daß sie im der Ruhe keine schiefe Oberfläche zu bilden serdem überhaupt keine bestimmte Form anzu- nehmen

nehmen vermögen, als nur insoferne sie vc
Wänden, die ihre Form bestimmen, begränzt
heissen hier flüssig.

Erfahrung 1.

§. 3. Wir haben in der Natur Materi
chen die (§. 2) erwähnten Eigenschaften zu
z. B. Wasser, mancherlei geistige Getränke,
zene Metallen, Quecksilber, die Luft u. d. g
bemerken bei ihnen noch zwei Haupteigenschafte
sie alle, die Luft ausgenommen, nur über
stimmten Temperatur als flüssig erscheinen; 2)
nige bei jeder merklichen Aenderung des Druc
sie ausgesetzt werden, eine merkliche Aenderu
Dichtigkeit leiden, andere aber bei merkliche
rung des Drucks ihre Dichtigkeit nicht merklic
Zu ersteren gehören z. B. unsere atmosphärisc
Wasserdämpfe u. d. g. Zu letzteren gehören

he rq erreicht hat, so daß nrq in eine ein-
ontalfläche fällt; die Weiten w, W beider
ögen wie man will verschieden seyn.

Zus. 1.

. Weil auf op im Fall des Gleichgewichts
Wassersäule oq drückt, die so hoch als die
so muß nothwendig iedes Wassertheilchen in
den Druck leiden, den iedes Theilchen in m
darüber stehenden Wasser leidet. Dieses be-
anzunehmen, daß iedes Wassertheilchen den
elchen es von irgend einer Seite leidet, wie
mn herab, nach allen Seiten fortsetzt oder
benso stark nach allen Seiten ringsumher
ls es selbst von irgend einer Seite gedruckt
.

e Eigenschaft ist für die flüssigen Materien
charakteristisch, so daß sie sich dadurch we-
n festen Körpern unterscheiden. Wir müssen

nahme des Drucks das erste Volumen wieder herg
stellt wird, wie das bei tropfbarflüssigen Körpern d
Fall ist. Auch wird die wirkliche Kompression dur
Springwerke im Augenblick der Eröffnung des Sprun
stocks hinlänglich erwiesen, indem die der Sprungö
nung nahe liegenden Theilchen plötzlich in die Hö
geschleudert werden, dann aber, bei einer etwas lang
Röhrenleitung der Strahl wieder fällt, bevor er sei
nachher bleibende Höhe erreicht.

Zus. 2.

§. 7. Aus dem lothrechten Druck nm könn
nach der Zerlegung der Kräfte keine wagrechte na
mo entstehen, woferne die einzelen Wasseratomen w
Punkte einer geraden Linie zusammengereihet wäre
Wenn man aber erwägt, daß ein mit Quecksilber a
gefüllter Raum 14 mal soviel Masse enthält als e
gleicher Raum mit Wasser, so ist schon daraus kla
daß nur ein kleiner Theil des mit Wasser gefüllt

' also gleiche Pressungen auf einander ausü-
ier sind daher die an ieder Stelle entstehenden
en Seitenpressungen (wie überhaupt die an
elle entstehenden Pressungen nach welcher Rich-
n will genommen) der an dieser Stelle vor-
lothrechten Pressung gleich.

Zus. 3.

8. μ (fig. 4) sey ein Element in der loth-
Wandfläche, μu ein Röhrchen, das bis zur
es Wasserspiegels sr mit Wasser gefüllt ist und
ze mit der Horizontallinie den schiefen Winkel
, so ist des Wassersäulchens μtu kub. Inhalt
$\text{Cos}\,\alpha . \frac{tz}{\sin\alpha}$ also, wenn k das Gewicht von ei-
ısserwürfel bedeutet, wovon iede Seite in dem
mmenen Maaße ausgedruckt wird, das Gewicht
sersäulchens $= \frac{\mu . \text{Cos}\,\alpha . tz . k}{\sin\alpha}$, wofür ich
will.

druckt werden, so daß $S . \mathrm{Cos}\,\alpha = Q . \sin\alpha$ od

$$S = Q . \frac{\sin\alpha}{\mathrm{Cos}\,\alpha}$$ (Dyn. §. 52) $= \mu . tz . k$ wäre.

Oder allgemeiner: (fig. 5)

Das Element vw mache welchen Winkel m[an] will mit der horizontalen μz, der $= \beta$ seyn ma[g,] $b\mu$ sey auf vw senkrecht, der Winkel $t\mu z$, welch[en] die Röhrenaxe mit der wz macht, sey $= \alpha$, so [ist] das Gewicht Q des Wasserfadens in dem engen Rö[hr-]chen, wenn des Elements vw Fläche $= \mu$ ges[etzt]

wird, $= \mu . \mathrm{Cos}\, b\mu t . \frac{tz}{\sin\alpha} . k$; also der Druck läng[s] $t\mu$ herab $= Q . \sin\alpha = \mu . \mathrm{Cos}\, b\mu t . tz . k$.

Demnach muß an die Oeffnung vw eine fe[ste] Fläche nach μb, senkrecht auf diese Stelle der Wan[d] mit einer Kraft S angedruckt werden, so daß $S . \mathrm{Cos}\, b\mu$[t] $= \mu . \mathrm{Cos}\, b\mu t . tz . k$ wird, oder

Zus. 4.

Wäre das Gefäß wie (fig. 6) geformt,
ier einen Seite bis zur horizontalen Ebene
Wasser gefüllt, auf der andern aber mit ei-
:l ab versehen wäre, so wäre nach (vor. §.)
k auf ein Element $\mu = \mu . h . k$, wenn die
Höhe xy = h gesetzt wird. Denn man
nur bei μ eine Röhre $v\mu$ unter einem will-
Winkel angebracht denken, so findet der vo-
:iß auch hier statt.

mnach leiden alle Theilchen der horizontalen
ichte y dieselbe Pressung, und der Druck auf
Wasserschichte y ist, wenn y ihre Fläche
$= y . h . k$; ebenso ist der Druck auf den
), wenn seine vom Wasser berührte Fläche
ie Höhe mx = H gesetzt wird, $= A . H . k$.

nun die vom Wasser berührte Fläche des De-
;. 7) = A, die Wasserhöhe xy = H, so
ruck, welchen der Deckel vom Wasser ober-
det, auf gleiche Weise $= A . H . k$, wenn
Röhre xy einen Querschnitt hätte, der sehr
einer als A wäre.

Zus. 5.

o. Also ist der Druck des Wassers ABDC
auf den horizontalen Boden AB, wenn diese
he = A, die lothrechte Wasserhöhe mn =
$= A . H . k$.

t der lothrechte Druck, welchen das ganze
om Wasser leidet, bleibt dennoch nur dem
des Wassers gleich, womit das Gefäß wirk-
füllt ist. Denn es sey qr ein dünner loth-
rech-

rechter Wasserfaden, der die Wand BC da berühr
wo die horizontale Schichte vq die Wand trifft,
übt die Schichte vq ihre Pressung, die der Höhe
= pq zugehört, auf das Wandelement bey q au
woraus lothrecht nach qp ein Druck entsteht, vermö
dessen, wenn die Wand hier eine lothrechte Oeffnu
hätte, das Wasser bis p hinaufsteigen würde. D
Element q hat also nach oben einen Druck auszuha
ten, der dem Gewicht des Wasserfadens ms gleich
Daher ist der Druck, den das Gefäß nach pr leide
noch = dem Gewicht des Wasserfadens pr — pq =
qr. Da dieses von ieder Stelle q gilt, so erhell
daraus die Wahrheit des behaupteten Satzes.

Zus. 6.

§. 11. Würde das mit Wasser gefüllte Gef
ABCDEFGHIA (fig. 8) durch einen Kolben

Pressung in μt durch ein Gewicht p ausge-
wird.

$$p = \left(\frac{P}{A} - hk\right) . a$$

der Druck auf das Element μ

$$= \left(\frac{P}{A} - hk\right) . \mu$$

Aufg. 1.

1. 11. ABCD (fig. 10) sey eine lothrechte
eines bis mn mit Wasser angefüllten Gefäs-
edcf sey ein auf dieser Wandfläche genomme-
ektangel; man soll den Druck des Wassers
eses Rektangel bestimmen.

Aufl. vw sey gleichfalls horizontal, und ve
l; pq sey eine willkührlich genommene horizon-
Summlinie und va = vp; ed sey = h, also
$\frac{1}{2}$h; vp = x, so ist

$$ea = \tfrac{1}{2}h + x \text{ und } ep = \tfrac{1}{2}h - x$$

e Pressungen aller Theilchen in pq und ab zu-
ngenommen, wenn der schmale Streifen pq =
gt wird,

$$= (\tfrac{1}{2}h + x) . \mu . k + (\tfrac{1}{2}h - x) . \mu . k$$
$$= h . \mu . k$$

gilt für jeden Werth von x, also für jedes
Streifen. Das ganze Rektangel bestehe aus n
Streifen, so ist die Summe aller Pressungen

$$= \tfrac{1}{2} n . h . \mu . k$$

Es ist aber n . μ = der Fläche des ganzen Rekt-
s efcd = h . b, wenn seine Grundlinie dc = b
t wird, also

r gesammte Druck = $\frac{1}{2}h^2 . b . k$.

Zus.

Zus.

§. 12. Läge ab in einer willkührlichen Ti[illegible]
ea = v unter dem Wasserspiegel, und wäre wie vo[illegible]
hin ed = h, so hätte man

Druck auf das Rektangel edcf $= \frac{1}{2} h^2 . b . k$

Druck auf das Rekt. eabf $= \frac{1}{2} v^2 b . k$

also

Druck auf das Rekt. abcd $= \frac{1}{2} (h^2 - v^2) . bk$

Anm. Die Berechnung des Drucks auf andere Flächen [illegible] für diese Anfangsgründe entbehrlich, da solche Formeln bei Maschinen, und überhaupt wo von Bewegung die Rede ist, doch keinen Nutzen haben.

s. mein Handb. der Maschinenl. S. 86.

ngetaugt ist; man soll den lothrechten
immen, den das Wasser auf diesen Kör-
ten hinauf ausübt.

. Eine Wassermasse, die denselben Raum
, würde sich an dieser Stelle ruhig verhal-
Wassermasse sucht aber mit ihrem ganzen
derzusinken, also muß das umstehende Was-
)ruck auf die Aussenfläche von A nach oben
er dem Gewicht der Wassermasse gleich ist,
um A ausfüllen könnte.

lben Druck hat also auch jeder anderer Kör-
uszuhalten.

Zus. 1.

Wiegt also der feste Körper A mehr als
masse von demselben kubischen Inhalt, so
Wasser niedersinken, und ihn zu erhalten,
ht sinke, ist eine Kraft nach oben nöthig,
terschiede beider Gewichte gleich ist.

is Gewicht des Körpers z. B. von B klei-
s eines gleichen Volumens von Wasser, so
örper B unter dem Wasser, damit er nicht
eige, von einer Kraft gegen den Boden ge-
angezogen werden, die dem Unterschiede
ichte gleich ist.

der specifisch leichtere Körper nicht gegen
gehalten, so muß er solange steigen, bis
t der Wassermasse, deren Stelle der einge-
l einnimmt, dem Gewicht des ganzen Kör-
ist, wie der Körper C. In diesem Falle
der Körper auf dem Wasser.

Zus.

Anm. Diese Foderung verbunden mit der, daß der schwim-
mende Körper sich so tief eintaugen muß, bis das Wa-
dessen Raum er unter dem Spiegel einnimmt, soviel
der schwimmende Körper wiegt, bestimmt die mögl-
Lagen für den sichern oder festen Stand eines auf
Wasser schwimmenden Körpers. Nähere Untersuchu-
hierüber sind für diese Anfangsgründe theils zu sch-
theils ohne erheblichen Nutzen für die Ausübung,
man immer geradezu die Erfahrung zu Rathe zieht.
belasse es daher hier nur bei der allgemeinen Bemerk-
daß der feste Stand eines schwimmenden Körpers de-
mehr gesichert ist, je tiefer der Schwerpunkt desselben
ter dem Mittelpunkt der Grösse seines eingetaugten Th-
liegt.

Aufg. 3.

§. 18. Ein senkrechter Kegel abc (fig. 1
wird mit der Spitze unter Wasser gesetzt, so
seine Axe dc in eine lothrechte Lage kommt,
Verhältniß seiner specifischen Schwere zu der
Wassers ist gegeben z. B. = ψ : 1; der Durchm

. Vorausgesetzt, daß man ein Werkzeug
durch sich genaue Vergleichungen zwischen
hten verschiedener Materien anstellen lassen,
hen Schweren verschiedener Materien, die
die des Wassers sind, durch ihr Verhal-
asser zu bestimmen.

l. 1. Das Gewicht eines festen Körpers
er Luft heisse $\mathfrak{A}$, im Wasser sey es noch
e spec. Schwere heisse $\mathfrak{G}$, die spec. Schwere
's heisse g, das Gewicht einer Wassermasse,
m festen Körper gleichen kubischen Inhalt
so ist

$$\mathfrak{G} : g = \mathfrak{A} : \mathfrak{W} = \mathfrak{A} : (\mathfrak{A} - a)$$

$$\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{A} . g}{\mathfrak{A} - a}$$

ür einen anderen Körper A' sollen $\mathfrak{G}'$, $\mathfrak{A}'$,
Bedeutung haben, wie $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{A}$, a für den
, so ist ebenso

$$\mathfrak{G}' = \frac{\mathfrak{A}' . g}{}$$

§. 20. Um die spec. Schwere eines fes
zu finden, der leichter als Wasser ist, darf m
mit einem specifisch schwereren verbinden,
wichtsverlust unter dem Wasser man zuvor
hat. Ist das Gewicht des spec. leichteren
= $\mathfrak{A}$, des spec. schwereren Gewicht im W
und das vereinte Gewicht von beiden zu
Wasser = $\mathfrak{E}$, so ist das Gewicht des spe
im Wasser noch = $\mathfrak{E} - c$, da man da
§. $\mathfrak{E} - c$ für a schreibt.

Um bei porösen Körpern das Eind
Wassers zu verhindern, kann man die äuß
des schon abgewogenen Körpers vor dem
mit Unschlitt verstopfen. Wenn nun des K
wicht unter dem Wasser noch = $\mathfrak{k}$ befunde
muß das Gewicht des Unschlitts von $\mathfrak{k}$ abg
den; heißt dieses $\mathfrak{l}$, so setzt man im vor
statt a, und es wird

$$\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{A} . g}{\mathfrak{A} - (\mathfrak{k} - \mathfrak{l})} = \frac{\mathfrak{A} . g}{\mathfrak{A} + \mathfrak{l} \cdot}$$

Nullen aus, z. B. für g = 1000 oder = 10000.
ersten Fall hat man also im vor. §.

$$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{A} - a}$$

andern Falle

$$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{A} - a} . 1000 \text{ oder } = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{A} - a} . 10000.$$

Zus. 3.

§. 22. Auf die verschiedene Wärme muß hierbei sicht genommen werden, weil diese die Körper hnt oder die Menge der in einem bestimmten e enthaltenen Atomen eines Körpers vermindert, n die Aerometrie näheren Unterricht geben wird. r müssen dergleichen Versuche zur Bestimmung Verhältnisse der Dichtigkeiten oder der spec. Schwe- bei einerlei Temperatur der verschiedenen Körper llt und die gefundenen Verhältnißzahlen auch auf Körper derselben Temperatur angewendet n.

Aufg. 5.

§. 23. Ein Körper, dessen Gewicht P gegeben sey aus zwei verschiedenen Materien A, B zu- mengesetzt, so daß sein Volumen soviel beträgt, die Volumina beider Materien vor der Zusam- setzung zusammengenommen einnahmen; die spe- en Schweren von A, B seyen α, β; die des ers = 1 gesetzt; man soll die Gewichte von A B besonders bestimmen.

Aufl. 1. Das Gewicht von A heisse $\mathfrak{A}$, das B heisse $\mathfrak{B}$, so ist

$$P = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}, \text{ also } \mathfrak{A} = P - \mathfrak{B}$$

 2. Die

2. Die Materie A verliehrt im Wasser de[s Ge-]
wicht $\frac{\mathfrak{A}}{\alpha}$, die B das Gewicht $\frac{\mathfrak{B}}{\beta}$; das Gewicht[, wel-]
ches der zusammengesetzte Körper im Wasser v[ermöge]
eines angestellten Versuches verliehrt, heisse [V, so]
hat man

$$V = \frac{\mathfrak{A}}{\alpha} + \frac{\mathfrak{B}}{\beta}$$

$$= \frac{P - \mathfrak{B}}{\alpha} + \frac{\mathfrak{B}}{\beta} \text{ (no. 1)}$$

3. Demnach

$$\alpha.\beta.V = \beta.P - \beta.\mathfrak{B} + \alpha.\mathfrak{B}$$

$$= \beta.P + (\alpha - \beta).\mathfrak{B}$$

Daher

$$\mathfrak{B} = \frac{\alpha\beta.V - \beta.P}{\ldots}$$

Ex. Eine aus Blei A und Zinn B vermischte . wiege 120 ℔ = P, sie verliehre im Wasser . = V; ist nun die spec. Schw. des Bleies α 11,35; die des Zinns β = 7,29; so erhält man

$$\mathfrak{A} = \frac{120 - 7,29 \cdot 14}{11,35 - 7,29} \cdot 11,35$$

$$= 50,15$$

$$\mathfrak{B} = 120 - 50,15 = 69,85$$

Setzt man α = 11,5 und β = 7,4; so findet

$$\mathfrak{A} = \frac{120 - 7,4 \cdot 14}{11,5 - 7,4} \cdot 11,5 = 46$$

$$\mathfrak{B} = 120 - 46 = 74.$$

.m. Die Erfahrung hat gelehrt, daß Materien verschie- dener Art, die sich mit einander vermischen lassen, nach ihrer Vermischung nicht die Summe der Räume einneh- men, welche sie vor der Vermischung einzelen einnahmen, daher auch das vorstehende Verfahren die Werthe von A und B nicht ganz genau giebt.

f. Gellert in Comment. Ac. Petrop. T. XIII. Kraft ib. T. XIV. Zeiher, mixtionum metallicarum examen hydrostaticum, Wittenb. 1764. Kaestner de mixtor. examine hydrost. in Comment. nou. Soc Sc. Gott. ad ann. 1775. Bergenstierna, Anmerkungen über die Gußprobe auf Zinn und Bley, in den Neuen Schwed. Abhandl. I. B. 1780, und in Crells neuesten Entd. VIII. Th. Die hierher gehörige Tafel findet man unter denen am Ende dieses Buchs angehängten Tabellen.

Drittes Kapitel.

Vom Druck verschiedener flüssiger Massen, besonders insoferne sie vermischt sind, und von Aräometern.

Aufg. 6.

§. 24. Verhältnißzahlen für die specifischen Schweren verschiedener flüssiger Materien mittelst untergetauchter fester Körper zu finden, die von den gegebenen flüssigen Materien keine Aenderung ihrer Gestalt leiden, auch von solchen nicht durchdrungen werden.

Aufl. Mittelst eines zum genauen Abwägen bequemen Werkzeuges (einer Waage) untersuche m

. math. Abh. S. 96) das Gewicht eines Pariser
... es destillirtes Regenwasser bei 16 Gr. Reaum.
.3 Gran Cölln. befunden. Dieses giebt

den Paris. Kub. Fuß = 72,675 Cölln. ℔
den Rhl. — — = 64,963 — —

Erklärung 3.

§. 26 Eine Senkwaage oder ein Aräo... heißt ein schicklich geformter Körper, wel... entweder durch die verschiedenen Tiefen, zu ... er sich in verschiedenen Flüssigkeiten eintaugt, ... durch die verschiedenen Gewichte, mit wel... er noch besonders beschwert werden muß, um ... in den verschiedenen Flüssigkeiten bis zu einer ...schaftlichen fixirten Stelle einzutaugen, die ...hältnisse ihrer verschiedenen spec. Schweren zu ... giebt. Die der ersteren Art heissen auch ...ter mit einer Skale, die der letzteren Aräometer ohne Skale.

Zus. 1.

§. 27. Beide Arten von Aräometern (§. 26) ... auf den Flüssigkeiten, deren spec. Schwere da... untersucht werden soll, schwimmen, also specifisch ...er seyn, als diese Flüssigkeiten, aber auch aus ... Materie verfertiget werden, die von den Flüssig... nicht angegriffen werden, auch keine flüssige ...lchen in ihre Poren eindringen lassen. Man macht ...daher von Glas oder auch von einem Metall, z. B. ... Kupfer, besser von Silber. Um ihnen eine ge...re spec. Schwere zu verschaffen, macht man sie ..., und beschwert sie zu unterst mit Schrot oder ...silber, so daß ihre Axe in den verschiedenen Flüs...en eine lothrechte Stellung annimmt. Daher er...

 hält

hält ein solches Werkzeug eine schickliche Gestalt,
sich eine beiläufig cylindrische Röhre unten in
Bauch erweitert, der sich unterwärts wieder in
engen Hals verengt, mit welchem zu unterst
ein hohler Knopf verbunden ist, welcher zum
len des Quecksilbers oder des Schrots dient.

Zus. 2.

§. 28. Sollte z. B. ein Aräometer mi
Skale verfertiget werden, welcher zur Unter
der spec. Schweren von Flüssigkeiten dienen soll
ren spec. Schwere zwischen 1 und 2 fällt, so
man den unteren Knopf D einer solchen Glas
wie (fig. 13) zuerst mit soviel Quecksilber a
daß das Werkzeug sich bis nahe ans obere En
reinem Wasser untertaugte. Diese Stelle be
man mit 1,00. So gefüllt sey das Gewicht de
zen Werkzeugs = P, so ist dieses zugleich da

;oll aber das Aräometer im reinen Wasser gleich- s b niedersinken, so muß soviel Wasser, als um $k = \frac{K}{1,05}$ ausfüllt, dem Gewicht des gan- ometers gleich seyn. Da nun soviel Wasser, Raum K ausfüllt, das Gewicht P hat, so viel Wasser, als den Raum $\frac{K}{1,05}$ ausfüllt, das $\frac{P}{1,05}$ haben. Ebensoviel muß also auch das Iräometer wiegen, wenn es in reinem Wasser nken soll.

aher darf man nur soviel von dem anfängli- ueckſilber aus D wegnehmen, daß das ganze des Aräometers noch $= \frac{P}{1,05}$ bleibt, dann rkzeug in reines Wasser einsetzen, und nun die), zu der es sich darin eintaugt, mit 1,05 be- , so ist dieses dieselbe Stelle, bis zu der sich erkzeug mit der anfänglichen Füllung in einer eit eintaugen muß, deren spec. Schwere = väre, die des reinen Wassers = 1 gesetzt. findet man die mit 1,10 zu bezeichnende Stelle in man soviel Quecksilber aus D wegnimmt, s Gewicht des ganzen Werkzeugs noch $= \frac{P}{1,10}$ und dann an demselben die Stelle bemerkt, bis es in reinem Wasser sinkt; und nun ist c wie- dieselbe Stelle, bis zu der das Aräometer mit anfänglichen Füllung, die ihm das Gewicht P ı einer Flüssigkeit sich eintaugt, deren specifische :e = 1,10 ist. u. s. w.

Vor-

Vortheile, die man sich hierbei machen kann werden sich Jedem, der sich damit abgiebt, von sel[bst] sten anbiethen.

Anm. Wenn ein solches Aräometer die Unterschiede d[er] specifischen Schweren in Hunderttheilen anzeigen soll, [so] dürften die spec. Schweren der verschiedenen Flüssigkeit[en] nicht sehr, z. B in nicht stärkerem Verhältnisse als v[on] 2 zu 3 verschieden seyn, daher man zu allgemeinerem Ge[-] brauche mehrere solche Skalenaräometer bei der Hand h[a-] ben müßte. Um die spec. Schweren in Tausendtheil[en] auszudrücken, müßte man für die mannigfaltigen Flüssig[-] keiten eine zehenmal so grosse Anzahl solcher Aräomete[r] haben. Daher sind zu einem allgemeinen Gebrauch[e] und wo zugleich grosse Schärfe verlangt wird, die ohn[e] Skalen vorzüglicher. Ist aber der Gebrauch eines Aräo[-] meters nur auf Flüssigkeiten eingeschränkt, deren spec[.] Schweren höchstens im Verhältnisse 2 : 3 verschied[en] sind und die man überdas nicht in sehr grosser Schärf[e] verlangt, so hat man die Skalenaräometer vorzuziehen

... ber 15 Aräom. bis zum Normalpunkt
s Aräometer für sich wiegt 700, also samt
vähnten Auflegegewicht 1000 solcher Theile.
ßte Auflegegewicht für dieses Aräometer beträgt
cher Gewichtheile, die also mit dem Gewicht
om. selbst 1200 Theile ausmachen.

nkt man also dieses Aräom. in eine Flüssigkeit,
man $\pm$ n Gewichttheile ins Schüsselchen legen
m es bis zum Normalpunkt niederzutreiben,
s Gewicht der verdrängten flüssigen Masse

$$= 709 + 300 \pm n = 1000 \pm n$$

n das Gewicht einer aus demselben Raume
ten Masse von destill. Regenwasser wäre

$$= 700 + 300 = 1000$$

spec. Schwere der flüssigen Masse, die des
$= 1$ gesetzt,

$$= \frac{1000 \pm n}{1000}$$

t für dieses Aräom. die Gränze der größten

Das Aräom. für die schwereren Flüssi
wiegt für sich schon 1000 + 200 = 1200
Granen; ohne Auflegegewicht taugt es sich in
Flüssigkeit, deren spec. Schwere = 1,2 ist, b
Normalpunkt ein. Wasser, das bis zu diesem
verdrängt würde, wöge 1000 solche Theile; be
man es also mit n solchen Theilen, um es in
Flüssigkeit beim Normalpunkt zu erhalten, so ist
Flüssigkeit specifische Schwere

$$= \frac{1200 + n}{1000}$$

Bei diesem reichen die Auflegegewichte bis
= 800, daher der Gebrauch dieses letzteren
sich bis zu Flüssigkeiten erstreckt, deren spec. S
$= \frac{1200 + 800}{1000} = 2$ wäre.

Zusfl. Aus (§. 23) hat man, (M statt P, β, x statt $\mathfrak{X}$, ϕ statt α, $\frac{M}{\mu}$ statt V geschrie-

$$x = \frac{M - \lambda . \frac{M}{\mu}}{\phi - \lambda} . \phi$$

$$= \frac{M\phi . (\mu - \lambda)}{\mu . (\phi - \lambda)}$$

Erfahrung 3.

§. 31. Die Voraussetzung der vorstehenden Auf- findet in der Natur nicht statt. Der Raum, den ...ien nach ihrer Vermischung einnehmen, ist von Summe der Räume verschieden, welche die Mas vor der Vermischung einnahmen, und gewöhn- n ersten Falle kleiner als im letzteren. Daher die vorstehende Gleichung nicht geradezu bei So- en gebraucht werden.

Hypothese.

§. 32. Man setze, eine bestimmte Menge einer ...keit, die in Vermischung mit einer andern Ma- eine kleineren Raum einnimmt, als beide zu- n vor der Vermischung einnahmen, sey dieser Verminderung nur bis zu einem bestimmten Ver- ß der aufgelößten Materie zur Menge der Flüs- unterworfen, so daß keine fernere Verminderung aums erfolge, wenn über dieses Verhältniß hin- och mehr von der Flüssigkeit zugegossen werde, kenne die specifische Schwere einer Auflösung in Zustande ihre mittlere Schwere.

Jede

Jede solche Solution von mittlerer Schwe… kann man nun als eine Mischung von verdicht… Wasser (dessen Theilchen für sich näher zusammen… trieben worden wären) und der darin aufgelößten Ma… terie betrachten.

Jede andere Solution, die nicht von mittler… Schwere wäre, müßte nun als eine zweite Mischun… angesehen werden, die aus einer Solution von mittler… Schwere und reinem Wasser zusammengesetzt wäre.

Die Folgen aus dieser Hypothese stimmen m… der Erfahrung sehr genau zusammen, wenn man d… specifische Schwere der in der Flüssigkeit aufgelößte… Materie so in Rechnung bringt, wie sie ihr in d… Auflösung wirklich zukommt, die dann gewöhnlich mer… lich grösser als im ordentlichen Zustande ist, und … dem Namen der reinen Schwere belegt werden kann.

Aufg. 8.

§. 33. Die reine Schwere eines Salzes s… $= \Phi$, das Gewicht einer aus verdichtetem Wasse… und Salz bestehenden Solution von mittler… Schwere $= M$, ihre spec. Schwere $= \mu$, die spec…

keine Salztheilchen weiter in seine Zwischenräumchen annähme. Auch werden die Salztheilchen in Rücksicht auf ihre spec. Schwere so in Rechnung gebracht, wie es ihrem Zustande in der Auflösung angemessen ist. Also findet hier die Voraussetzung statt, für welche die Formel (§. 30) ihre Gültigkeit hat.

Aufg. 9.

§. 34. Es sey das Gewicht irgend einer Salzauflösung $= A$, ihre specifische Schwere $= \alpha$; man soll die Menge oder das Gewicht x des darin enthaltenen wasserfreien Salzes bestimmen.

Aufl. Vermöge (§. 32) ist die gegebene Salzauflösung A so anzusehen, als wäre sie aus einer Solution M von mittlerer Schwere (§. 33) und zugegossenem reinem Wasser W zusammengesetzt, so daß der Raum, den die gegebene Auflösung einnimmt, der Summe von Räumen gleich ist, welche M und W vor dem Zusammengiessen zusammen einnehmen.

Also hat man

$$\frac{A}{\alpha} = W + \frac{M}{\mu} = A - M + \frac{M}{\mu}$$

demnach

$$\frac{A\alpha - A}{\alpha} = \frac{M\mu - M}{\mu}$$

d. h.

$$M = \frac{\mu . (\alpha - 1) . A}{\alpha . (\mu - 1)}$$

Folglich (§. 33)

$$x = \frac{\mu . (\alpha - 1) . A . \phi . (\mu - \lambda)}{\mu . (\mu - 1) . \mu . (\phi - \lambda)}$$

$$= \frac{(\alpha - 1) . A . \phi . (\mu - \lambda)}{\alpha . (\mu - 1) . (\phi - \lambda)}$$

Zus.

§. 35. Wenn für dasselbe Salz, welches im vor. §. gehabt hat, die Grössen A', α', x' A'', α'', x'' in ebender Bedeutung zusammengeh wie A, α, x, so hätte man ebenso

$$x' = \frac{(\alpha' - 1) . A' . \phi . (\mu - \lambda)}{\alpha' . (\mu - 1) . (\phi - \lambda)}$$

und

$$x'' = \frac{(\alpha'' - 1) . A'' . \phi . (\mu - \lambda)}{\alpha'' . (\mu - 1) . (\phi - \lambda)}$$

Anm. 1. Die ersten Betrachtungen dieser Art, die sich auf (§. 32) gründen, verdanken wir Herrn Richter, der auch die ausführlichsten Anwendungen davon gemacht hat. Seine Methode, die Werthe von ϕ, μ und λ zu bestimmen und viele hiernach berechnete Tafeln findet man in den unten unter seinem Namen angeführten Schriften. Für Küchensalz findet er

$$\phi = 2,3;\ \mu = 1,661;\ \lambda = 1,138.$$

Also für dieses Salz

$$x = \frac{(\alpha - 1) . A . 2,3 . (1,661 - 1,138)}{\alpha . 0,661 . (2,3 - 1,138)}$$

$$= \frac{1,5662 . (\alpha - 1) . A}{\alpha}$$

wo wasserfreies Küchensalz zu verstehen ist; da man dann mit Rücksicht auf das hinzukommende Kristallisationswasser

$$x = \frac{1,5662 . (\alpha - 1) . A}{\alpha} . 1,028$$

oder

$$x = \frac{1,61 . (\alpha - 1) . A}{\alpha}$$

setzen kann, übrigens vollkommen trockenes Salz vorausgesezt.

Uebrigens wird bei diesen Angaben mittlere Temperatur vorausgesezt.

Anm. 2. Die häufigsten Anwendungen dieser Lehren kommen auf Salzwerken vor. Nur sind da solche Formeln freilich noch sehr weit von unmittelbarer Anwendbarkeit entfernt, und in Bezug auf diese weiß ich den Urtheilen der Herrn Beckmann und Gren, welche die grosse Mühe, die man auf Berechnungen von Tafeln dieser Art verwendet hat, keines grossen Dankes werth achten, gar nichts entgegen zu setzen. Auch der Gebrauch der Aräometer ist zur täglichen Untersuchung der Soolen auf Salzwerken

höchst wichtig und schon sehr alt. Zu diesem Gebrauch
dienen auch die dabei üblichen Skalenaräometer den
zug, welche unter dem Namen der Salzspinde
Salzwagen längst bekannt sind.

Anm. 3. Die Kunst zu schwimmen lernt man am be
von Schwimmern; wenigstens wird sie Niemand aus
nem Kompendium der angew. Mathem. erlernen wol
wo es Niemanden einfällt, Unterricht vom Laufen, T
zen, Springen, Reuten, Fechten zu suchen. Alle kün
liche zu einem gewissen Zwecke erfoderliche Stellungen
Bewegungen des menschlichen Körpers beruhen auf mat
matischen Gründen, wie das Schwimmen.

Einige hierher gehörige Schriften.

Gren's Journal d. Phys. 5 u. 7 B.

Die Kunst zu schwimmen, von Joh. Fr. Bachstr
Berlin 1742.

Neue Abh. der königl. Schwed. Akad. d. Wiss. 1781

Beschreibung einer neuen hydrostatischen Wage von

erometrie

oder

Pneumatik.

Aerometrie
oder
Pneumatik.

Erstes Kapitel.

lgemeine Eigenschaften der Luft, besonders ihre Expansivkraft und das Barometer.

Erklärung 1.

1. Den tropfbar - flüssigen Materien werden die luftförmigen entgegengesetzt, ter welchen hier dieienigen flüssigen Materien verden werden, deren Volumen sich bei einerlei rme merklich ändert, sobald der äussere Druck, n sie ausgesetzt sind, eine merkliche Aenderung det.

Erfahrung 1.

§. 2. Ueberall wo wir uns befinden, können wir te Körperchen, wie Papierstücke, Federn u. d. g. ne unmittelbar an sie zu stossen, schon dadurch in

Bewegung setzen, daß wir nur eine etwas breite Flä
mit einiger Schnelligkeit an ihnen vorbei bewegen; w
wir selbst empfinden eine Berührung unsichtbarer Th
chen, wenn wir eine solche Fläche z. B. nahe bei u
serem Gesichte vorbei bewegen. Taugen wir, wo w
uns auch befinden mögen, ein übrigens leeres Ge
mit einem Loch im Boden unter Wasser, so daß f
der Boden oben befindet, indeß wir das Loch im B
den etwa mit dem Daumen zuhalten, so empfin
wir einen Druck gegen den Daumen, und wir hab
destomehr Kraft nöthig, den angelegten Daumen in f
ner Lage zu erhalten, ie tiefer wir die untere M
dung des Gefässes unter das Wasser taugen, oh
daß das Wasser dabei den Daumen selbst berüh
Nimmt man hierzu ein Gefäß von Glas, in dessen
den sich kein Loch befindet, so sieht man darin d
Wasser desto höher steigen, ie tiefer es eingeta
wird; es kommt bei tieferem Eintaugen dem Bo
immer näher, aber es erreicht solchen nie, so

Erklärung 3.

**Die Aerometrie enthält die mathe-
hren von der atmosphärischen Luft; die
ik hat die luftförmigen Flüssigkeiten
um Gegenstande, und faßt also die
mit unter sich.**

Aerometrie ist unter diesem Namen zuerst von
gehandelt worden. Seine 1709 zu Leipzig unter
l Elementa aërometriae erschienene Schrift ent-
: damals davon gesagt werden konnte. Erst spä-
chritte der Wissenschaften konnten auch zur Er-
der Aerometrie beitragen. Insoferne man näm-
erschiedenen in spätern Zeiten entdeckten Luftar-
selbst den Wärmestoff in seinen mannigfaltigen
gen mit andern Materien iezt mit zu den Ge-
ı zählt, die mathematischer Bestimmungen fähig
iefer Theil der angewandten Mathematik in neue-
n allerdings bereichert worden. Nur mögte in
nfange genommen der Namen Pneumatik für
der seyn als der eingeschränktere der Aerometrie.
en, welche die Wärme betreffen, könnten zwar
als ein besonderer Theil der angew. Math. un-
Namen der Pyrometrie abgehandelt werden, wie
nbert geschehen ist; inzwischen werde ich das
igste davon hier als Lehren der Pneumatik mit
n, theils wegen ihres genauen Zusammenhanges
Aerom. theils um nicht zu besonderen Erwartun-
iner Lehre zu veranlassen, die noch soweit von ih-
kommenheit entfernt ist.

Erfahrung 2.

Die Eigenschaft, vermöge der die äussere
s flüssigen Körpers bei einerlei Wärme bloß
Gestalt der festen Wände bestimmt wird, die
en, kommt auch der Luft zu. Ausserdem ist

 aber

man diese Eigenschaft luftförmiger Mate-
öge der das Volumen einer bestimmten
durch den Widerstand bestimmt wird, den
on allen Seiten entgegengesetzt, als den
er betrachten, wodurch sie sich von tropf-
n Materien unterscheiden. Sie erfodern,
stimmtes Volumen auszumachen, allemal
uck von allen Seiten.

nigstens ist bis jetzt Luft aus der Atmosphäre
ch keinen Versuch soweit verdünnt worden, daß
ört hätte, sich durch den ganzen Raum, in dem
ert wurde, auszudehnen. Wir haben also die
eine flüssige Materie zu betrachten, die überall,
sie finden, schon aus einem sehr viel grösseren
en sie ohne äusseren Druck einnehmen würde, in
r vielmal engeren Raum zusammengepreßt ist.
)

Erklärung 4.

Das Bestreben der Luft, das sie, wo sie
befindet, äussert, sich in einen grössern

Zus.

§. 8. Vermöge dieser Elasticität gilt
Luft, was (§. 6. Hydrost.) schon vom Was
worden ist. Jedes Lufttheilchen druckt wiede
so stark nach allen Seiten ringsumher, als
von irgend einer Seite gedruckt wird.

Erfahrung 3.

§. 9. Man setze eine Röhre, die an b
den offen und zur Bequemlichkeit des Versuc
weit ist, daß sie sich am einen Ende bequem
Daumen verschliessen läßt, mit offenen E
Wasser, so daß sie z. B. zur Hälfte mit Wa
füllt wird. So angefüllt nehme man sie, a
Ende mit dem Daumen verschlossen, aus den
so wird nicht alles Wasser aus der Röhre he
sondern ein beträchtlicher Theil in der unte
Röhre hängen bleiben, wenn die Röhre nur

lich groß seyn. Da aber die Erfahrung
erweißt, daß die atmosphärische Luft in hö-
schichten eine geringere Pressung gegen die
hrenöffnung ausübt, als in tiefer liegenden,
die oberen Luftschichten auf die unteren noch
ndern Druck ausüben, der nicht von ihrer
aft herrührt, der also von oben herab im-
r wird und in jeder unteren Schichte ver-
Expansivkraft der Luft sich nach allen Seiten

bemerken wir also ein Bestreben der Lufttheil-
i die Erde, auch ohne Bezug auf ihre Ex-
t, wie bei jeder andern Materie, und sind
chtiget, dieselbe Kraft, welche jede andere
nte Materie gegen die Erde treibt, auch als
e jenes Bestrebens anzusehen, d. i. anzuneh-
ß auch die Lufttheilchen den Eindrücken der
unterworfen seyen.

Die Schwere der Luft ist jetzt eine so bekannte Sa-
aß man den vorstehenden Lehrsatz geradezu als einen

Erfahrung 4.

§. 12. Wenn man eine etwa 33 Par. Fuß
oder noch höhere lothrecht stehende völlig luft
Röhre, die unten mit einem Hahn verschlossen
ganz mit Wasser anfüllt, dann sie oben verschließt
unten öffnet, so fällt vom Wasser nicht mehr
als über die Höhe von beiläufig $32\frac{1}{2}$ Fuß hinaus
so daß die Röhre noch etwa $32\frac{1}{2}$ Par. Fuß hoch
Wasser angefüllt bleibt, woferne die untere Röhr
öffnung nicht viel über die Meeresfläche erhaben
oder nicht viel unter dieser liegt.

Stellt man denselben Versuch mit Quecksilber
das 14mal so schwer als Wasser ist, so findet m
daß das Quecksilber etwa 28 Zolle hoch darin st
bleibt, daher sich dieser letztere Versuch schon mit
ner etwa 30 Zoll langen Röhre anstellen läßt.

Je höher die Röhre über der Meeresfläche e

öhe die der ganzen Atmosphäre, und de-
iche die der atmosphärischen Luft ausge-
der Quecksilbersäule wäre. Daher ist der
solchen Quecksilbersäule zugleich das Maaß
rischen Drucks oder der Expansivkraft der
Stelle, wo die Luft die Quecksilbersäule

Druck der Atmosphäre ist also auf die Grösse
einer Quecksilbersäule eingeschränkt, die in den
Stellen unserer Erdfläche nicht leicht und dann
enig über 28 Par. Zolle hoch ist. Auf die erste
dieser Gränze wurde Galiläus durch einen
leitet, der sich vergeblich bemühte, das Wasser
en Raume einer Pumpe auf eine Höhe steigen
die jene Gränze übertraff. Den Versuch mit
hat sein Schüler, Evangelista Torri-
im Jahr 1643 zuerst angestellt, von dem auch
e Raum in einer solchen Röhre über dem Queck-
Torricellische Leere (vacuum Torricellianum) ge-

Erklärung 5.

Ein Werkzeug, das die mit der jedes-
pansivkraft der freien atmosphärischen
ndirenden Quecksilberhöhen in einer über
der luftleeren Röhre zu bemerken dient,
uecksilberbarometer oder schlecht-
rometer (Barometrum, barosco-
s Torricellianus).

s versteht sich, daß das Werkzeug aus Glase ge-
muß. Allemal muß die gläserne Röhre unten
htet seyn, daß das tiefer sinkende Quecksilber
der Röhre in Verbindung bleibe.

könnte ein offenes zum Theil mit Quecksilber
efäßchen dienen, in das die mit Quecksilber ge-
füllte

füllte gläserne Röhre eingesetzt werden könnte. So v
fuhr Torricelli.

Bequemer aber sind solche Einrichtungen wie (fig.
4, 5), da nämlich die Glasröhre unten umgebogen ist u
so dem in dem langen Röhrenschenkel fallenden Quecksilb
Gelegenheit verschafft, in dem umgebogenen Schenkel sel
oder in dem noch damit verbundenen kleinen Behältni
in die Höhe zu steigen. Uebrigens versteht es sich, d
die Röhre an ein Brett befestigt werde, auf welchem m
den Maaßstab verzeichnet.

Anm. 2. Es gehört zur grösseren Vollkommenheit des We
zeugs, daß die Glasröhre bis zum Behältniß gleich w
sey. Auch ist es zu den Beobachtungen bequemer, we
das kleine Behältniß durchaus einerlei Weite hat (
fig 3). Ueberdas muß das Werkzeug hinlänglich mit Que
silber gefüllt seyn, daß es nie ganz aus dem Behältniß
rücktreten könne. Endlich gehört es zur Vollkommenh
des Werkzeugs, daß das Quecksilber im Barometer au
kocht sey.

Luft dient, von der horizontalen Oberfläche des Quecksilbers im kleinen Schenkel zur höchsten Fläche desselben im langen Schenkel gemessen werden müsse. Aus beiden Skalen der oben am langen und der unten am kurzen Schenkel des Heberbarometers (Anm. 3) ergiebt sich iedesmal leicht ohne besondere Messung die gedachte Höhe. Auch ohne die untere Skale ergiebt sich bei völlig gleichen Weiten beider Schenkel die iedesmalige Aenderung der Barometerhöhe, wenn man die an der Skale des langen Schenkels bemerkte Grösse des Steigens oder Fallens verdoppelt.

Bei solchen Kapselbarometern wie (fig. 3) kann die Höhenbestimmung, ohne sie iedesmal unmittelbar zu messen, aus dem Verhältniß der Durchmesser der Röhre und des untern Behältnisses leicht hergeleitet werden; heißt iener d, dieser D, die Höhe der Quecksilbersäule über der Quecksilberfläche im Behältniß in irgend einem bestimmten Zustande gemessen H; nennt man ferner die Punkte bis wohin das Quecksilber in diesem Zustande sowohl in der Röhre als in dem Behältnisse reicht, obere und untere Normalpunkte, die zugehörige Höhe H die Normalhöhe, und ist nun bei irgend einer Beobachtung die Höhe des Quecksilbers in der Röhre über dem oberen Normalpunkt $= h$, so ist zugleich das Quecksilber im Behältnisse um die Höhe $\frac{d^2}{D^2} . h$ unter den Normalpunkt gefallen, also die ietzige Barometerhöhe $= H + h + \frac{d^2}{D^2} . h = H + \frac{D^2 + d^2}{D^2} . h$. Ist das Quecksilber in der Röhre um die Höhe h gefallen, so ist die ganze Barometerhöhe $= H - \frac{D^2 + d^2}{D^2} . h$.

Bei solchen Barometern wie (fig. 2) erfodern genaue Bestimmungen immer unmittelbare Messungen. Daher ist es besonders bei diesen sehr bequem, wenn die Skale auf

eine am Brett verschiebbare Leiste oder auf ein verschi
bares messingenes Linial verzeichnet ist.

Anm. 5. Weil alle Materien durch grössere oder gering
Wärme mehr oder weniger ausgedehnt, also dadurch spe
fisch leichter oder schwerer gemacht werden, so erhell
daß die Aenderungen der Barometerhöhen nicht blos v
der Expansivkraft der Luft, sondern auch von der verschieden
Wärme des davon mehr oder weniger ausgedehnten Qu
silbers abhängen. Daher muß bei Vergleichungen versch
dener Barometerhöhen auf die von der Verschiede
heit der Wärme herrührenden Höhenänderungen ge
rige Rücksicht genommen werden, wovon in der Fol
noch gehandelt werden wird.

Aufg. 1.

§. 15. Mittelst des Barometers den Dru
der Atmosphäre auf eine von ihr berührte Fläch
zu bestimmen, vorausgesetzt, daß die Expansivkra
der Luft in allen Stellen der ihr ausgesetzten Fläch

die Glasröhre selbst von der Wärme mehr oder weniger gedehnt wird, auf die Barometerhöhen selbst, also auch die daher genommenen Bestimmungen gar keinen Ein-
. In ebendieser Rücksicht ist daher auch die Weite Glasröhren, die man ihr bei einer bestimmten Wärme en will, gleichgültig. Um inzwischen die Hinderniß, che die Röhrenwand dem Steigen oder Fallen des ecksilbers entgegensetzt, zu vermindern, giebt man der re im Durchmesser nicht gerne unter 7/4 Par. Linien Lichten. De Lüc verlangt 2 1/2 bis 3 Linien.

Zweites Kapitel.

chiedenheit der Expansivkraft der osphärischen Luft in verschiedenen Zeiten und in verschiedenen Stellen der Atmosphäre.

Erfahrung 5.

Man weiß, daß das Barometer sowohl in verschiedenen Lufthöhen, als auch in einerlei hen nur in verschiedenen Gegenden, und selbst ender Stelle nur in verschiedenen Zeiten die Exvkraft der Luft verschieden angiebt. Diese Beobngen verdienen hier, insoweit sie mit mathemati- Bestimmungen zusammenhängen, noch eine kurze achtung.

Erklärung 6.

§. 17. Wenn man an einem bestimmten Ort Tag im Jahre mehrere Beobachtungen, am

 brsten

also nach (Alg. §.), wenn dieser Fall f heißt

$$f = \frac{\alpha\left(1-\left(1-\frac{\alpha}{H}\right)^n\right)}{\frac{\alpha}{H}}$$

$$= H.\left(1-\left(1-\frac{\alpha}{H}\right)^n\right)$$

4. Daher

$$1-\frac{f}{H} = \left(1-\frac{\alpha}{H}\right)^n$$

oder

$$\log\left(1-\frac{f}{H}\right) = n.\log\left(1-\frac{\alpha}{H}\right)$$

und

$\frac{864}{m}$ statt α gesetzt (no. 2),

$$n = \frac{\log H - \log p}{\log H - \log (H - \frac{864}{m})}$$

5. Setzt man nach (Anm. §. 17) H = 336 Li- so hat man

$$n = \frac{\log 336 - \log p}{\log 336 - \log (336 - \frac{864}{m})}$$

. Für die Barometerhöhe von 336 Lin. kann er Erfahrung zufolge, wie man weiter unten wird, im Mittel genau genug

m = 11200

dieses giebt

$$n = \frac{\log 336 - \log p}{\log 336 - (\log 336 - \frac{864}{11200})}$$

Zus.

. 19. Für eine andere Station unter jener, Barometerhöhe p zugehört, sey die Barometer- = q Par. Linien, so ist für die Höhe dieser Sta- ber dem Meere nach (§. 18)

$$n = \frac{\log 336 - \log q}{\log 336 - \log (336 - \frac{864}{11200})}$$

 also

alſo die Höhe beider Stationen über einander =

$$\frac{l336 - lp}{l336 - l(336 - \frac{864}{11200})} - \frac{l336 - lq}{l336 - l(336 - \frac{864}{11200})}$$

$$= \frac{lq - lp}{l336 - l(336 - \frac{864}{11200})}$$

Wäre aber die Barometerhöhe auf der Meere[s]fläche nicht = 336, ſondern, allgemein ausgedrück[t] = H, ſo müßte man zugleich $\frac{336}{H}$. 11200 für [...] oder ſtatt 11200. ſchreiben, und ſo wäre die Hö[he] beider Stationen über einander

$$= \frac{lq - lp}{l(\frac{H}{\ldots})} = \frac{lq - lp}{l(\frac{1}{\ldots})}$$

Vorstehende Berechnung setzt noch unveränderliche
re voraus, die aber bis zu so grossen Höhen nicht
mmen werden kann. Auch setzt sie die zunehmende
der Schwungkraft bei Seite, welche sich mit der
renden Schwere vereinigt, um den Druck des Queck-
in sehr beträchtlichen Entfernungen von der Erde zu
dern, also die einem bestimmten Druck korrespon-
: Barometerhöhe zu vergrössern, so daß man solche
beträchtlichen Höhen wirklich grösser finden würde,
n sie bei diesen Berechnungen voraussetzt, und daß
ben Höhen ebendarum die beobachteten Barometer-
für die Anwendung vorstehender Berechnungen um
vermindert werden müßten. Bis zu den Höhen,
unsere Berge erreichen, bleibt indessen iene Vor-
ng ohne merklichen Fehler. Wichtiger in Bezug
: Resultate in der Anwendung auf das Höhemessen
Umstand, daß bei Erfindung der obigen Formel auf
nfluß; welchen die Wärme auf die spec. Schwere
ecksilbers und der Luft hat, keine Rücksicht genom-
orden ist. Nimmt man noch hinzu, daß selbst bei
i Wärme die spec. Schwere des Quecksilbers von

so wird man gar nicht erwarten, daß die gefundene Formel die Höhen genau angeben sollte.

Daher haben sich mehrere Naturforscher bemüht, der Formel eine grössere Genauigkeit zu verschaffen. Bouguer will, man solle die nach obiger Formel berechnete Höhe um $\frac{1}{30}$ vermindern, d. h. nur $\frac{29}{30}$ von ihr nehmen.

De Lüc korrigirt ebendiese Formel so: der Wärmegrad sey in Reaumürschen Graden zur Zeit der Beobachtung an der unteren Station = k, in der oberen = k', so verwandle man den obigen Ausdruck in diesen

$$10000 . (lq - lp) . \left(1 + \frac{32,5 - (k+k')}{2 . 215}\right)$$

Die Richtigkeit dieser Formel hat er durch mehrere hundert Beobachtungen immer bestättigt gefunden *).

Trembley setzt dagegen

$$10000 . (lq - lp) . \left(1 + \frac{23 - (k+k')}{\ldots}\right)$$

[Ein]ige zu diesem Kap. gehörige Schriften.)

De Lüc Untersuchungen über die Atmosphäre und die zu Abmessung ihrer Veränderungen dienlichen Werkzeuge. aus dem Franz. von Gehler, 2 Bände in 8. Leipz. 1776.

Kästner Abhandl. vom Höhenmessen mit dem Barometer, in seinen Anmerk. über die Markscheidekunst. Gött. 1775. in 8.

Hennert Commentatio de altitudinum mensuratione ope barometri, Traj. ad Rhen. 1786.

Damen, de montium altitudina barometro mensuranda, acced. refract. astron. theoria, Hag. 1783.

Gehler Phys. Wörterbuch, Neue Aufl. 5 Bände in 8. Leipz. 1798—1799. Hierzu erscheint nächstens noch ein Supplementband.

Drittes Kapitel.

[Wie] unter sonst gleichen Umständen Dich[tigke]it der Luft mit ihrer Expansivkraft [zusa]mmenhängt. Allgemeine Beschaffen[he]it der Luftpumpen, und mancherlei Arten derselben.

Aufg. 3.

Zu finden, ob unter sonst gleichen Umständen die Expansivkraft der Luft ihrer Dich[tigkei]t proportional sey (fig. 5).

Aufl. I. In ein mit Quecksilber gefülltes Ge[fä]ß setze man eine gläserne cylindrische Röhre, die [ent]weder wie die a oben mit einem zum Aufschrauben einer

einer metallenen Platte eingerichteten messingenen Kra
oder wie die b mit einem Deckel versehen ist, wo
sich ein Cylinderchen oder konisches Röhrchen befin
das sich mit einem Stöpsel genau verschliessen lä
Wenn der konische Stöpsel genau bis an der Rö
obersten Querschnitt o herabreicht, so wird bei sei
Einstecken die Luft zwischen o und m durch ihn n
verdichtet; sie behält ihre natürliche Dichtigkeit,
wie die in der Röhre a zwischen o und m versper
Luft, wenn da eine Platte aufgeschroben wird.

Durch ein kleines Gestelle läßt sich leicht bewi
ken, daß man die Röhre auf eine verlangte Tiefe g
nau einsenken und erheben kann.

Es sey die Höhe om = h, die on = H, d
Dichtigkeit der in om befindlichen atmosphärischen Lu
= △; nun erhöhe man die eingesenkte Röhre, w
fig. 6, so wird das Quecksilber z. B. bis vw steig
es sey jetzt vm = a, om = h′, die der äußer

lso ist das Verhältniß der Expansivkraft der versperrten Luft zur Expans. Kraft der fig. 6. rten Luft

wie $B : b = B : (B - a)$

ichtigkeit der versperrten Luft (fig. 5) verhält der (fig. 6)

wie $(h' - a)$ zu h!

man nun

$$B : (B - a) = (h' - a) : h$$

die Expansivkraft, wenigstens für verdünnte at- irische Luft, der Dichtigkeit proportional.

I. Um dieselbe Proportion bei verdichteter Luft isen, fülle man (fig. 7) eine bei b und anfäng- ich bei a offene Röhre bca bis zu einer gewis- rizontalfläche pq mit Quecksilber; dann schraube ine Platte bei a auf und giesse bei b aufs Neue lber hinzu. Dieses Zugiessen geschieht am be- ittelst eines kleinen cylindrischen Maaßes, das r Röhre (fig. 7) gleichen Durchmesser und eine ie Höhe $\mathfrak{h}$ hat; reicht nun das Quecksilber, n man n solche Maaße zugegossen hat, im kel qb bis an eine gewisse Stelle r, die sich l leicht bemerken läßt, und im Schenkel pa bis die erst noch berechnet werden soll, so hat man

$$qr + ps = n . \mathfrak{h}$$

$$ps = n . \mathfrak{h} - qr$$

nze Höhe pa sey $= h$, so ist

$$sa = pa - ps = h + qr - n . \mathfrak{h}$$

Die

Die der äusseren Atmosphäre zugehörige Barom
höhe heisse b, die der iezt über s versperrten zu
rige B, so ist $B = b + qr - ps$

$$= b + qr - n\mathfrak{h} + qr = b + 2.qr - n.$$

also

$$B : b = (b + 2.qr - n.\mathfrak{h}) : b$$

und

Dichtigkeit der versperrten Luft : Dichtigkeit äusseren

$$= pa : as = h : (h + qr - n.\mathfrak{h})$$

Findet man also

$$(b + 2.qr - n.\mathfrak{h}) : b = h : (h + qr -$$

so ist auch bei diesem Versuch mit verdichteter Luf
Expansivkraft der Luft ihrer Dichtigkeit proportion

Erfahrung 6.

Mariotteschen Gesetzes nicht gestatten, wie die ... ergeben wird.

Zus.

§. 23. Kann man für Luft, welche dünner als atmosphärische nahe an der Erde ist, das Mariot... Gesetz beibehalten, so wird die Luft von der Erde ...wärts in demselben Verhältnisse dünner, in wel... die Expansivkraft der Luftschichten abnimmt, wo... übrigens Luft von gleicher Beschaffenheit voraus... ...t wird.

Aufg. 4.

§. 24. ABCD (fig. 8) sey eine Röhre von ...ener Weite, und mit ihr eine andere mnop ...nden; beide sind anfänglich, da sich noch kein ...ben in der weiteren Röhre befand, mit Wasser ... dcrq angefüllt; indem nun AdcD mit ...scher Luft angefüllt ist, wird ein genau passen... Kolben in den Cylinder ABCD eingeschoben bis zu einer bestimmten Tiefe ab niedergedruckt: fragt, wie hoch das Wasser in der Röhre mo ...fgetrieben wird?

Aufl. 1. Der Durchmesser dc sey $= D$, der $= d$, die Höhe $Aa = b$, $Ad = h$, und der ...rspiegel werde von dc bis in vw niedergetrie... so daß $dv = x$ sey, so ist $av = Ad - Aa$ $dv = h - b + x$; anfänglich gehörte zu der über befindlichen Luft die Barometerhöhe B, die gege...; nach vollendetem Schub des Kolbens ist sie

$$= \frac{Av}{av} . B = \frac{h + x}{h + x - b} . B.$$

2. Er...

2. Erhebt sich das Wasser bis ef, so ist der k bische Inhalt von $rq\phi = 0{,}785 \times D^2 . x$, also d Länge $r\phi = \frac{0{,}785 . D^2 . x}{0{,}785 . d^2} = \frac{D^2}{d^2} . x$, und d lothrechte Höhe $fy = \frac{D^2}{d^2} . x . \sin \phi q y$, also

$$fz = \frac{D^2}{d^2} . x . \sin \phi q y + x$$

3. Die spec. Schwere des Quecksilbers sey = die des Wassers = 1 gesetzt, so ist der Druck d Wassersäule über vz = dem Druck einer Quecksil säule von der Höhe

$$\frac{fz}{\psi} = \frac{\left(\frac{D^2}{d^2} . \sin \phi q y + 1\right) . x}{\psi}$$

4. Die Höhe (no. 2.) muß der am Ende

Aufg. 5.

25. Die Röhre CDop (fig. 9) steht von
im Wasser, anfänglich befindet sich im obe-
il bei a b ein Kolben, und unter ihm ist die
bis q durchaus mit Luft angefüllt, der die
eterhöhe B zugehört; man sucht die Länge qf
hrenstücks, welches vom Wasser ausgefüllt
wird, wann der Kolben bis in vw erhoben

Aufl. Es sey der oberen Röhre Durchmesser
, der unteren = d, die Höhe Aa = a, die
β, die Länge oq = f, der Winkel fqg = φ;
: die vorige Bedeutung (§. 24), und qf sey
so ist im Zustand des Gleichgewichts, wann
lben in vw gekommen ist, und die der versperr-
st zugehörige Barometerhöhe in diesem Zustand
ist,

$$b + \frac{x \cdot \sin\phi}{\psi} = B$$

$$b = \frac{0,785 \cdot D^2 \cdot a + 0,785 \cdot d^2 \cdot f}{0,785 \cdot D^2 \cdot (a+\beta) + 0,785 \cdot d^2 \cdot (f-x)}$$

$$\frac{)^2 \cdot a + d^2 \cdot f}{) \cdot D^2 + (f-x) \cdot d^2} + \frac{x \cdot \sin\phi}{\psi} = B$$

$$d^2 \cdot f + \left(\frac{(a+\beta) \cdot \sin\phi \cdot D^2}{\psi} + \frac{f \cdot d^2 \cdot \sin\phi}{\psi}\right) \cdot x$$

$$\frac{{}^2 \cdot \sin\phi}{\psi} \cdot x^2 = \left((a+\beta) D^2 + f \cdot d^2\right) \cdot B - d^2 B \cdot x$$

oder

$$x^2 - \frac{(a+\beta).D^2+f.d^2+B.d^2.\psi:\sin\Phi}{d^2}.x$$

$$= - \frac{((a+\beta).D^2+f.d^2).B.\psi}{d^2.\sin\Phi}$$

$$+ \frac{(D^2.a+d^2.f).\psi}{d^2.\sin\Phi}$$

Heißt hier die Grösse zur Rechten N, die in x mu[ltiplicirte] plicirte Grösse M, so erhält man

$$x = \tfrac{1}{2}M \pm \surd(\tfrac{1}{4}M^2+N)$$

Erklärung 6.

§. 26. Jedes Werkzeug, das durch H[in-] und Hergang einer Masse in einer Röhre zur V[er-] änderung der Dichtigkeit der Luft in einem mit [...]

...en liesse, woferne nur bei c und o die zur Abschnei... ...g und Wiederherstellung der Kommunikation des ...cipienten mit dem Cylinder oder Stiefel AB, und ...s Raums unter dem Stiefel mit der äusseren Atmo... ...häre dienliche Vorrichtungen angebracht werden. ...zu dient bei c eine Klappe, ein kleines Thürchen, ...s von c nach x aufgeht und von c nach w zufällt; ...nso eine in einem Seitenröhrchen angebrachte Klappe ..., die sich nach aussen öffnet und sich selbst überlassen ...der zufällt.

Indem der Kolben n bis auf den Boden x nie... ...rgetrieben wird, wird die Klappe c angedruckt und ...e o aufgestossen, indem die Luft im Raum cx ver... ...chtet und hierdurch ihre Expansivkraft vergrössert ...rd.

So wird also beim ersten Schub alle im Stiefel ...ter dem Kolben befindliche Luft bis zum Boden x ...nab in die äussere Atmosphäre ausgestossen, und es ...leibt nur der Raum cx mit atmosphärischer Luft an... ...füllt, der daher der schädliche Raum heißt. Beim ...ckzuge des Kolbens verbreitet sich die Luft aus dreien ...umen, dem M bis an v, dem zwischen v und c ...d dem schädlichen Raume (die ich mit I, II und ...I bezeichnen will) bis zum Kolben hin, dem sie beim ...ückzuge folgt; bezeichne ich also diesen vom Kolben ...s zum Ende seines Rückzuges durchloffenen Raum ...t IV, so ist jene in I + II + III versperrte Luft ...m Ende des Rückzugs in I + II + III + IV ver... ...breitet.

Ist der kubische Inhalt von I + II = K, der ... Inhalt von III = f, von IV = 𝔎, die Dich... ...tigkeit der äusseren atmosph. Luft = D, die Dichtig...

 keit

keit der Luft in I nach dem 1ten Zuge = D′, nach dem 2ten = D″ u. s. w. so ist

$$D' = \frac{K+\mathfrak{k}}{K+\mathfrak{k}+\mathfrak{K}} \cdot D$$

Nach wieder erfolgtem Einschieben des Kolbens ist die Dichtigkeit der Luft zwar für I und II noch = D′, aber für III wieder, wie nach iedem folgenden Sch[illegible] = D, also hiernächst nach dem 2ten Zuge

$$D'' = \frac{K \cdot D' + \mathfrak{k} \cdot D}{K+\mathfrak{k}+\mathfrak{K}} =$$

$$= \frac{K \cdot (K+\mathfrak{k}) \cdot D}{(K+\mathfrak{k}+\mathfrak{K})^2} + \frac{\mathfrak{k} \cdot D}{K+\mathfrak{k}+[illegible]}$$

Und nun nach dem 3ten Zuge

$$D''' = \frac{K \cdot D'' + \mathfrak{k} \cdot D}{[illegible]}$$

aupt nach dem nten Zuge die Dichtigkeit der
n Recipienten

$$= \frac{K^{n-1}.(K+k).D}{(K+k+\mathfrak{K})^n} + \frac{K^{n-2}.k.D}{(K+k+\mathfrak{K})^{n-1}}$$

$$+ \frac{K^{n-3}.k.D}{(K+k+\mathfrak{K})^{n-2}} \dots + \frac{K^0.k.D}{K+k+\mathfrak{K}}$$

$$\left(\frac{K^{n-1}.(K+k)}{(K+k+\mathfrak{K})^n} + \frac{(K+k+\mathfrak{K})^{n-1}.k - K^{n-1}.k}{(K+k+\mathfrak{K})^{n-1}.(\mathfrak{K}+k)}\right)$$

) (Alg. § 30. no. II); oder auch =

$$\left(\frac{K}{K+k+\mathfrak{K}}\right)^{n-1}.\frac{K+k}{K+k+\mathfrak{K}}.D$$

$$+ \frac{k.D}{\mathfrak{K}+k} - \left(\frac{K}{K+k+\mathfrak{K}}\right)^{n-1}.\frac{k.D}{\mathfrak{K}+k}$$

=

$$\left(\frac{K}{K+k+\mathfrak{K}}\right)^{n-1}.\left(\frac{K+k}{K+k+\mathfrak{K}} - \frac{k}{\mathfrak{K}+k}\right) + \frac{k}{\mathfrak{K}+k}\Big).D$$

Weil nun $\frac{K+k}{K+k+\mathfrak{K}}$ allemal grösser als $\frac{k}{\mathfrak{K}+k}$ muß, so ist dieser beiden Grössen Differenz allemal bejaht, also

die Dichtigkeit der Luft im Recipienten nach n Zügen allemal noch grösser $\frac{k}{\mathfrak{K}+k}.D$.

Zus. 2.

§. 28. Allemal kann n so groß werden, daß

$$\left(\frac{K}{K+k+\mathfrak{K}}\right)^{n-1}.\left(\frac{K+k}{K+k+\mathfrak{K}} - \frac{k}{\mathfrak{K}+k}\right)$$

 ganz

ser K ist. Die L

grössere Verdünnung

f oder der schädliche
oder mit dem Raume
dem Zug durchlauft.

Anm. 1. Es wird v
Zufallen bestimmte
gung sich augenblick
mit der Luft auss tha
abschneide, auch da
haltig sey, welches
schwere Bedingung is

Uebrigens giebt si
der ältesten Einrichtu
von Guericke, B
1650 erfunden hat.

Der Hahn y bleib
beim Rückzuge des K
der angekuttete Recipi
wieder Luft von aussen
Hahn so gedreht, daß
Luft dadurch abgeschnitt

Daß eine bestimmte Luftmasse aus ihrem anfäng-
umm in die Hälfte des Raums gepreßt doppelte
it, im den dritten Theil desselben gepreßt drei-
erhaupt in $\frac{1}{n}$ des anfänglichen Raums zusammen-
n fache Dichtigkeit erhält, und umgekehrt aus ei-
immten Raume in einen n fachen verbreitet nur $\frac{1}{n}$
r anfänglichen Dichtigkeit behält, ist für sich klar
t mit dem hypothetischen Mariotteschen Gesetze in
er Verbindung; die vorgetragene Berechnung bleibt
tig, wenn auch das Mariottesche Gesetz nicht rich-
:. Die Ungewißheit dieses Gesetzes läßt nur un-
ob mit der n fachen Verdünnung der anfänglichen
b n fache Verschwächung der Expansivkraft verbun-
ß ob man also auch umgekehrt daraus, daß nach
wissen Anzahl von Kolbenzügen die Expansivkraft
ickgebliebenen Luft etwa mittelst einem schicklich
hten Barometer nur $\frac{1}{n}$ so groß als anfänglich be-
wird, schliessen dürfe, daß sie auch nur noch $\frac{1}{n}$
r anfänglichen Dichtigkeit habe? In der That lei-
suche, wie man finden wird, auf den Schluß, daß
ächtlichen Verdünnungen der Luft ihre Expansivkraft
er als ihre Dichtigkeit abnehmen müsse und daß
: Dichtigkeit in stärkerem Verhältnisse vermindert
sey als nach dem Verhältnisse der zugehörigen
terhöhen.

Guericke stellte zwar mit seiner 1650 erfunde-
tpumpe schon im J. 1654 auf dem Reichstage zu
ourg öffentliche Versuche an, aber ihre erste Be-
ng gab doch erst ein Jesuit, Kaspar Schott in
ica hydraulico-pneumatica, Herbipoli 1657 in 4, in
. Experimentum nouum Magdeburgicum.
)er wird unrichtig Robert Boyle für den Erfin-
: Luftpumpen ausgegeben. Er verbesserte sie nur

 beson-

besonders darin, daß er mit Hook eine verzahnte K
stange anbrachte, die durch eine Kurbel mit einem ei
senden kleinen Rade oder Trilling ein- und ausgew
werden konnte. Ueberdas ließ er die Ventilen oder
pen weg, und brachte bloß in der Wand des schäd
Raums eine enge Seitenöffnung mit einem eingerie
Stöpsel an, welcher beim Einschieben des Kolben
ausgenommen und beim Rückzuge (der bei ihm lo
geschahe) wieder eingesteckt wurde. Der Hahn y
beim Einschieben zu- und beim Rückzuge wieder
dreht. Auch brachte er oben am Recipienten einen
lenen Deckel mit einem Stöpsel an.

f. Boyles Noua experimenta physico-mechan. de
ris elastica Opp. T. I.

Von seinem Namen rührt die Benennung Boyl
Leere — richtiger die Guerickische Leere.

Anm. 4. Guericke blieb wegen der mit dem Getrieb
bundenen langsameren Bewegung auch nach jener
schen Abänderung doch bei dem Kolben mit unver
Stange stehen, brachte aber jetzt einen Hebel zur E

n schiefliegenden Stiefel, von Sengnerd,
Leiden. Er gab sie schon in seiner
ophia natural.) Lugd. Bat. 1685.
te sie aber selbst erst 1697 völlig zu Stande.

rzahnte Kolbenstange wird ein, und ausgewun-
Boden des schiefliegenden Stiefels ist eine eng-
Röhre befestigt, die in einiger Entfernung vom
inen kurzen lothrechten engdurchbohrten und von
it einem Gewinde versehenen Aufsatz hat, auf
in abgeschliffener messingener Teller, der zu dem
der Mitte eine Oeffnung mit einer Mutter hat,
ben werden kann.

um Boden des Stiefels ist die Kommunikations-
einem Hahn versehen, um die Kommunikation
els mit dem Teller abschneiden und wieder her-
können.

t Ende ist der in der Hülse ad bc (fig. 11) ein-
Hahn nvoqp, welcher oben durch einen hier nicht
ten besonderen Griff leicht herumgedreht werden
n oben herab so gebohrt, wie die Figur es zeigt,
ch bei einer gewissen Stellung desselben das un-
dieses schiefen Kanälchens sich an das Kanälchen

Ueberdas ist der Hahn auch wagrecht durchbohrt, so d
die lothrechte Ebene, in der die Mittellinie dieses wa
rechten Kanälchens liegt, mit iener, in welcher die Mi
tellinie des vorigen Kanälchens liegt, einen rechten Wi
kel macht.

Daher zeigt die Figur von dies·m wagrechten Kanälch
nur den kreisförmigen Durchschnitt bei x, seine beide
Ausgänge schliessen sich in dieser Stellung des Hahns
die innere Wandfläche der äusseren Hülse genau an,
daß in dieser Stellung nirgends Luft in dieses Kanälch
treten kann.

In dieser Stellung wird also der Kolben bis auf d
Boden niedergewunden. Soll nun der Kolben wieder
rückgewunden werden, so wird der Hahn vorher um ein
Quadranten herumgedreht. Hierdurch kommt das wagrech
Kanälchen in die Lage ef, so daß nunmehr der Raum
Stiefel unter dem Kolben mit dem Raum w über de
Teller, worauf der Recipient (eine gläserne Glocke) steh
in Kommunikation tritt, hingegen schließt sich ietzt die u
tere Oeffnung des aufwärts in die freie Luft gehenden K

gebrachte Körper einnehmen) mit Inbegriff des is an den schädlichen Raum sich erstreckenden Ka- ist K (§. 27).

diese Senguerdsche Pumpe als Kompressions- , d. h. zur Verdichtung einer Luftmasse gebraucht so wird an dem über dem Teller hervorragenden des Röhrchens w, welches von aussen ringsherum winde hat, noch ein metallenes Röhrenstück ange- , dessen durchgehendes Kanälchen wiederum durch urchgehenden Hahn nach Willkühr mit der Oeffnung Kommunikation gebracht oder davon abgeschnitten kann. Dieses aufgeschrobene Röhrenstück hat ober- em Hahn wiederum auf seiner äusseren Fläche ein de, damit sich ein metallenes Gefäß anschrauben des zu dem Ende in seinem Boden ein Loch mit ei- utter hat, die zu ienem Gewinde paßt. Ist die Luft fässe verdichtet, welches durch entgegengesetzte Um- g des Hahns vopq geschieht, so darf man nur das brobene Stück mittelst Umdrehung des daran befind- Hahns verschliessen und es nun samt diesem Röh- k von w wieder wegnehmen.

. s'Gravesande gab zuerst eine Einrichtung an : mit dem Hin- und Herschieben des Kolbens der leitung der Luft in die Atmosphäre angebrachte Hahn lbst in die iedesmal erfoderliche Lage kommt.

. Zu den berühmt gewordenen älteren Luftpumpen besonders die einfache Nolletsche Luftpumpe. Kolben geht wie bei der Boylischen lothrecht von un- nauf, aber statt der Getriebe ist die unverzahnte Kol- nge zum Niedertreten oder Rückzuge mit einem gbügel und zum Aufziehen oder Einschieben mit ei- ufwärts gebogenen Stange versehen. Die Kommu- onsröhre, welche aus dem Stiefel zum Teller führet, en nahe am Stiefel einen Hahn, der wie der Sen- che doppelt gebohrt ist.

Nollet, leçons de Phys. exper. T. III. Leç. X.

Aussen

Aussen vor der Oeffnung des Hahns, durch welche t Luft aus dem Stiefel in die Atmosphäre tritt, ist ein V til vorgelegt, das bei der Sengnerdschen fehlt. Hierdu wird das Aufziehen des Kolbens merklich erleichtert, w der Kolben nicht eher den Widerstand der äusseren Ventil anliegenden atmosphärischen Luft empfindet, als die im Stiefel befindliche verdünnte Luft durch das S schieben des Kolbens iedesmal wieder bis zur Dichtig der atmosphärischen zusammengepreßt worden ist.

Die doppelte Nolletsche Luftpumpe führt ein G triebe zwischen verzahnten Stangen.

Anm. 10. Nach Nollet machte sich besonders Sme ton, ein einsichtsvoller englischer Künstler um die V besserung der Luftpumpen verdient. Er wußte 1.) die Lu pumpe mit 3 Ventilen so einzurichten, daß sie zuglei als Kompressionspumpe gebraucht werden kann. Bloß dieser Bestimmung ihres Gebrauchs brachte er einen Hah an, der übrigens bei dem Gebrauche immer einerlei Ste lung behält, die nur verschieden ist, nachdem die Pum

bei jedem Niedergange des Kolbens muß das Kolben-
il sich immer wieder öffnen, solange bis die Dichtig-
der Luft im Raume k nur noch $= \frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{K}+\mathfrak{k}} \cdot D$ ge-
rden ist, das Gewicht des Ventilchens bei Seite gesetzt.
In diesem Zustande, da der Kolben in seiner tiefsten
telle steht, ist die Dichtigkeit der Luft im Raume

$$K = \frac{k}{\mathfrak{K}+k} \cdot \left(\frac{\mathfrak{k}}{\mathfrak{K}+\mathfrak{k}} \cdot D\right).$$

Wird nun nach Erreichung dieser Verdünnung der Kol-
n noch einmal gezogen, so kann sich das Bodenventil
cht noch einmal öffnen. Also ist bei dieser Pumpe vorste-
nder Werth die Gränze der Verdünnung, die viel wei-
r geht, als die §. 28.

Die umständlichere Beschreibung kann dem mündlichen
rtrage vorbehalten bleiben.

Erklärung 7.

§. 31. Das Verhältniß der Expansivkraft
iedener Luftarten oder überhaupt verschiedener
ch-flüssiger Materien, nachdem man sie auf
e Dichtigkeit zusammengepreßt hat, ist auch
Verhältniß ihrer specifischen Elasticität.

Gewöhnlich wird bei dieser Vergleichung die Ex-
vkraft der atmosph. Luft = 1 gesetzt, da dann
ahl, welche die verhältnißmässige Grösse der Ex-
vkraft einer andern auf dieselbe Dichtigkeit ge-
ten Luftart ausdrückt, auch schlechthin die spec.
icität der letzteren genennt werden kann.

Zus. 1.

§. 32. Weil jede Luftart, um mit der atmo-
schen gleiche Dichtigkeit zu erhalten, aus dem
Raume,

Raume, den sie beim Druck der Atmosphäre ein
in einen sovielmal grössern Raum verbreitet oder
nen sovielmal kleineren zusammengepreßt werden
sovielmal sie beim Drucke der Atmosphäre sp
schwerer oder spec. leichter als die demselben
ausgesetzte atmosphärische Luft ist, so ist nach (
Anm. 5) für die Barometerhöhe von 28 Zolle
für die gemeinschaftliche Wärme von 10° Reau
Voraussetzung des Mariotteschen Gesetzes, die

spec. Elastic. der schwefelsauren Luft . . . $\frac{1}{2}$

— — der Kohlens. . . . . . $\frac{1}{1}$

— — Salpeterluft . . . . . $\frac{1}{1}$

— — des Sauerstoffgas . . . . $\frac{1}{}$

-kraft (d. h. die Höhe einer mit ihr im Gleich-
stehenden Quecksilbersäule) atmosph. Luft in
gegebenen Falle = E, die Expansivkraft der-
uft bei n° Reaum. = e, ihre Dichtigkeit in
Falle = D, in diesem = d, so hätte man,
. Elasticität der ersteren = 1 und die der letz-
= f gesetzt,

$$1 : f = E : \frac{D}{d} . e = \frac{E}{D} : \frac{e}{d}$$

o lassen sich auch die spec. Elast. verschiedener
ten oder verschiedener elastischflüssiger Massen bei
edener Wärme mit einander vergleichen.

1. Gesetzt eine Luftmasse, deren Expansivkraft E wäre,
ände aus 1000 Theilchen, und eine andere, deren Exp.
. = e wäre, bei gleichem Volumen aus 800 Theilchen,
hätte man

$$1 : f = \frac{E}{1000} : \frac{e}{800}$$

Wären nun die Expansivkräfte der Anzahl von Lufttheil-
en proportional, in welche die Expansivkraft wirkt (wie
s Gewicht eines Körpers der Menge seiner Theilchen
oportional ist, in welche die Schwere wirkt), so wären
e Quotienten $\frac{E}{1000}$, $\frac{e}{800}$ Ausdrücke für die Expansivkraft
nes einzelen Theilchens von jeder dieser beiden
ftarten. Dann könnte man also die spec. Elasticität als
e Expansivkraft eines einzelen Theilchens betrachten, der
e Quotienten $\frac{E}{D}$, $\frac{e}{d}$ proportional wären.

Diese Betrachtung wäre aber augenscheinlich unrichtig,
nn von einer aus 1000 Theilchen bestehenden Luftmasse,
ren Expansivkraft mit einer Quecksilbersäule E z. B. von
Zollen im Gleichgewicht wäre, läßt sich nicht sagen,
daß

daß z. B. 5 Theilchen mit einer Quecksilbersäule von $\frac{2}{10}$
Zollen oder ein Theilchen mit einer Quecksilbersäule vo
$\frac{28}{1000}$ Zollen im Gleichgewicht wäre. Vielmehr kommt di
Expansivkraft von 28 Zollen iedem Theilchen zu.

Es läßt sich also unter specifischer Elasticität nicht etw
so was denken wie unter spec. Schwere, daß man näm
lich durch die Quotienten $\frac{E}{D}$. $\frac{e}{d}$ die verhältnißmäßige
Pressungen einzeler Theilchen versperrter Luftmassen e
hielte.

Offenbar geben diese Quotienten nur das Verhältniß d
Expansivkräfte verschiedener Luftmassen für den Fall a
welcher (§. 31) bestimmt worden ist, und zwar nur inn
halb den Gränzen, für welche das Mariottesche Gesetz gil

Axiom.

. 35. Ein durchaus gleichartiger Körper (des-
inste durch mechanische Zerlegung darstellbare
en alle einerlei chemische Beschaffenheit haben),
irgend einer Wärme auch durchaus gleichför-
Dichtigkeit und gleichen Zusammenhang hat,
urch iede andere in allen seinen Theilen gleich-
verbreitete Wärme auch durchaus in allen Thei-
ner Masse gleiche Aenderung seines Volumens

Zus.

. 36. Weil ieder Körper von bestimmter Art
er bestimmten Wärmeänderung auch eine be-
e Aenderung seines Volumens leidet, so sind
gleichartige Körper (§. 35) vorzüglich geschickt,
die Grösse der Aenderung ihres Volumens auch
nte Aenderungen der Wärme und bestimmte Wär-
e anzugeben. Dahin gehören flüssige Körper,
ft, Wasser, Weingeist, Leinöhl, Quecksilber,

dehnung eines zum Maasstabe angenommenen flüss
gen oder festen Körpers, der mit dem A gleich
Wärme angenommen hat, heißt die Temperatu
des Körpers A.

Erklärung 9.

§. 38. Ein Werkzeug, das durch die verhält
nißmässige Ausdehnung, welche die Wärme eine
andern mit ihm in Berührung gebrachten Körper
bei ihm bewirkt, zur Angabe der Temperatur dies
Körpers dient, heißt ein Thermometer (Wär
memesser auch wohl Thermoskop).

Anm. 1. Das älteste Thermometer ist das Drebbelsch
(fig. 13). Die gläserne Kugel A mit der daran befind
chen Glasröhre BC wird zuerst etwas erwärmt, damit e
Theil der darin enthaltenen atmosphärischen Luft entweich
mit der zurückgebliebenen etwas verdünnten Luft wird d

te durch besondere Berechnungen gefunden werden müß- ten. Ausserdem hatte Drebbel weder für die Stelle H, d. i. für das Null, noch für die übrigen oberhalb und un- terhalb getragenen Abtheilungen hierbei so genaue Bestim- mungen, daß dieses Therm. zur Angabe übereinstimmender Wärmegrade hätte gebraucht werden können.

Um. 2. Amontons änderte das Drebbelsche Therm. so ab, wie fig. 15.

Dabei machte er den Durchmesser der Glasröhre sehr klein im Vergleichung mit dem der Kugel. Die Kugel wurde zum Theil mit Quecksilber angefüllt, über dem die Luft versperrt war, so daß sich das Quecksilber im sieden- den Wasser auf eine gewisse Höhe GH (z. B. von 45 Zol- len) erhob, ohne daß die Oberfläche EF in der Kugel merklich tiefer sank.

m sey die Stelle, bis zu der das Quecksilber im schmel- zenden Schnee sinkt, und zwar bei irgend einer beobachte- ten Barometerhöhe b, die in Linien ausgedruckt seyn kann.

Die Höhe der Stelle m über EF, gleichfalls in Linien ausgedruckt, heiße t.

Steigt nun das Quecks. bei irgend einer Beobachtung z. B. bis n bei der Barometerhöhe B, und setzt man die Thermometerhöhe nE = T, so steht jetzt die Expansivkraft der versperrten Luft mit einer Quecksilbersäule im Gleich- gewichte, deren Höhe = B + T ist, da sie bei der Ge- frierkälte = b + t war.

So sind also die Höhen

$$B + T, \quad b + t$$

Verhältnißzahlen für die Expansivkraft der versperrten Luft bei verschiedenen Temperaturen.

Würde bei einer neuen Beobachtung die Barometerhöhe = 𝔅, die Thermometerhöhe = 𝔗, die Wärme = 𝔚, so wie die bei der vorigen = W gesetzt, so hätte man

$$\text{h)}\quad W : \mathfrak{W} = (B + T) : (\mathfrak{B} + \mathfrak{T})$$

Die erste Voraussetzung kann für eine K
Durchmesser z. B. 50 mal so groß als der Du
Glasröhre wäre, noch ohne merklichen Fehler
der 2ten ist zu bemerken, daß die spec. G
Quecksilbers von der Frostkälte bis zur Hitze d
Wassers um 0,015 abnimmt. Inzwischen wird
in einzele Vergleichungen zwischen diese Grän
Temperaturen einschleichende Fehler immer vie
gerade für diese beiden Gränzen selbst; ausser
aber auch durch einen gerade entgegengesetzten
aus den hier bei Seite gesetzten Aenderungen
bei verschiedenen Temperaturen entsteht noch
dert, daß die daraus entstehenden Unrichtigke
Ausübung unbedeutend werden, solange die
zwischen m und H fallen.

Zur 3ten Voraussetzung dient folgende Prü

Man setze das Werkzeug nach einander in
mit Wasser von verschiedenen Temperaturen.

Dem Iten Versuch sollen die Buchstaben
dem IIten die W, B, T zugehören.

In iedem Gefäß sollen sich z. B. 2 Pf. Was

Das Wasser enthält also jetzt in 2 Pf. Wasser

$$\frac{M + \mathfrak{M}}{2} \text{ Wärmetheile.}$$

Wäre nun die jetzige Barometerhöhe β und die Thermometerhöhe $= \tau$, so müßte, woferne die Menge der Wärmetheilchen der Expansivkraft proportional wäre,

$$\beta + \tau = \frac{B + T + \mathfrak{B} + \mathfrak{T}}{2}$$

seyn, oder weil während dem Versuch B, $\mathfrak{B}$ und β nicht merklich von einander verschieden seyn werden,

$$B + \tau = \frac{B + T + B + \mathfrak{T}}{2}$$

$$= B + \frac{T + \mathfrak{T}}{2}$$

also

$$\tau = \tfrac{1}{2}\,(T + \mathfrak{T})$$

Hiermit stimmt nun die Erfahrung von der Gefrierkälte bis zur Hitze des siedenden Wassers, d. i. für alle Thermometerstände zwischen m und h (fig. 15) mehreren Versuchen zufolge gut genug überein; andere zeigen zwar beträchtliche Abweichungen. Ueberhaupt lassen sich aber bei verschiedenen Graden der Trockenheit der Luft keine übereinstimmende Resultate erwarten, und die von Einigen gefundene Abweichungen scheinen nach Hrn Prof. Schmidts genauen Untersuchungen bloß der Feuchtigkeit zugeschrieben werden zu müssen, welche solche Beobachter nicht sorgfältig genug von der Luft abgeschieden hatten. s. unten im VI. Kap §. 61.

Zwischen den angegebenen Gränzen kann man nach Lambert die Gleichung (h) beibehalten. Bezeichnet W die Wärme bei der Gefrierkälte, und B, T die Barometer- und Thermometerhöhen, bei welchen das Quecksil-

der bei Verfertigung des Werkzeugs die zur Gefrierkälte ge-
hörige Stelle m (fig 15) erreichte, und setzt man den
Werth von B + T = S, so hat man nach Lambert für
jede andere Barometer- und Thermometerhöhe B, T die
zugehörige Wärme

$$\mathfrak{W} = \frac{\mathfrak{B} + \mathfrak{T}}{S} . W$$

Anm 3. Lambert hatte gefunden, daß bei ungeändertem
Druck versperrte Luft von der Gefrierkälte bis zur Hitze
des siedenden Wassers sich um beiläufig 0,370 ihres Volu-
mens ausbreite.

Wenn man nun mit Lambert beim Amontonschen Ther-
mometer die Stelle m, bis zu der das Quecksilber bei
Verfertigung des Thermometers in der Gefrierkälte (in
schmelzendem Schnee) sinkt, mit 1000 bezeichnet, und
den Abstand mh in 370 gleiche Theile eintheilt, so hat
man ein Amontonsches Thermometer mit Lam-
bertischer Skale, wo also der Punkt h mit 1370 be-
zeichnet ist.

Inzwischen hat Lambert diese Voraussetzung nicht bei-
alten, weil sie wegen der grossen Kugel und der allzu-
en Röhre ein unbequemes Werkzeug giebt.

Man kann, um ein solches Lambertsches Therm. zu er-
lten, die zur Gefrierkälte gehörige Stelle m mit 1000
zeichnen, dann in der Hitze des siedenden Wassers die
Stelle h bemerken, bis zu der das Quecksilber steigt, und
m den Zwischenraum mh in 370 gleiche Theile theilen.

Weil nämlich die Expansivkraft der Luft von der Gefrier-
kälte bis zur Siedhitze im Verhältniß 1000 zu 1370 wächst,
und zu gleichen Zunahmen der Expansivkraft gleiche Zunah-
men der Quecksilberhöhen gehören, so bezeichnen diese 370
gleiche Theile oder Lambertsche Grade auch ebensoviele
gleiche Zunahmen der Wärmemenge, insoferne die Höhen
der Quecksilbersäulen durch das Sinken der Quecksilber-
fläche EF nicht beträchtlich geändert werden.

Das so verfertigte Luftthermometer bezieht sich aber auf
die bei seiner Verfertigung zum Grund liegende Barometer-
höhe B; soll es daher bei irgend einer andern Barometer-
höhe 𝔅 gebraucht werden, so kann die Anzahl von Ther-
mometergraden, die es zeigt, nicht geradezu beibehalten
werden.

Wäre nämlich die Barometerhöhe bei Verfertigung des
Werkzeugs auch = 𝔅 gewesen, so würde man statt der
Höhe mE = T eine andere erhalten haben.

Zeigt nämlich das Therm. 𝔏 Grade, und ist die Länge
von B so groß als die von λ Graden, so muß man den
wirklichen Wärmegrad bei der Barometerhöhe 𝔅

$$= \mathfrak{L} + \frac{\mathfrak{B} - B}{B + T} \cdot \lambda$$

setzen.

Ex. Es sei bei einer mit einem solchen Therm. ange-
stellten Beobachtung 𝔏 = 1180°, B = 28 Zolle, T =

 1 Zoll

1 Zoll, B = 27 Zolle, λ = 320°, so ist der
Wärmegrad

$$1180 + \frac{27 - 28}{28 + 1} . 320 = 1$$

Das Thermometer zeigt nämlich bei dieser T
darum 1180 Grade, weil die Barometerhöhe n
beträgt, also die versperrte Luft das Quecksil
Thermometerröhre höher hinauf zu treiben verma
schehen würde, wenn die Atmosphäre so stark a
fertigung des Thermometers druckte, da die Bar
28″ betrug. Daher würde das Thermometer un
niedriger stehen, wenn dieselbe Barometerhö
auf welche sich die Thermometerskale bezieht,
darf darum nur 1169° statt 1180° nehmen.

Wenn aber statt der Thermometerkugel ein
Gefäß vom Durchmesser D genommen würde
Durchmesser der Röhre = d wäre, so würde m

verfahren, wenn man die Höhe mb nur in (1-

igens ist noch zu bemerken, daß eigentlich nicht der
Raum, welchen versperrte Luft bei gleichem äusse-
ack einnimmt, der Wärmemenge proportional gesetzt
sondern nur derjenige Theil dieses Raums, welchen
theilchen zwischen sich frei lassen. Da aber die Luft
n der Erdfläche über 16000 mal leichter als Platina
o die Lufttheilchen selbst bei einem Drucke von 28″
ilberhöhe gewiß noch nicht $\frac{1}{16000}$ von dem ganzen
ausfüllen, in den sie verbreitet sind, so kann man
cht sehr beträchtlichen Verdichtungen ohne merklichen
jenen Satz auch vom ganzen Raume oder Volumen
iche.

könnte also jener Satz selbst bei gänzlichem Mangel
Wärme oder bei der absoluten Kälte seine Rich-
t behalten, ohne daß daraus gänzliche Verschwindung
Volumens folgte; es würden in solchem Falle die Luft-
chen nur in einen völlig dichten Körper ohne alle Zwi-
räume zusammentreten müssen; wenigstens wäre die-
ie Gränze ihres Volumens.

4. Fahrenheit, ein Künstler in Danzig, hob nicht
die Kommunikation des Fluidums in der Röhre mit
atmosphärischen Druck auf, sondern ließ auch in der
l keinen Luftraum; er füllte sie mit dem Fluidum,
n er sich bediente, ganz aus, so daß die Ausdehnung
lben in der Kugel, also die davon abhängende Höhe
s Fluidums in der Röhre, wo sich über ihm eine Tor-
iische Leere befindet, zum Maaße der Wärme dienen
.

Zuerst bediente er sich gefärbten Weingeistes, nachher,
seit 1714 oder 1715, des Quecksilbers.

Er bezeichnete die Stelle, bis zu der das Quecksilber
ner von Wasser, Eis und Salmiak oder Kochsalz ge-
ten Mischung stand, mit 0 (Null), bemerkte zu-
die Stelle, bis zu der das Quecksilber in siedendem
er stieg, und theilte diese Entfernung in 212 gleiche

 Theile

Der natürliche Gefrierpunkt und der Siedep
sen auch Fundamentalpunkte, und ihr Ab
einander der Fundamentalabstand, der also
renheitschen Thermometer in 212 — 32 = 18
Theile eingetheilt ist.

Fahrenheit hatte zuerst diese Fundamentalp
stimmt. Lamberts Luftthermometer ist weit jünge

Anm. 5. Gegen 1730 änderte Reaumür das Fahr
Therm. ab. Statt des Quecksilbers bediente er
der des Weingeistes. Den natürlichen Gefrier
zeichnete er mit Null; den, welchen der We
siedendem Wasser erreichte, mit 80, und theilte
damentalabstand in 80 gleiche Theile, weil er
hatte, daß sich das von ihm gewählte Flutdum
Gefrierkälte bis zur Siedhitze in dem Verhältnisse 10
ausdehne.

Anm. 6. De l'Isle machte 1733 sein Quecksilb
meter bekannt. Den Siedepunkt bezeichnete er mi
den Frostpunkt mit 150, weil er gefunden hatte,
das Quecksilber von der Siedhitze bis zur Frost
$\frac{150}{10000}$ zusammenziehe.

ermometer genennt, da unter letzterem allemal ein
ürth rmometer verstanden werden muß.

D:rgleichen leichte Erfahrungen mit vermischten
von verschi-denen Temperaturen, wie oben
:) schon angeführt word-n sind, beweisen, daß die
rungen des Quecksilbers sehr genau den wirklichen
ngen der Wärme oder der Wärmemenge propor-
nd, wenigstens innerhalb dem Fundamentalabstande.
ht aber ein Reaumürsches Weingeistthermometer
:m ebenso abgetheilten Quecksi.berthermometer nicht
hen Schritten, also sind die Thermometeränderun-
es solchen Weingeistthermometers den wirklichen
nderungen nicht proportional.

her sind solche auch nicht mehr im Gebrauche.

. Sehr leicht lassen sich Wärmegrade eines jeden
berthermometers auf Grade eines jeden andern
berthermometers reduciren.

die Reduktion der Grade eines Weingeistthermo-
auf Grade eines Quecksilberthermometers ist etwas
ger.

m q Grade eines 80theiligen Quecksilberthermom.
G:aden eines Reaum. Weingeistherm. korrespon-
so hat man genau genug

$$v = 196{,}5 - \sqrt{(38702 - 314{,}12 . q)}$$

:ns innerhalb dem Fundamentalabstande.

. Weil der Siedepunkt des Wassers Erfahrungen
von dem verschiedenen Druck abhängt, den das
Wasser auf seiner Oberfläche leidet, so muß bei
:gung der Thermometer zugleich auf die Barometer-
t Rücksicht genommen we.den.

h den Beobachtungen der Deputirten der königl.
Wiss. zu London, welche die Berichtigung dieses
ndes zum Hauptzwecke hatten, ergiebt sich fol-
Regel:

Wird

$$\frac{1000 \cdot n}{1000} . \lambda$$ nimmt.

Die Barometerhöhe sey zur Zeit der Verfe[...] Therm. = B, so setz: man

$$332,16 \pm n . 1,28 = B$$

Dieses giebt

$$\pm n = \frac{B - 332,16}{1,28}$$

Fünftes Kapitel.

Einige Betrachtungen über den B[...] stoff als Ursache der Tempera[...] der Körper.

---

andern Körpern mehr oder minder ange-
1. Diese nennt man die Wärmematerie
ärmestoff, und schreibt ihr allein die Ver-
des Volumens aller übrigen Körper zu.

:se Voraussetzung läßt sich bei weitem noch nicht
wirklich bestättigte Erfahrung ansehen. Man
:e Wärme eines Körpers auch als einen seinen
igenthümlich zukommenden Zustand betrachten, der
r fremden Materie zugeschrieben werden müßte.

ı man erwägt, daß in dem feinsten bemerkbaren
Punkt Centillionen von Atomen vereinigt seyn
so liesse sich auch wohl der Fall denken, daß sich
er Atome um ein anderes herumbewegte und daß
)er Punkt gleichsam ein Weltsystem im Kleinen
n welchem die Weltkörper Atomen wären. Dann
er Atom vermöge seiner Umlaufsbewegung eine
ılkraft, deren Grösse von der Umlaufsgeschwindig-
dem seiner Bahn zugehörigen Halbmesser abhän-
e. Ab- und Zunahme der Temperatur wäre dann
Ab- und Zunahme dieser Centrifugalkraft oder
ıfsgeschwindigkeiten der Atomen, und dami wäre
Ab- und Zunahme des Volumens eines aus Ato-
ammengesetzten Körpers verbunden.

ı nun gleich die mit der Anwendung einer neuen
: verbundene grössere Schwierigkeit des Kalkuls
gen sie entscheidet, so bleibe ich doch für jetzt
der von den meisten Naturforschern angenommenen
e eines besonderen Wärmestoffs stehen. Ebendiese
zung rechtfertiget zugleich die einer solchen Unter-
ıngewiesene Stelle in der Aerometrie oder Pneu-

Zus.

Die Zunahme oder Erhöhung der Tem-
:s Körpers, welche aus dem Steigen des
Ther-

Thermometers *) erkannt wird, setzt allemal da
ströhmen einer grösseren Menge von Wärmethei
das Quecksilber des Thermometers voraus, un
mit ist die Bedingung verbunden, daß die Ex
kraft der im Thermometer befindlichen Wärmem
solange das Quecksilber darin steigt, kleiner seyn
als die Expansivkraft der Wärmetheile in der M
aus welcher das Thermometer solche aufnimmt,
welche das Thermometer zum steigen bringt. Bei
len ist es umgekehrt.

Ist die Temperatur eines Körpers mit der
peratur eines ihn umgebenden Mittels einerlei,
bei einerlei Thermometerhöhe die Expansivkraft
Thermometer befindlichen Wärmematerie mit d
pansivkraft der Wärmetheilchen sowohl ienes K
als des ihn umgebenden Mittels im Gleichg
und es müssen also die Expansivkräfte der W
theilchen ienes Körpers und des ihn umgebende

pers K und des ihn umgebenden Mittels M ingt.

Aufl. Die absolute Expansivkraft der mit ei- Masse verbundenen Wärmematerie hängt, den fluß dieser Masse auf den Wärmestoff bei Seite ge- l, von der Dichtigkeit der Wärmematerie ab.

Es sey nun die absolute Expansivkraft der Wärme K = E, die Anziehung der Körpertheilchen als der ersteren entgegengesetzte Kraft = e; dieselbe utung sollen D, d für das äussere Mittel haben, uß für den Fall des Gleichgewichts

$$E - e = D - d$$

Nun kann ein Körper K von einer gewissen Tem- tur in ein Mittel M von derselben Temperatur cht werden, so daß aus den Anziehungskräften Materien von K und M gegen einander eine ung entsteht, in welcher

> von den Grössen E, e, D, d eine oder mehrere oder auch alle so abgeändert werden, daß das Bestreben der Wärmetheilchen in der Mischung gegen die äusseren Wärmetheilchen = D — d wird.

Wenn nun in dem diese Mischung umgebenden ttel das Bestreben der Wärmetheilchen gegen diese chung = T — t, so wird das Gleichgewicht der metheilchen nur unter der Bedingung statt finden, D — d = T — t bleibe.

Da aber die Anziehungskräfte der mannigfaltigen fe in der Natur sowohl unter sich als gegen den mestoff sosehr verschieden sind, so läßt sich erwar- ten,

ten, daß fast nie in Fällen, wo chemische Verä-
rungen erfolgen,

$$D - d = T - t.$$

bleiben werde.

Erfahrung 8.

§. 42. Die Erfahrung lehrt, daß wirklich
nahe bei allen Mischungen, bei welchen die Anzieh-
kräfte verschiedener Stoffe auf einander wirken kö-

$$\text{entweder } D - d < T - t$$
$$\text{oder } D - d > T - t$$

werde.

Daher wird die Temperatur der Mischung
allemal entweder niedriger oder höher als die T-
ratur des die Mischung umgebenden Mittels.

Anm. Im ersten Falle entsteht durch das Einströhm-

—e seyn, und doch D—d = E—e

Beispiele dient die Vermischung des Schnees em Wasser.

mischt man 1 ℔ Schnee von 32° Fahrenh. Wasser von 162° + α° Fahr. so schmilzt nee und die Temperatur der Mischung ist nun

nicht $\frac{162 + \alpha + 32}{2}$

$$\frac{(162 + \alpha + 32) - 130}{2} = 32 + \tfrac{1}{2}\alpha$$

für $\alpha = 0$, $= 32°$ Fahr.

r bleibt also die relative Expansivkraft der eilchen in der Mischung, des hinzugekomme- en Wassers ungeachtet, wie sie vorher im war.

e Anziehungskräfte der Wassertheilchen im fe- ande (des Schnees) ändern sich also beim ge in den tropfbarflüssigen so, daß die zu hrenh. gehörige Expansivkraft bloß dazu ver- wird, den Zustand der Flüssigkeit herzustellen. Expansivkraft der Wärmetheilchen, als dazu eine Temperatur um 130° Fahr. zu erhöhen, ch die Anziehungskräfte des Wassers im flüs- stande aufgehoben.

Inzwischen kann in allen solchen Fällen doch Ver- ng der Wärme aus einem Raume A in einen an- B immer nur unter der Bedingung erfolgen, daß rend der Verbreitung die relative Expansivkraft größer sey als in B.

Wird die relative Expansivkraft der Wärm
etwa durch ein Feuer beständig gleichgroß erhal
auch der Uebergang aus A in den angränzend
solange fortdauern, als die Expansivkraft in B
als in A ist.

Zus. 2.

§. 44. Aus dem fortdauernden Ueb
Wärmetheile aus einem Raume A von höh
peratur in einen angränzenden B von niedrig
folgt aber nicht, daß die Temperatur von B
merhin steigen müsse. Läßt nämlich B selbst
wieder Wärmetheile in einen angränzenden
ren, und wird dieser Ausfluß von Wärmet
B immer grösser, so kann ein Zeitpunkt ein
welchem der Zufluß von Wärmetheilen in
Ausflusse gleich wird, und dann tritt die T
von B in den Beharrungsstand.

Es giebt hiervon unzählige Beispiele,

ng des Feuers nicht erhoben werden kann. Zustand des Wassers heißt das Sieden. In Zustande hat also die Expansivkraft der Wär-, die das Wasser gleichzeitig zu fassen vermag, ximum erreicht. Diese unveränderliche Tempe-es Wassers im Zustande des Siedens hängt r von der Höhe der Gegend, wo sich das of-fäß befindet, über der Meeresfläche, überhaupt rometerstande ab. Sie ist höher oder niedri-ie dieser höher oder niedriger ist.

Zus.

46. Die Siedhitze ist also bloß relativ und on dem Druck ab, welchem die Oberfläche des s ausgesetzt ist. Hierauf gründet sich die (oben Anm. 11) gegebene aus sorgfältigen Beobach- abgeleitete Vorschrift. Die gesammte Wasser-ist nämlich überall zum Uebergang in Dämpfe t, d. i. in den Zustand des Siedens gebracht, die zur allgemeinen Bildung jener luftförmigen keit erfoderliche Expansivkraft eintritt, vermöge le entstehenden Dampftheilchen in jeder Stelle assers den Druck überwinden müssen, dem diese ausgesetzt ist. Daher gehört zu einem bestimm-Druck, den siedende Theilchen leiden, auch be-e Temperatur.

Es dringen zwar immerfort neue Wärmetheile in Gefäß, aber diese verbinden sich nur mit den rtheilchen zu Dämpfen, die samt den Wärme-en davon gehen.

Lehrs. 1

§. 47. Wenn ein Körper a von einem andern er eine unveränderliche Temperatur hat, in ei-

ner Temperatur erhalten werden soll, die de
gleich ist, so darf a nirgends einen Raum b
dessen Temperatur niedriger als die von A

Bew. Unter der angenommenen Vora
ist die Expansivkraft der Wärmetheile in a u
gleich, also können so wenig aus A in a a
in A Wärmetheile übergehen. Wird aber de
a irgendwo von einem Raum berührt, desse
ratur niedriger als die von a ist, so gehen
theile aus a in diesen kälteren Raum über.

Da nun dieser Verlust vermöge des erst
nicht wieder ersetzt wird, so muß die Temper
a nothwendig abnehmen; also ist die Vora
daß unter diesen Umständen die Temper. v
von A gleich bleiben solle, unmöglich.

Zus. 1.

e mit sich fort, als er im Gefäß bei sich hatte, er sonsten in tropfbarflüssiger Gestalt verbleiben ke; er nimmt also beim Verdämpfen alle die Wärme sich fort, welche nöthig ist, um ihn in luftige Flüssigkeit zu verwandlen.

Hierhergehörige Erfahrungen findet man unten 54).

Zus. 3.

§. 50. Die Menge von Wärmestoff, welche im Körper A (§. 47) in den unmittelbar anliea übergeht, hängt fürs erste von dem Unterder relativen Expansivkräfte des Wärmestoffs in Körpern A und a ab, also von dem Unterder Temperaturen beider Körper A und a; fürs aber auch noch insbesondere von der Grösse der hungskraft, welche der Materie des Körpers a den Wärmestoff zukommt. Denn von letzterer die grössere oder geringere Dichtigkeit der Wärmie in a ab, der eine bestimmte Expansivkraft mt. Je geringer die Anziehungskraft der Mateden a gegen die Wärmetheile ist, desto weniger metheile liegen in einerlei Raum bei einer bestimmExpansivkraft neben einander; es ist also die spee Expansivkraft der Wärmetheilchen in a desto r.

Es strömt nämlich bei einer unveränderlichen eratur von A, nachdem auch die von a in den rungsstand gekommen ist, in einer bestimmten immer eine gewisse Wärmemenge aus a in den angränzenden Raum R, und die einzelen Wärmlchen dringen mit einer bestimmten Geschwindigin den Raum R ein; diese Geschwindigkeit c von der Expansivkraft der Wärmetheilchen in a

 ab,

seyn müsse, also desto grösser, ie grösser die
Kraft von a gegen den Wärmestoff ist.

Wird nun a in einer bestimmten Tem
A erhalten, so muß die von A in den K
einer bestimmten Zeit übergehende Wärmem
groß seyn, als die in derselben Zeit von
mende Wärmemenge. Demnach leitet de
destomehr Wärmestoff aus dem A in einer
Zeit in den Raum R ab, ie grösser die
kraft der Materie a gegen den Wärmesto
geringer die spec. Expansivkraft des Wärm
ist; und umgekehrt desto weniger, ie klei
ziehungskraft der Materie a gegen den
oder ie grösser die spec. Expansivkraft des
in a ist.

Erklärung 10.

§. 51. Ein ieder Körper a, der
flüssige Masse aus einem unmittelbar a
Raume A aufzunehmen und in einen

...kann nun R auch von a umgeben seyn
...llkührlicher innerer Theil des an A an-
...Körpers die Stelle von R vertreten, und
...heil dieses Körpers für a gelten.

Erklärung 11.

Ein ieder Körper, der bis zu einer
...nperatur erwärmt ist und so in ein Mit-
...rigerer Temperatur gesetzt wird, erwärmt
...g das äussere Mittel, und läßt den
... von Wärmestoff, wovon seine höhere
... abhängt, nur allmählig fahren. In
...diesen Zustand betrachtet kann ieder Kör-
...lbstwärmeleiter; und sein Vermö-
...ne in das ihn umgebende Mittel abzu-
...n sein Selbstleitungsvermögen

... ein desto besserer oder schlechterer
..., ie kürzer oder ie länger die Zeit ist,

ein sehr schlechter Ableiter, aber ein sehr st
guter Selbstleiter.

Anm. Man findet hin und wieder Verhältni
verschiedene Materien angegeben, in wieferne
oder schlechtere Wärmeleiter seyen, wobei ab
Unterschied zwischen Ableitern und Selb
nicht allemal gehörig geachtet worden ist. Eb
mich veranlaßt, diese verschiedene Benennun
brauchen. Die in den physikalischen Lehrbücher
reren Journalen mitgetheilten Beobachtungen b
durchgängig auf das Selbstleitungsvermö
aber in solchen Schriften allemal schlechthin da
vermögen oder die Leitungskraft genennt wird.
Begriff, welchen ein Schriftsteller mit einer
nen Benennung verbinden will, ist nun zwar n
zu erinneren; es ist aber fehlerhaft nach dems
griffe von Wärmeleitung z. B. zu sagen, Ste
bessere Wärmeleiter als die Luft,
Satz da, wo nur vom Selbstleitungsvermöge
ist, nicht angenommen werden kann, denn
nicht bessere Selbstleiter, wohl aber bessere A
die Wärme als Luft. So muß in meiner Ab

Erfahrung 10.

54. Zwei Gefässe von gleicher Form, Gehalt,
ke wurden mit Wasser, das 8° Reaum. Queck-
rm. warm war, in ein anderes, worin Wasser
erhalten wurde, so eingesetzt, daß sie die Wände
ßeren nirgends berührten. Das eine von den
sten war ein eisernes, das andere ein thöner-
Der Erfolg war dieser:

	Wärme im eisernen Gefäß		Wärme im thönernen
	8 Gr.		8 Gr.
	52		32
	60		44
	$66\frac{1}{2}$		52
	70		57
	72		60
die Wärme stieg nicht		. . . . .	63
höher, obgleich das		. . .	65
äussere Wasser noch		. . . . .	$66\frac{1}{2}$
1 Stunde in vol-		. . . . .	$67\frac{1}{2}$
lem Kochen erhal-		. . . . .	68
ten wurde		. . . . .	$68\frac{1}{2}$

Höher konnte diese Wärme bei noch anderthalbstündigem Kochen des äusseren Wassers nicht gebracht werden.

rners Abh. von den Oefen S. 90.

Erfahrung 11.

55. Werner theilt a. a. O. S. 92 noch fol-
Versuche mit:

Siegellack	1 Min.
Zinn	3 —
Blei	8 —

Nach 15 Min. war das Ziegelstück völlig e[illegible]
wieder angenommen).

Das dünnere Eisen konnte man erst nach [illegible]
dem dickeren schmolz nach 30 Min. noch Talg[illegible]

Mit diesem dünneren Eisen wurde ein Ziege[illegible]
gleichstark erhitzt. Das Eisen behielt die Wärm[illegible]

Das zuvor erwähnte dickere Eisen behielt [illegible]
cher Erhitzung.

Diesemnach sind eiserne Platten ungleich b[illegible]
gleichen Umständen.

um. Erfahrungen über das Selbstleitungsvermögen findet man in v. Crell's Annalen 1798. 6 St. auch in meiner schon angef. Abh. S. 166.

Hierher gehörige Schriften.

Mayer, über die Gesetze und Modifikationen des Wärmestoffs Erlangen 1791.

Langsdorf, Physisch-mathematische Abhandl. über Gegenstände der Wärmelehre, welche mit der Ausübung in der nächsten Verbindung stehen, Marburg 1796.

Lambert, Pyrometrie, oder vom Maase des Feuers und der Wärme, Berlin 1779.

Gren, Journal d. Phys. I, IV und VII B.

Werner, Theoretisch-praktische Abh. über holzsparende Stubenöfen, Koch-Heerde und Kochöfen, Hamb. 1797.

v. Humbold, im Bergmännischen Journal II. St. 1792.

v. Crell, angef. Annalen; 1798. 6 St.

Sechstes Kapitel.

…here Bestimmung des Einflusses der Wärme auf die Expansivkraft der Luft und der Dämpfe.

Erfahrung 12.

Nach Hrn. Prof. Schmidts genauen Untersuchungen (Anfangsgr. der Math. II. Th. …th. S. 229) wird das Volumen verschiedener Luft-

Luftarten, welches beim Eispunkt = 1 ist, [illegible]
Siedhitze nach folgenden Verhältnissen vergrößer[illegible]

trockene (durch geglühte Potasche ihrer Feuchtigkeit beraubte) atmosphärische Luft bis zu 1
Sauerstoffgas 1
Wasserstoffgas 1
Kohlensaures Gas 1
Stickgas 1

Erfahrung 13.

§. 57. Schon aus dem vor. Kap. erhell[illegible] Wärmematerie in hinlänglichem Maaße mit [illegible] vereinigt solches endlich zum Sieden bringt, [illegible] die beim Sieden entstehenden Dämpfe, so wie [illegible] den Wasserspiegel treten, vermöge des Druc[illegible]

Betancourt angestellt in Mem. sur la force ... de l'eau et de l'esprit de vin, Paris ... man auch bei Prony findet. Dieselbe ... hat Hr. Prof. Schmidt mit grosser Sorgfalt ...; auch haben Prony und Schmidt Formeln ... nach welchen sich jedesmal zusammengehörige ... er Expansivkraft und des Wärmegrades der ... berechnen lassen. Nachstehendes Täfelchen ... e Resultate dieser Versuche von 10 zu 10

...de ...li... ...es.	Höhe der Quecksilbersäule, welche mit der Expans. Kraft der Wasserdämpfe im Gleichgewicht ist, in Par. Zollen		
	Nach Betancourts Beobachtungen.	nach Schmidts Beobachtungen	Nach der v. Schmidt angegebenen Formel
	0,00	0,00	1,00
	0,15	0,28	0,31
	0,65	0,90	0,92
	1,52	1,93	2,02
	2,92	3,64	3,80
	5,35	6,40	6,61
	9,95	10,98	10,98
	16,90	17,92	17,77
	28,00	28,00	28,00
	46,40	43,77	43,50
	71,80	67,00	66,47
	98,00	100,72	100,87

Hr. Prof. Schmidt hat aus seinen Beobachtungen ...erst einfache Formel

$$e = t^{1,4113 + 0,005 . t}$$

berge-

hergeleitet, wo e die Quecksilberhöhe, welche m
pansivkraft der Wasserdämpfe im Gleichgewicht ist
derttheilen eines Pariser Zolles, und t die An
nach einem 100theiligen Quecks. Thermometer
Diese Formel hat einen sehr grossen Vorzug vo
nyschen, und sie wird besonders dadurch sehr
daß das Gesetz, nach welchem sich die Expansi
Dämpfe mit der Wärme ändert, dabei so leicht
gen fällt. Diese Expansivkraft ist nämlich allemal
tenz des Wärmegrades, und der Exponent dies
der selbst veränderlich ist, geht mit den Aender
Wärme zu gleichen Schritten fort, so daß er sich
Temperaturänderung von 1° um 0,005 ändert.

Erfahrung 14.

§. 58. Hr. Prof. Schmidt hat auf eine
Weise das Gewicht der Dämpfe von Wasser,
einer Barometerhöhe von 28 Zollen kochte,
Gewicht der Luft, die dasselbe Fläschchen a
verglichen. Seine Versuche gaben, da die Te

Zus.

o. Es ist aber, die Expansivkraft trockener
er Eiskälte und bei 28'' Barometerhöhe = 1
ie Expansivkraft ebendieser Luft bei der Erhö-
zur Siedhitze = 1,3574 (§. 56), und die
raft der Dämpfe von Wasser, das bei dersel-
meterhöhe siedet, = 1 (§. 57); demnach
sivkraft der höchstfeuchten Luft bei der Sied-
groß als die Summe der Expansivkräfte der
Luft und der Wasserdämpfe bei der Siedhitze
genommen.

Erfahrung 16.

1. Je weniger die Luft feucht ist, desto we-
d sie durch einerlei Wärme ausgedehnt Setzt
Menge der Feuchtigkeit, welche z. B. 1 Kub.
, die bis zur Sättigung damit angefüllt ist,
= 100, so wird solche von 0° bis zu 80°
erhältniß 1 zu 2,3574 ausgedehnt (§. 59);
r die Menge der Feuchtigkeit in 1 Kub. Fuß
= 20, so wird solche von 0° bis zu 80°
em Verhältniß 1 zu 1,1120 ausgedehnt.
ndes Täfelchen ist wiederum von Hn. Schmidt.

[illegible]	Feuchtigkeit				
	20	40	60	80	100
	Volumen derselben Luftmasse				
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0939	1,0994	1,1029	1,1074	1,1120
	1,1997	1,2207	1,2417	1,2627	1,2838
	1,3384	1,4087	1,4791	1,5494	1,6198
	1,5574	1,7374	1,9574	2,1574	2,3574

Anm.

Werkzeuge, welche me
Luft anzugeben dienen,
sonders das Guericke
verhältnißmässige Menge
Luftschichte anzugeben d
lasse die nähere Beschr
ihrer erwünschten Vollk
den Lehrern der Physik.

Hierhergeh

Schmidts Abhandl.
Grens n. Journal
Dess. Phys. mathem
Lamberts Hygromet
Saussüre Versuch
de Saussüre au
De Luc Idées sur la
Gehler phys. Wörter
Gilbert Annal. d. P

Hydraulik.

§. 2. ABCD (fig. 1) sey ein n
angefülltes Gefäß, das bei m eine kleine
durchgehende Oeffnung hat, aus der das W
vorspringt und auf dem horizontalen Bod
F niederfällt, indeß das Gefäß durch lang
fluß beständig bis an AB voll Wasser erha
man soll aus diesem Versuch die Geschwin
stimmen, mit welcher die Wassertheilch
ausströhmen.

Aufl. Es sey die Höhe mE = a,
des Sprungs EF = b, die Zeit, in
Wassertheilchen von der Schwere durch die
= a niedergetrieben werden, in Sekunden
hat man

$$t = \sqrt{\frac{a}{g}} \text{ (Dyn. §. 85. V}$$

In ebendieser Zeit haben die Wasserth
möge der gleichförmigen horizontalen Gesc
den Weg EF = b durchloffen; heißt also
zontale Geschwindigkeit c, so hat man

... der Oeffnung ist, so findet man sehr ge-

$$\sqrt{\frac{g}{a}} = 2\sqrt{gh}.$$

... giebt also die Erfahrung zur Berechnung der ...schwindigkeit c, für die Wasserhöhe Bm = ... sich die Oeffnung in einer dünnen Platte be-

$$c = 2\sqrt{gh}$$

... die Höhe der Oeffnung m einigemal kleiner ...und die Querschnitte des Gefässes vielmal (z. ...) grösser als die Oeffnung sind.

Hier kann dieser Erfahrungssatz genügen. Er läßt ...ch aus der Theorie herleiten, deren Auseinander- ...aber hier zu weitläuftig wäre.

Aufg. 2.

... Es ist unter den Einschränkungen des ...er Querschnitt z des bei m ausströhmenden ...rahls gegeben, ingleichem die Wasserhöhe h ... Mittelpunkt der Ausflußöffnung; man

Wenn nun die Wassertheilchen mit der Geschw.
fahren, so hat am Ende der Sekunde die
schichte, welche am Anfang derselben bei m wa
Weg c durchloffen, und weil jeder vorange
Schichte unmittelbar eine andere folgt, so bil
in einer Sekunde ausgeflossene Wassermenge ein
an einander liegender Wasserschichten, wovon d
bei m und die letzte in der Entfernung c von m
Die ausgeflossene Wassermenge ist also ein
prisma, dessen Länge = c, und dessen Grun
= z wäre; daher

$$M = c \,.\, z$$

Aber $c = 2\sqrt{gh}$, also

$$M = 2z \,.\, \sqrt{gh}$$

Erfahrung 2.

§. 5. Wenn man wirkliche Versuche a

...ung zusammengezogen, so daß der Querschnitt ...mmengezogenen Strahls nur 0,62 von der ...er Oeffnung beträgt, wenn das Wasser durch ...Platten ausfließt. Es geht diesemnach ein ...es Querschnitts = 0,38 . w verlohren, und ...t nur noch

$$z = (1 - 0,38) . w$$

$$M = (1 - 0,38) . w . 2\sqrt{gh}$$

Erfahrung 3.

6. Geht die Oeffnung m (fig. 1) durch eine ...and, oder ist an dieser Oeffnung eine kurze ...hre angebracht, deren Weite = w wäre, so ...sorgfältige Versuche sehr genau

$$M = 0,81 . 2w\sqrt{gh}$$

...ch

$$M = (1 - 0,19) . 2w\sqrt{gh}$$

Zus.

7. Weil nun allemal auch (§. 4)

$$M = c . z$$

...iß, so hat man für kurze Ansatzröhren

$$cz = 0,81 . 2w\sqrt{gh}$$

...Wasser fließt aber aus solchen Ansatzröhren in ...zen Röhrendicke heraus, so daß z = w ist,

$$c = 0,81 . 2\sqrt{gh}$$

...ch

$$c = 2 . \sqrt{0,66 . gh}$$

...hört also die Ausflußgeschw. nur der Höhe ...h, d. i. einer Höhe zu, die nur $\frac{2}{3}$ von der

 Wasser-

Wasserhöhe beträgt, welches wiederum der Erfah[...]
gemäß ist.

Erfahrung 4.

§. 8. Wenn vor der Ausflußöffnung m (fig.
der kurzen Ansatzröhre eine dünne Platte mit e[...]
Oeffnung β angeschroben wird, die z. B. schon halb
groß als die ganze Röhrenweite ist, so giebt die [...]
fahrung, wenn die Wasserhöhe Bm = h bleibt, [...]
Ausflußmenge für eine Sekunde

$$M \geq 0,62 . \beta . 2 \sqrt{gh}$$

und destomehr von $0,62 . \beta . 2 \sqrt{gh}$ verschieden,
näher die Grösse der Oeffnung β der Röhrenw[...]
kommt, oder je weniger $\frac{\beta}{w}$ von 1 verschieden ist.

Dasselbe findet man auch, wenn an die er[...]
kurze Ansatzröhre eine zweite m angesetzt wird, de[...]
Weite β wäre; ist nun die Weite des ersten kur[...]

aber für Fälle, wo die Oeffnung einen beträcht-
Theil der Wand ausmacht, in der sie angebracht
die Röhre angesetzt ist.

Hypothese.

§. 9. Wenn an einem solchen Behältniß, wie
g. 2 und 3) eine vorgeschrobene dünne Platte m
ener Oeffnung angebracht wird, so kann man
aupt

$$n = x . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\left(2 - \frac{\beta}{w}\right)}} \right) . 0,38$$

Dieser Ausdruck giebt nämlich allemal $n = 0$,
$\beta = w$ wird, weil alsdann keine neue Zu-
erziehung des Strahls in der Oeffnung m statt
t, also $M = \beta . 2 \sqrt{gh}$ bleiben muß.

Weil aber zugleich für einen sehr kleinen Werth
$\frac{\beta}{w}$, $n = 0,38$ ist, so muß, wenn $\frac{\beta}{w}$ in Ver-
ung mit der Zahl 2 für Null angenommen wer-
kann,

$$x . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) . 0,38 = 0,38$$

i. $$x . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1$$

, oder

$$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{141}{41} = 3,44$$

$$x . 0,38 = 1,3$$

 daher

$n = 0,65$.

Anm. In der Folge wird
daß lange Röhren die Ge
gern, so daß die Menge d
ren von beträchtlicher Län
tungen abfließenden Wasse
berechnet werden kann. J
bei solchen Versuchen, di
stellt, allemal

$M = (1 - n$

so daß dort ohne merkliche
oder $= 0,19$ bleibt, wenn
kleiner nimmt, daß also g
digkeit des Wassers den We

Demnach kann man d
von n (um den wievielten
schnitt da, wo das Wasser
zusammengezogen wird) au
Röhrenleitungen beibehalten.

Weil der Faktor $1 - n$ h
ich (Handb. der Maschinen

genommen werden könnte.

...fl. I. Wenn die Oeffnung ein lothrechtes ...l mit wagrechter Grundlinie ist.

...s Rektangels Grundlinie heisse b, seine Höhe ...Wasserhöhe vom Spiegel bis zur Grundlinie ...tangels H, die einem Wassertheilchen in der ...nten Höhe x über der Grundlinie des Rekt... ...ugehörige Geschwindigkeit sey = c, so ist die ...n wagrechtes Element des Rektangels b.dx ...ek. durchfliesende Wassermenge

$$dM = b.dx.2\surd(H-x)$$

...h gehöriger Integrirung, ohne Rücksicht auf ...mmenziehung

$$= \tfrac{4}{3} b.\left(H\surd gH - (H-x).\surd g(H-x)\right)$$

...für das ganze Rektangel und zugleich mit Rück... ...f die Zusammenziehung

$$= (1-n) : \tfrac{4}{3} b$$

so wäre die Ausflußmenge durch ein Quadrat mi rizontaler Grundlinie, das um den Kreis beschr wäre, $= (1-n) \times$

$$\tfrac{4}{3} b \left(H \sqrt{gH} - (H-b) \sqrt{g(H-b)}\right)$$

und nun so genau als es für alle Fälle der Ausfl verlangt werden kann, die gesuchte Ausflußm indem man mit 0,785 multiplicirt,

$$= 1{,}047 \,.\, (1-n) \,.\, b \times$$

$$\left(H \sqrt{gH} - (H-b) \sqrt{g(H-b)}\right)$$

Anm. Es versteht sich, daß hier nur von Fällen die ist, da das Wasser aus dem Behältniß entweder durch dünne Wand oder durch eine kurze Ansatzröhre in die Luft strömen und aus der Oeffnung oder der Ansa sogleich frei herabfallen kann. Die zweierlei Werth n werden dann iedesmal aus (§. 9) genommen.

[illegible] für M den Werth von n
[illegible]mlich, weil hier a = H wird,

$$n = 1 - \frac{3M}{4bH.\sqrt{Hg}}$$

[...]le dergleichen Versuche, bei welchen no = b,
[...]l wäre, könnten dann auf eine Bestimmung
[...]thes von n leiten, der nur in vorkommenden
[...]eser Art dienen könnte, aus der Gleichung
die Abflußmenge zu bestimmen, wenn b, H
[...]urch Messung gegeben wären.

[...] hat Hr. Eytelwein (Handb. der Mechanik
[...]örper u. der Hydraulik S. 139) Versuche
[...]t, welche ergeben, daß man auch in Fällen
[...]t genau genug n wie in den übrigen Fällen
[...] könne, wie ich auch schon in meinem Hand-
[...]r Maschinenlehre (I. B. §. 92) bemerkt habe.
[...]an also bei Fallschützen, Wehren u. d. g. alle-
[...]am die Oeffnung bis zur Oberfläche reicht,

$$M = (1 - n) . \tfrac{2}{3} bH \sqrt{gH}$$

gleich von dem Winke
bezeichnen will.

Die Theorie lehrt
inzwischen kommt ma
man (§. 9. (zur Rech
tiplicirt, also allgemein

$$n = 1,3.(1 - \ldots$$

setzt.

Zweite

Vom Nivelliren

Vorerí

§. 11*. Ueberall, wo

ung der Breite und Tiefe des hierzu erfoderli-
nals von der Geschwindigkeit ab, mit der die
heilchen längst dem Kanale abfliessen können,
i desto grösser ist, ie stärker das Gefälle von
B ist oder ie tiefer B unter A liegt, wenn
m Kanal von A nach B einen gleichförmigen
giebt. Auch bei der wirklichen Anlage eines
Kanals, muß man ihm von Strecke zu Strecke
portionirten Abhang zu geben im Stande seyn,
ler Kanal am Ende richtig in der verlangten
seinen Ausgang finde.

an muß also das Verfahren kennen, nach wel-
e Höhen und Tiefen, in welchen verschiedene
einer auf der Erdoberfläche angegebenen Strecke
nd unter einander liegen, bestimmt werden.
rrichtung, wodurch dieses geschieht, heißt das
ren oder das Wasserwägen, auch das Abwä-
s Gefälles. Dieses ist ein Gegenstand der
hen Geometrie, die aus eigenen Schriften er-
erden muß. Ausserdem ertheilen besondere
en, wovon unten einige genennt werden, aus-
en Unterricht über das Nivelliren.

Weil inzwischen nicht Jeder, der vom Studium
nen Mathematik zu dem der angewandten fort-
:, zumal nach der gewöhnlichen Einrichtung aka-
er Studien, zuvor die praktische Geometrie stu-
t, so theile ich hier einige Sätze mit, woraus
enigstens ersehen kann, worauf es beim Nivel-
auptsächlich ankommt.

Lehnsatz.

12. Wir können den mittleren Erdhalb-
zu 3271794 Toisen oder 19630764 Par.
Fußen

Halbmesser hätte, bei
hörige wahre Horizo
sie in unserem Stan
Punkte gehörige sche
durch unseren Standp
größten Kreises der n
zu diesem Punkte gehör
gerade Linie, welche di
rem Standpunkte berü
gehörige scheinbare H

Ein aus dem Mi
erwähnten Flächen u
wird also zu 19630
nommen.

Befinden wir uns
Mittelpunkt der Erde,
halbmesser und der dam
oder ein Bogenstück cad
rige wahre Horizontall
scheinbare.

ſſ. Es iſt

$$ac^2 + ab^2 = (cd + db)^2$$
$$= cd^2 + 2cd \cdot db + db^2.$$
aber $ac = cd$, alſo
$$ab^2 = 2cd \cdot db + db^2$$

iſt aber auf die Länge ad von 5 Meilen der acd erſt $\frac{1}{3}^{\circ}$, und für dieſen Winkel die Se- b noch nicht merklich vom Halbmeſſer cd ver- , alſo kann man für ſo beträchtliche Längen mer db^2 in Vergleichung mit $2cd \cdot db$ bei und

$$ab^2 = 2cd \cdot db$$

welches

$$db = \frac{ab^2}{2cd}$$

oder

$$db = \frac{ab^2}{6543588} \text{ in Toiſen.}$$

Geſetzt auch, daß man in Anſehung des Nenners $\frac{1}{200}$ ungewiß wäre, wie es doch nicht iſt, ſo erhellet , daß in allen Fällen der Ausübung dieſe Ungewißheit Werthe von db unbedeutend wäre. So giebt alſo dieſer druck die Höhe, um welche die Stelle b weiter vom telpunkt der Erde C entfernt wäre, als der Stand- kt a, mit einer für alle Fälle der Ausübung vollkom- genügenden Genauigkeit.

Zuſ.

. 15. Hätte man alſo, für $ab = \alpha$, $db = \delta$ den, und gehörte zu $ab = \beta$ die Höhe db ſo wäre

$$\delta : \varepsilon = \alpha^2 : \beta^2$$

und $\varepsilon = \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \delta$

wodurch die Berechnung von ε sehr erleichtert

Lehnsatz.

§. 16. Wenn in dem Standpunkte a
durch ein Fernrohr am, dessen Axe in der zu
hörigen scheinbaren Horizontallinie läge, nach
in d befindlichen Stabe oder sonstigen Gege
dp visirt wird, so läßt sich keineswegs an
daß der an diesem Gegenstand bemerkte Punk
lich in der verlängerten am, d. h. in der sch
Horizontallinie ab liege. Weil nämlich unt
gleichen Umständen die Luft in grösserer Ent
von dem Mittelpunkt c dünner als in ge
Entfernung von c ist, so werden die von
Punkte über der Horizontalfläche ausgehenden
len, indem sie sich der Horizontalfläche näher

weil die abgesehene Linie an statt der ab gesetzt
n kann,

$$nd = \frac{an^2}{6543588} - bn$$

So kann also die Tiefe des in der wahren Hori-
linie liegenden Punktes d unter dem durch das
cht gestellte Seherohr abgesehenen Punkte n alle-
stimmt werden, wenn bn bekannt ist.

Nach Hrn. Lambert kann an als ein Kreisbogen
fachen Erdhalbmesser angesehen werden, woraus
$n = \frac{1}{7}$ bd ergiebt; man hat also, alles in Toi-
sgedruckt

$$nd = \frac{6}{7} \cdot \frac{an^2}{6543588}$$

Ex. Es sey an = 300 Par. Fuß = 50 Toi-
so ist

$$bd = \frac{50^2}{6543588} = 0{,}00382 \text{ Tois.}$$

$$\text{oder} = 0{,}0229 \text{ Par. F.}$$

$$nd = \frac{6}{7} bd = 0{,}0196 \text{ Par. F.}$$

r jede andere Entfernung an oder β,

$$bd = \frac{\beta^2}{50^2} \cdot 0{,}0229 \text{ Par. F.}$$

$$nd = \frac{\beta^2}{50^2} \cdot 0{,}0196 \text{ Par. F.}$$

n β in Toisen ausgedruckt werden muß (§. 15).

Weil nun $\frac{0,0229}{50^2} = 0,00000916$

hat man zur bequemeren Berechnung allemal

$$bd = 0,00000916 \cdot \beta^2$$

und $$nd = \frac{6}{7} \cdot bd$$

So läßt sich eine hierher gehörige Tafel b
rechnen, die ich aus der Neuen Architekt. H
von Prony am Ende dieses Buchs mittheile.

Aufg. 5.

§. 17. avoqw (fig. 4) sey die Gest
äusseren Erdfläche in einer durch a und d
lothrechten Ebene; in q steht eine lothrechte
qp; man soll mittelst eines Sehrohres, deß
am wagrecht, d. i. in der zu a gehörigen s

[illegible]
sezt voraus, daß die Luft zwischen a und n eine
Beschaffenheit habe. Nach der verschiedenen
nheit der atmosphärischen Luft werden die Strah-
rs gebrochen, und es könnte daher in manchen
Fällen die Stelle n in die b oder gar über b hin-
. Daher bleibt die Bestimmung von ba immer
und wo es auf grosse Genauigkeit ankommt, ist
ndes Verfahren vorzuziehen.

Aufg 6.

Die Höhe oder Tiefe der Stelle q
über oder unter der a durch eine Methode
en, auf welche die Refraktion der Strah-
Einfluß hat.

. ak sey eine in a stehende lothrechte
die Mitte zwischen a und q; aus o sehe
der Axe eines horizontal gestellten Sehe-
beiden Stangen ak und qp; sind nun x
an den Stangen abgesehenen Punkte, so
[illegible]

Anm. Es wird hierbei vorausgesetzt, daß die Str
x nach o ebenso wie die von y nach o gebroche
Wenn die Beschaffenheit der Luft zwischen o und
nach dem Hygrometer als nach dem Thermomete
der Beobachtung ebenso befunden wird wie zwisch
y, so ist diese Voraussetzung wohl gestattet.
Fällen aber kann sie mehr oder weniger fehlerhaf

Wäre z. B. die Gegend von o nach q ganz t
den Sonnenstrahlen frei ausgesetzt, die von o na
sumpfig und durch Bäume gegen die Sonnenst
schützt, so würde jene Voraussetzung nicht statt f

Man muß daher bei der Anwendung dieser
eine solche Strecke aq auf der Erdoberfläche wä
welcher dergleichen Verschiedenheiten wegfallen.

Erklärung 3.

§. 19. Eine mit einer flüssigen Materie
eine kleine zurückbleibende Luftblase angefüllte ger
drische Glasröhre heißt überhaupt eine Libe

... den Strichen, zwischen welchen
die Enden der Luftblase in der horizontalen Lage
n muß, nämlich zur Rechten zwischen b und n, zur
zwischen a und m, und zwar allemal in gleicher
nung von a und b.

um. 2. Diese Libelle kann nun mit einem Fernrohre
den werden, wobei es gleichgültig ist, ob sich die
beim Anlegen des Fernrohres oberhalb oder unter-
em Fernrohre befindet. Zu dem Ende können auf
starken Stabe, am besten von Metall, 2 Stützen
Träger angebracht werden, auf welchen das Fernrohr

r erwähnte Stab kann am einen Ende auf- und
geschroben werden, indem er sich am andern um
ze drehe.

ist man im Stande, durch das Auf- oder Nieder-
en dieses Stabes, in welchem die Träger des Fern-
befestigt sind, ingleichem durch das Höher- oder
schrauben der Libelle am Fernrohr das Fernrohr in
ge zu bringen, bei welcher nicht nur die Axe der
, sondern auch zugleich die Axe des Fernrohres wag-
u liegen kommt.

llrwage, die bei genauer Verfertigung zugleich die ein
Distanzen zu bestimmen dient, ohne daß man sie noch
sonders zu messen braucht, und ausserdem noch den V
theil gewährt, daß man die Zielscheiben an den ausgest
ten Stangen während dem Nivelliren gar nicht zu ver
cken braucht. Hier kann ich mich, auch wegen der da
verbundenen Vervielfältigung der Zeichnungen, in die
here Beschreibung solcher Werkzeuge nicht einlassen.

Anm. 3. Die Mühlenmeister und andere Werkleuthe p
gen sich zum Nivelliren der bekannten Setzwage zu
dienen; die Bergleuthe gebrauchen gewöhnlich den H
gebogen. Auf kurze Strecken, oder wo es auf kle
Fehler nicht ankommt, thun auch diese Werkzeuge g
Dienste. Ihrer Unvollkommenheit kommt zu statten,
weder die Abweichung der scheinbaren Horizontallinie
der wahren, noch die Refraktion dabei in Betracht
kommt.

Einige zu diesem Kapitel gehörige Schriften.

Mayer, Gründlicher und ausführlicher Unterr

Mönnich Lehrb. der Math. I. Th. Berl. 1800. die darin befindliche Abhand. vom Nivelliren ist auch besonders abgedruckt unter dem Titel: Kurze Theorie und Praxis des Nivellirens.

Huth, Tabellen zum Nivelliren mit der Hängewage, Halle 1798.

Hogrewe, Praktische Anweisung zum Nivelliren, Hannover 1800.

Gilly, Praktische Anleitung zur Anwendung des Nivellirens in den bey der Landeskultur vorkommenden gewöhnlichen Fällen, Berlin 1801.

Meinert Anweisung zum Nivelliren und Profiliren, Halle 1801.

Drittes Kapitel.

[V]on der Bewegung des Wassers in offenen Kanälen.

Vorerinnerung.

[.] Ich schränke mich hier nur auf reguläre Kanäle ein, und selbst in Bezug auf diese [...] man sich mit beiläufigen Berechnungen begnügen. [...] bis jetzt verdanken wir die interessantesten Unter[such]ungen über diesen Gegenstand (sowohl über offene [Kanä]le als über Röhrenleitungen) dem französischen [Schri]ftsteller Dü Büat, nach welchem ich diese Unter[suchun]g in meinem Lehrbuche der Hydraulik ausführlich [abge]handelt habe. Seine Formeln sind zwar aus viel[en vo]n ihm angestellten Beobachtungen abgeleitet [word]en; aber sie sind keineswegs als blose Ableitungen

 aus

näle und Röhrenleitungen abfliessende Wa
abhängen, mit Scharfsinn aufgesucht und
schiedenen Bestimmungsstücke in seine Gr
gebracht, die daher auch für die Ausübung v
Wichtigkeit sind.

Auf Röhren, deren Durchmesser nur
ein paar Linien betrüge und auf ebendergleic
Kanälchen dürfte man solche Formeln freilich
wenden, weil zwar bei Röhrenleitungen, u
der Hydrauliker zu bekümmern hat, die beso
derniß, welche die an den Wänden unmittel
genden Wassertheilchen in ihrer Bewegung le
nig oder gar nicht in Betrachtung kommt,
Theilchen selbst aber allerdings sehr beträch
kann.

Bei Röhren von höchstens einigen
Durchmesser kann daher die vom unmittelba
gen der Wassertheilchen an den Wänden h
Hinderniß für die ganze durchfliessende W
deren Durchschnitt etwa nur dem eines Wass

... Einfluß der Wärme auf die Bewegung
...ssers in Röhren nur für die sehr nahe an den
... liegenden Theilchen von Bedeutung ist, und
bei nur 8 bis 9 Zoll Wasserhöhe schon in dem
...en weiten Röhrchen bei weitem geringer ist
... dem $\frac{4}{3}$ Linien weiten, so daß der Unterschied
...sflußgeschwindigkeiten bei verschiedenen Tempe-
... für Röhren von $\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser schon
...nden muß. Hierzu kommt noch, daß selbst
...inen Unterschieden der Ausflußmengen bei ver-
...en Temperaturen keineswegs auf Unterschiede
...schwindigkeiten geschlossen werden kann. Weil
... dieselbe Röhre bei höherer Temperatur, wegen
...mit verbundenen Ausdehnung aller Materien,
...ist als bei geringerer Temperatur, so rührt die
... Ausflußmenge bei höherer Temperatur nicht
...n größerer Geschwindigkeit, sondern auch von
...ßeren Weite der Röhre her, und wenn für die
...ung der Geschwindigkeit aus der Ausflußmenge
...schiedenen Temperaturen einerlei Weite der Röhre
...unde gelegt wird, so findet man bei höheren
...

wegung setzen müssen
rer Geschwindigkeit v

Man darf es w
für Wasserleitungen,
die Rede ist, die Te
sicht auf die Geschwin
Seite gesetzt werden kö
verdienen also wegen
auch die Temperatur
stück enthalten, gar
man mit Vergnügen sel
nien im Durchmesser
gute Uebereinstimmung
Erfahrung durch die Ge
bestättiget. Die Dübua
kommt zwar den Result
nahe als die für Röhren
Umstand ihrer Brauchba
näle keiner so genauen
Röhrenleitungen.

§. 7.

...einen Ausdruck für die
, welche in einer Schute
Abmessungen gegebenen ...

(fig. 6) sey ein ...
genommen, wo das ...
...ge von einigen ... bey
uch seine Tiefe nicht ...
...ile sey = q; der ...
...ite sey = p: die
dieser Stelle an sey = ...
dem Boden und der ...
...n habe, wie eine ...
...chförmiges Gefälle, das ...
...gt, = a seyn kann. ...
...es fortfließenden Wassers einen
...en, der, von der erwähnten
auf die Länge l = a seyn mag,
paar Ruthen beträgt.

die mittlere Geschwindigkeit der
dem angenommenen Querschnitt
...ischer Zollen ausgedruckt.

...zufolge hängt die Geschwindig-
...ähnten Abmessungen so ab, daß v
Quadratwurzel aus $\frac{aq}{pl}$ proportional

$$\Phi \cdot \sqrt{\frac{aq}{pl}}$$

...enen Werth

$\frac{x}{}$)

...n Wasser-
...st, in der

$\frac{x}{}$)

...n Wurzel-

...th von h

)

...nes jeden
...fernung x
y gege-

...rentialglei-
...parallelepi-
dieser Ge-
...gen. Ich
...schinen-
...n (in der
...llig scharfe
Ruhe gege-
(a. a. O.
S. 190

3. Aus dieser auch nur als Hypothese angenom
menen Gleichung kann man durch Versuche bei regul
ren Kanälen $\Phi = v \cdot \sqrt{\frac{pl}{aq}}$ bestimmen, und seh
ob sich für Φ eine Zahl ergiebt, die sich beständig b
behalten läßt.

Ein Mittel aus vielen von Dübuat angestell
Versuchen giebt

$$\Phi = 309 \quad \text{also}$$

$$v = 309 \cdot \sqrt{\frac{aq}{pl}}$$

wo alles auf Par. Zolle geht.

4. Hingegen alles in Par. Fußen ausgedrü
erhält man genau genug

$$v = 89 \cdot \sqrt{\frac{aq}{pl}} \text{ Par. Fuße.}$$

in (5)

$$M = 89 . bh . \sqrt{\frac{abh}{bl + \frac{h.(2\sqrt{(e^2+1)}-1)}{e} . l}}$$

. Für einen rechtwinklichten Kanal ist b zugleich
eite des Bodens, und p = b + 2h, also
5)

$$M = 89 . bh . \sqrt{\frac{abh}{(b+2h) . l}}$$

Zus.

§. 22. Es ist also (vor. §. 7)

$$\frac{a}{l} = \frac{M^2 . (b+2h)}{89^2 . b^3 h^3}$$

einen Kanal mit horizontalem Boden druckt $\frac{a}{l}$
das Gefälle der Oberfläche aus. Weil aber mit
bhang der Oberfläche nothwendig in diesem Falle
h Abnahme von p und q verbunden ist, so muß
eränderlich seyn; und da dennoch M für alle Quer-
te einerlei Werth haben muß, so folgt, daß auch
ränderlich ist oder für ieden andern Querschnitt
andern Werth hat.

Man schreibe daher allgemein y statt h, — dy
t, dx statt l und z statt p, so wird

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{M^2}{89^2 . b^3} . \frac{b+2y}{y^3}$$

daher

ånderlich an. S

statt $\frac{89^2 . b^3}{M^2}$ schre

$x = -$

Für $x = 0$ ist y

Const

und

$x = \frac{B}{}$

Zur Verbesseru

statt μ, so hat man

$x = \frac{B .}{2}$

woraus sich sogleich

n kann; setzt man den so gefundenen Werth = y′, so erhält man

$$y = \sqrt[4]{\left(h^4 - \frac{2(h+y') \cdot x}{B}\right)}$$

leichung giebt die Höhe eines jeden Wasser-ttes, der von dem, dessen Höhe h ist, in der ng x weiter abwärts liegt.

enso hat man

$$h = \sqrt[4]{\left(y^4 + \frac{2(h+y) \cdot x}{B}\right)}$$

wiederum zuerst y statt h unter dem Wurzel-also

$$h = \sqrt[4]{\left(y^4 + \frac{4yx}{B}\right)}$$

kann. Wird der so gefundene Werth von h n′ ausgedruckt, so hat man

$$h = \sqrt[4]{\left(y^4 + \frac{2(h'+y) \cdot x}{B}\right)}$$

leichung, aus der sich die Höhe h eines jeden querschnitts ergiebt, der in der Entfernung x lb einem Querschnitt liegt, dessen Höhe y gege-t.

*) So leicht es auch war, auf eine Differentialglei-ung für die Oberfläche des Wassers in einem parallelepi-dischen Kanale zu verfallen, so ist dennoch dieser Ge-nke Dübüat und andern Hydraulikern entgangen. Ich be sie zuerst in dem Handbuche der Maschinen-hre (S. 99) beigebracht. Hr. Eytelwein (in der en §. 11. angef. Schrift) hat sie als eine völlig scharfe leichung behandelt, und hat sich daher die Mühe gege-n, ihr genaues Integral zu entwickeln (a. a. O. S. 190

S. 190 u. f.). Dadurch ist aber das Verfahren we
samer und der Gebrauch der so gefundenen Formel
schwerlicher geworden, ohne daß man dadurch in
nauigkeit der Uebereinstimmung mit der Erfahrung
nen hätte.

Aufg. 8.

§. 22*. Es ist das Gefälle $\frac{a}{l}$ des Ka
dens, die Tiefe h und die Länge l, ingleich
Wassermenge M, welche in einer Sekunde ab
soll (alles in Pariser Fußen), gegeben; ma
die Breite des Kanals am Boden und an der
fläche des Wassers bestimmen.

Aufl. Die Gleichung §. 21. no. 6. auf
Seiten quadrirt, dann mit dem Nenner zur

es Kanals Breite

Boden . . . . $= b - \frac{h}{e}$

er Oberfl. des Wassers $= b + \frac{h}{e}$

Aufg. 9.

. Aus der Wassermenge, welche in jeder
h den Kanal abgeleitet werden soll und
n Abmessungen des Kanals das erfoder-
förmige Gefälle a für die ganze Länge l
ls zu finden.

l. Aus (§. 21. no. 5) giebt sich

$$a = \frac{M^2 . p}{89^2 . q^3}$$

m wegen der abzuführenden Wassermenge hinläng-
ichert zu seyn, mache man den Kanal am Anfang
daß das Wasser darin um $\frac{1}{3}$ höher, als die an-
iene Wassertiefe h beträgt, steigen könnte, ohne
ufen; diese Kanaltiefe kann dann allmählig so ab-
, daß sie am Ende noch h bleibt.

auch gegen allenfallsige Fehler beim Abwägen sicher
, lasse man den Kanalboden jedesmal auf die Länge
o Fußen plötzlich um $\frac{1}{4}$ Zoll fallen, so daß das

Gefälle in Fußen $= H + \frac{1}{14400}$ wird.

wegen des unvermeidlichen Verlustes, theils we-
Austrinnens theils wegen der Verdünstung, mache
mittlere Breite des Kanals bei der wirklichen An-

 lage

lage $= (1 + \frac{1}{20000}) . b$ bei gegrabenen Kanälen und

$(1 + \frac{1}{40000}) . b$ bei hölzernen Gerinnen, wo sich l a
Fuße bezieht.

Anm. 2. Die vorstehenden Berechnungen beziehen sich dur
aus auf geradausgehende Kanäle; in gebrochenen (fig. 7
leidet das Wasser eine desto grössere Verminderung sein
Geschwindigkeit, je grösser die Anzahl von Ecken ist,
kleiner die Winkel α an diesen Ecken sind, und je grö
die Geschwindigkeit wäre, wenn der Kanal bei denselb
Abmessungen keine Ecken α hätte.

Die hieraus entstehende Verminderung der Abflußme
kann dadurch unbedeutend gemacht werden, daß man
Kanal gegen die Wendungen hin allmälig erweitert
zugleich abrundet, wie die punktirten Linien (fig. 7)
deuten.

Anm. 3. Bei einerlei Tiefe und mittlerer Breite, also

Aufg. 10.

§. 24. Die vortheilhafteste Böschung zu be-
[illegible]en, bei der nämlich durch einen Kanal, dessen
[illegible]schnitt und Tiefe bestimmt sind, in einer gege-
Zeit die größte Wassermenge abfliessen kann.

Aufl. Der Foderung gemäß muß im Werthe
M (§. 21) e so genommen werden, daß M
[m]aximum wird; dieses geschieht nun, weil
[ü]brigen Grössen ungeändert bleiben sollen, wenn

$$\frac{(e^2+1)-1}{e}$$ so klein als möglich oder umge-

$$\frac{e}{2\surd(e^2+1)-1}$$ so groß als möglich ge-
wird.

Die Differentialrechnung giebt nun für diesen Fall
$\surd(e^2+1)-1).de-e.d(2\surd(e^2+1)-1)=0$
[illegible]s man

$$2.(e^2+1)-2.e^2=(e^2+1)^{\frac{1}{2}}$$

$$2=(e^2+1)^{\frac{1}{2}}, \text{ also } e=\surd 3$$

Daher die vortheilhafteste Böschung

$$mo \text{ (fig. 6)} = \frac{h}{1,73} \text{ oder } = \tfrac{4}{7}h$$

[illegible]s sich

des Bodens Breite	$= b-\frac{4}{7}h$
der Oberfläche Breite	$= b+\frac{4}{7}h$
die Seite mn = rs	$= \frac{8}{7}h$

schon längst auf
len Fällen zur
seyn könnten.

Hierbin gehör

Schwi

Der sch

Der L

Die P

Die W

Miche

Nadr

Brüni

Brüni

Woltm
sche

Die Abbildung
Strohmmessers find

Theorie u
Flügels,

...verfertiget.

...Umständlichere Untersuchungen findet man bei Herrn ...elwein a. a. O. (s. oben §. 11.) und in meinem ...rb. der Hydraul. Hier verstattet der Raum keine ...re Ausführung.

Viertes Kapitel.

... der Bewegung des Wassers in ...öhren bei unveränderlicher Wasserhöhe.

Vorerinnerung.

Wenn die Länge einer mit einem Behältniß verbundenen Röhre den Durchmesser be...h übertrifft, so fließt nicht mehr soviel Wasser ... im I. Kap. für kurze Ansatzröhren angegeben

Ausflußmenge sehr bedeutend, so daß letztere nur ½
$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ u. s. w. von der Wassermenge betragen kan
welche bei derselben Wasserhöhe und bei derselben Rö
renweite aus einer kurzen Ansatzröhre abfliessen würd
Worin nun auch der Grund dieser Verminderung li
gen mag, so muß doch letztere von Hindernissen he
rühren, wozu die Röhrenwände Anlaß geben, und d
Summe dieser Hindernisse kann man bloß zur Abkü
zung Widerstand der Röhrenwände nennen. E
würde nun dieselbe Verminderung der Ausflußmen
erfolgen, wenn die Röhrenwände gar keine Hinderni
der Bewegung verursachten, dagegen aber am En
der Röhrenleitung eine Wassersäule von einer gewiss
Höhe entgegendruckte, die durch ihren Gegendruck de
Wasser dieselbe Hinderniß entgegensetzte, welche vo
her durch die Röhrenwände veranlaßt wurde. Ma
kann daher den Widerstand der Röhrenwände allem
als Gegendruck einer am Ende angebrachten Wasse
säule betrachten, und die Höhe dieser Wassersäule, d

harrungsstand heißt, so muß ausser dem Druck, cher zur Ueberwindung des Widerstandes erfodert , sonst kein Druck weiter auf die Wassertheilchen en Röhren statt finden. Das Wasser bewegt sich ich alsdann bloß vermöge der Trägheit längst den en fort.

Da nun derjenige Theil der ganzen Wasserhöhe, r nach Abzug des auf die Ueberwindung des tandes verwendeten Theils noch übrig bleibt, die bewegte Masse wirkende beschleunigende Kraft r, so muß ebendieser übrigbleibende Theil der öhe für den Beharrungsstand des in den abfliessenden Wassers = 0 seyn.

f diesen vorläufigen Betrachtungen beruht das ende.

Lehrs. I

6. Die ganze Wasserhöhe (§. 25) sey er unveränderliche Querschnitt der Röhren e Einflußöffnung in die Röhren (die auch ung in einer vorgeschrobenen Platte seyn = α, also der Querschnitt des zusammen- Strahls = $(1-n) \cdot \alpha$ (§. 9), wofür en will, die von den Röhrenwänden her- iderstandshöhe = $\mathfrak{H}$, die Geschwindig- ssers in den Röhren = c, die zugehö- = h, so ist für den Beharrungsstand

$$h = \frac{\gamma^2 \alpha^2}{w^2} \cdot (H - \mathfrak{H})$$

Vermöge der Voraussetzung verhält sich als wäre die wirkliche Wasserhöhe

R 5 nur

nur $= H - \mathfrak{H}$ und dann der freien Bewegung [des] Wassers in den Röhren gar keine Hindernisse entge[gen] gesetzt. Wenn nun die zu $H - \mathfrak{H}$ gehörige Geschw[in]digkeit C heißt, so ist vermöge der Lehren des [...] Kap im Beharrungsstande C die Geschwindigkeit, [mit] der die Wassertheilchen in die Oeffnung α treten, also $= 2\sqrt{g(H - \mathfrak{H})}$ ist; daher die Abflußme[nge] für jede Sekunde

$$M = \gamma\alpha \cdot 2\sqrt{g(H - \mathfrak{H})}$$

Es ist aber auch

$$M = c \cdot w = w \cdot 2\sqrt{gh}$$

also

$$w \cdot 2\sqrt{gh} = \gamma\alpha \cdot 2\sqrt{g(H - \mathfrak{H})}$$

woraus sich

$$w^2 \cdot h = \gamma^2\alpha^2 (H - \mathfrak{H})$$

also

$$h = \frac{\gamma^2\alpha^2}{\ldots} (H - \mathfrak{H})$$

Aufg. 11.

§. 28. Den Werth von ϕ (vor. §.) zu be-
[...]men, um ihn mit unmittelbaren Beobachtungen
[...]leichen zu können.

Aufl. Man setze in der letzten Gleichung (§. 26)
$\frac{\lambda}{d} \cdot h$ statt $\mathfrak{H}$ (§. 27), so hat man

$$h = \frac{\gamma^2 \alpha^2}{w^2}\left(H - \phi \cdot \frac{\lambda}{d} h\right)$$

$$\frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} \cdot h = H - \frac{\lambda}{d} h \cdot \phi$$

$$\phi = \frac{\left(H - \frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} h\right) \cdot d}{\lambda \cdot h}$$

Erfahrung.

§. 29. Die von Dü Büat angestellten Versuche
[...] nun gebraucht werden, für ganz verschiedene
[...]the von H, h, d und λ den zugehörigen Werth
[...] ϕ zu berechnen. Die wirkliche Berechnung giebt
[...] für diese verschiedenen Röhrenleitungen nicht durch-
[...] einerlei Werth von ϕ. Inzwischen fallen die ver-
[...]denen Werthe, welche man von ϕ auf diese Weise
[...], doch immer noch nahe genug zusammen, um
[...] Mittelzahl aus allen diesen Werthen als diejenige
[...]men zu können, welche in allen Fällen statt ϕ
[...] werden darf. Ich finde als Mittelzahl

$$\phi = 0{,}03$$

und

und hiermit wäre also die Hypothese (§. 27)

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}03 \cdot \lambda}{d} \cdot h$$

wenigstens eine Näherungsformel, der man si[ch so]
lange bedienen kann, bis entscheidendere Unters[uchun]
gen hierüber etwas genaueres geben.

Anm. Bei den Dubuatschen Versuchen war durchau[s]
w, also zugleich $\gamma = 1 - 0{,}19 = 0{,}81$ und $\gamma^2 =$
Daher

$$\Phi = \frac{(0{,}65 \cdot H - h) \cdot d}{0{,}65 \cdot h \cdot \lambda}$$

Zus. 1.

§. 30. Man hat also nunmehr (§. 2[6]
Ende), indem man $\alpha = w$ und $\gamma^2 = 0{,}65$
genauer $= 0{,}656$ setzt,

ser Zollen ist g = 181, also

$$c = \sqrt{\left(724 \cdot \frac{0,65 \cdot H}{1 + \frac{0,02 \cdot \lambda}{d}}\right)}$$

$$c = \sqrt{\frac{470 \cdot H}{1 + \frac{0,02 \cdot \lambda}{d}}}$$

d H auf Zolle gehen.

Zus. 2.

31. Ist eine Röhrenleitung aus Röhren von ener Weite zusammengesetzt, wie (fig 13), e einzele Röhrenstrecke als ein neuer Wider- zusehen, der sich durch eine Wassersäule von wissen Höhe ausdrucken läßt.

zeichnet man nämlich

zen der nach einan- folgenden Röhren- len mit $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda''', \lambda''''....$

ehörigen Röhren- hmesser mit $d, d', d'', d''', d''''....$

ehörigen Kreisflä- mit $w, w', w'', w''', w''''....$

den verschiedenen hwindigkeiten des sers in den einzelen renstrecken gehöri- Höhen mit $h, h', h'', h''', h''''....$

die

die zu den einzelen Röhrenstrecken gehörigen Widerstandshöhen mit $\mathfrak{h}, \mathfrak{h}', \mathfrak{h}'', \mathfrak{h}'''$

so ist $\mathfrak{h} = \frac{0,03 \cdot \lambda}{d} \cdot h$, $\mathfrak{h}' = \frac{0,03 \cdot \lambda'}{d'}$
$= \frac{0,03 \cdot \lambda''}{d''} \cdot h''$, $\mathfrak{h}''' = \frac{0,03 \cdot \lambda'''}{d'''} \cdot h'''$,
$\frac{0,03 \cdot \lambda''''}{d''''} \cdot h''''$ u. s. w.

Aber $h' = (\frac{w}{w'})^2 \cdot h$, $h'' = (\frac{w}{w''})^2 \cdot h$
$(\frac{w}{w'''})^2 \cdot h$, $h'''' = (\frac{w}{w''''})^2 \cdot h$

also die gesammte von den Röhrenwänden h[...]
Widerstandshöhe

gemeinschaftlichen einseitigen Hebel no eingrei-
l, in Bewegung gesetzt wird, indem das Wasser
A auf den Kolben K druckt und dadurch den
belarm no, der sich frei um n herumdrehen kann,
o nach p fortschiebt; alle Reibungen und son-
Hindernisse werden bei Seite gesetzt: man soll
beschleunigende Kraft bestimmen, welche beim
fang der Bewegung in die Wassermasse der Röh-
leitung λ wirkt.

Aufl. 1. Die Höhe der Ausflußöffnung μ über
Mittel des Kolbens p sey = e, die Höhe des
ers in A über dem Kolben K = E, die Grund-
von K = W, die von p = w, die Entfer-
mn = r, die on = q, so ist

die bewegende Kraft des Wassers A $= E.W - \frac{q}{r} e.w$

so groß als das Gewicht einer solchen Wasser-
e.

Diese Kraft soll P heissen.

2. Für die Bewegung von K ist es nun völlig
gültig, ob der Kolben K die Masse in λ, welche
issen soll, oder eine andere ℜ mit derselben Ge-
ndigkeit, mit welcher sich K bewegt, in Bewe-
setzen soll, woferne nur P ungeändert bleibt und
$= \frac{q^2}{r^2} . \mathfrak{Q}$ genommen wird (§. 100).

Würde also der Hebel ganz weggenommen, und
jen ein Kolben K unmittelbar mit der Stange
bunden, so daß iezt das Wasser in B in Be-
wegung

ngende Kraft

$$= \frac{1}{M -}$$

4. Da nun K
wenn er mit dem
bindung bleibt, so er
die anfängliche Be

nigung von p =

§. 33. Würde
hältniß Λ unmittelba
würde sich die Sach

fig. 14 verhalten, w

und E, e die dortige

.. die Wasserhöhe in der bisherigen Bedeutung (.25) = H gesetzt wird. Setzt man die Länge .. centrischen Linie $\delta\varepsilon$ = a, so hat man $\mathfrak{M}$ = a . W .. ein gleichweites Behältniß, und wenn λ die Länge .. angesetzten gleichweiten Röhre ist, so hat man = λw, also

.. beschleunigende Kraft für das Wasser in A $= \dfrac{p}{\mathfrak{M} + \frac{q^2}{r^2}\Omega}$

$$= \frac{H . W}{a . W + \frac{W^2}{w^2} . \lambda w} = \frac{H}{a + \frac{W}{w}\lambda}$$

.. beschleunigende Kraft für das Wasser in der Röhrenleitung =

$$\frac{W}{w} . \frac{H}{a + \frac{W}{w}\lambda} = \frac{H}{\frac{w}{W} . a + \lambda}$$

..ei ist auf den Widerstand der Röhrenwände keine ..sicht genommen worden, der auch am Anfange der ..egung noch = o gesetzt werden kann.

.. Daß die beschleunigende Kraft allmälig abnehmen .., erhellet schon aus (§. 25). Die folgende Auf.. führt auf nähere Bestimmungen.

Aufg. 13.

§. 34. Es sey A (fig. 15) ein beträchtlich .. Gefäß oder Behältniß, dessen Weite W ist .. mit dem eine Röhrenleitung von der Länge λ

und Weite w in Verbindung steht: man s
Druckhöhe und die beschleunigende Kraft f,
auf das Wasser in der Röhrenleitung wirkt
iede schon erlangte Geschwindigkeit des Wasse
stimmen, unveränderliche Wasserhöhe H v
gesetzt.

Aufl. 1. Ein Theil der Wasserhöhe H
verwendet, den Widerstand der Röhrenwände zu
winden, ein anderer Geschwindigkeit hervorzubrin

Soviel von der Wasserhöhe schon auf her
brachte Geschwindigkeit verwendet worden ist, geh
der noch übrigen Druckhöhe verlohren.

Wenn also zu irgend einer schon erlangten
schwindigkeit die Widerstandshöhe $\mathfrak{H}$ gehört,

... der vorhandenen Wasserhöhe bewirkt werden
, so wäre

$$\mathfrak{X} = \frac{z^2}{4g}$$

Da aber das Wasser, um beständig in der Höhe
... halten zu werden, schon mit einer gewissen Ge-
...digkeit zufliessen muß, vermög der die Theilchen
... Oberfläche des Behältnisses A schon die Ge-
...digkeit $\frac{\gamma w}{W} . z$ erhalten, so wird jene Geschwin-
... z nicht ganz von der im Behältniß vorhandenen
...höhe, sondern schon zum Theil ausserhalb dem
...niß durch einen Fall bewirkt, vermöge dem das
... schon einen Theil der Geschw. z mit ins Be-
... bringt, nämlich den Theil $\frac{\gamma w}{W} . z$, dem die

$$\frac{\left(\frac{\gamma w}{W} . z\right)^2}{4g}$$ zugehört.

Daher bleibt der von der Wasserhöhe H auf her-
...brachte Geschwindigkeit verwendete Theil nur noch

$$\mathfrak{X} = \frac{z^2}{4g} - \frac{\frac{\gamma^2 w^2}{W^2} . z^2}{4g}$$

... bei dieser Geschwindigkeit z noch vorhandene
...ruckhöhe $= H - \left(\mathfrak{H} + \frac{z^2}{4g} - \frac{\gamma^2 w^2}{W^2} . \frac{z^2}{4g}\right)$

$$= H - \mathfrak{H} - \frac{(W^2 - \gamma^2 w^2) . z^2}{4g W^2}$$

 also

3. Für den Be

folglich auch $(\frac{w}{W}a-$

vidend

$$H-\mathfrak{H}-$$

Demnach für den Bef

$$\frac{z^2}{4g}=\frac{V}{W^2-}$$

welches also die nach
wegung der Geschwind
in die Röhren zugehöri
digkeit dieses Einflusse

$$z=\sqrt{(}$$

4. Ist C des
Röhrenleitung, so hat

$$C = w W . z =$$

5. Setzt man $\frac{C}{\gamma}$ statt z, also $\frac{C^2}{\gamma^2 . 4g}$ oder $\frac{h}{\gamma^2}$

t $\frac{z^2}{4g}$, so hat man auch (no. 2)

$$f = \frac{H - \mathfrak{H} - \frac{W^2 - \gamma^2 w^2}{\gamma^2 W^2} . h}{\frac{w}{W} . a + \lambda}$$

d, wenn die der Geschwindigkeit in der Röhrenlei-
g zugehörige Höhe h heißt,

ie noch vorhandene Druckhöhe $= H - \mathfrak{H} - \frac{W^2 - \gamma^2 w^2}{\gamma^2 W^2} . h$

$$= H - \left(0{,}03 . \frac{\lambda}{d} + \frac{W^2 - \gamma^2 w^2}{\gamma^2 W^2}\right) . h$$

31)

6. Für den Beharrungsstand muß diese $= 0$
, also

$$H = \left(0{,}03 . \frac{\lambda}{d} + \frac{W^2 - \gamma^2 w^2}{\gamma^2 W^2}\right) . h$$

$$h = \frac{H}{0{,}03 . \frac{\lambda}{d} + \frac{W^2 - \gamma^2 w^2}{\gamma^2 W^2}} \quad {*})$$

Man erhält hieraus h wie (§. 30), wenn man im Zähler und Nenner mit $\gamma^2 = 0{,}65$ multiplicirt, und $\frac{w^2}{W^2}$

Oeffnungen darin

β''' (fig 16).

Aufl. I.

eine Platte mit einer

gens aber die Weit

w, so müßte man

fürs erste $\gamma\alpha$ statt γ

C (vor. §. no. 4) ni

also $\frac{z^2}{4g} = \frac{w^2}{\gamma^2\alpha^2} \cdot$ (

§. no. 2)

$f = \frac{H -}{}$

auch

$$f = \frac{H - \mathfrak{H} - \left(\frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} - \frac{w^2}{W^2}\right) . h}{\frac{w}{W} . a + \lambda}$$

ie Druckhöhe, welche auf das Wasser in der
nleitung λ wirkte, wäre also, wenn die Röhren-
j durchaus und so auch ihre Ausflußöffnung die
w hätte,

$$= H - \mathfrak{H} - \left(\frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} - \frac{w^2}{W^2}\right) . h$$

t. Man setze, die ganze Röhrenleitung sey zwar
us gleich weit = w, aber am Ende ihrer gan-
nge λ befinde sich eine Platte mit einer Oeffnung
r Weite β, so muß das Wasser durch β mit

Beschw. $= \frac{w}{\gamma\beta} . C$, die zur Höhe $\frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2} . h$ ge-
ausfliessen, indem es längst der Röhrenleitung
Geschw. C hat.

ir Hervorbringung der Ausflußgeschw. C brauchte
nur die Druckhöhe $\left(\frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} - \frac{w^2}{W^2}\right) . h$ verwen-
werden. Aber jetzt soll die Ausflußgeschwindig-
in die $\frac{w}{\gamma\beta} . C$ verwandelt, also um $\frac{w}{\gamma\beta} . C - C$
ßert werden; es muß daher zur Hervorbringung
neuen Ausflußgeschw. von der vorhin gebliebenen
öhe wiederum ein Theil $= \left(\frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2} - 1\right) . h$
det werden.

kende Druckhöhe, n
h geworden wäre u

endigte, da dann zug

3. Wären nun
cher Weite w' und
Ausflußöffnung am E
wenn kein Widerstan
die Länge λ' einträte
ten Röhren ganz un
durch β in dieselben
und es würde die Anf
rige Bewegung des
also die noch wirkend

Aber wegen der
das Wasser die ganze
mit bloß die Folge v

ändert, und ietzt = c

etzige Druckhöhe

$$-\mathfrak{H}-\left(\left(\frac{w^2}{\gamma^2\alpha^2}-\frac{w^2}{W^2}\right)+\left(\frac{w^2}{\gamma^2\beta^2}-1\right)\right).h$$

ietzt $\mathfrak{H} = 0{,}03.\left(\frac{\lambda}{d}+\left(\frac{w}{w'}\right)^2.\frac{\lambda'}{d'}\right).h$ ist.

Befände sich aber am Ende der Röhrenstrecke rum eine Schiedwand mit einer Oeffnung β', die vorige Ausflußgeschwindigkeit, die ich C' will, in die $\frac{w'}{\gamma\beta'}$ verwandelt, also um $\frac{w'}{\gamma\beta'}C'-C'$

$-1).\frac{w}{w'}C = \left(\frac{w'}{\gamma\beta'}-\frac{w}{w'}\right).C$ vergrös-den. Hierzu wird also wiederum von der zuvor ten Druckhöhe ein Theil $=\left(\frac{w^2}{\gamma^2\beta'^2}-\frac{w^2}{w'^2}\right).h$ et, und es bleibt ietzt die noch übrige Druck- =

$$\left(\left(\frac{w^2}{\gamma^2\alpha^2}-\frac{w^2}{W^2}\right)+\left(\frac{w^2}{\gamma^2\beta^2}-1\right)+\left(\frac{w^2}{(\gamma\beta')^2}-\frac{w^2}{(w')^2}\right)\right)h$$

$\mathfrak{H}$ den (no. 3) erwähnten Werth hat.

Käme ietzt noch eine neue Röhrenstrecke von ge λ'' hinzu, deren Weite und Ausflußöffnung wäre, so bliebe der Ausdruck für die Druck- e vorige, nur daß darin $\mathfrak{H}$ einen grösseren =

$$03.\left(\frac{\lambda}{d}+\left(\frac{w}{w'}\right)^2.\frac{\lambda'}{d'}+\left(\frac{w}{w''}\right)^2.\frac{\lambda''}{d''}\right).h$$

§. 31).

wo H den erwähn

Der Fortgang
gleich in die Augen

6. Heißt nun
noch auf Beschleuni
blick übrig ist, da
der ersten Röhrenstre
so wirkt bei α den

Die Kraft, d
Massen a. W, λw,
setzen, wo die Höhe
von α = a gesetzt n

Diese verschiede
Zeit mit verschiedene
gesetzt

die Masse λw

aW

Es ist daher für die wirkende Kraft dasselbe, sie mit derselben Geschwindigkeit z die Massen $\frac{w^2}{W^2} \cdot aW$, $(\frac{w}{w'})^2 \cdot \lambda w'$, $(\frac{w}{w''})^2 \cdot \lambda w''$ u. s. w. in ...gung setzen sollte (§ 32).

Man hat daher die beschl. Kraft

$$= \frac{K \cdot w}{\lambda w + \frac{w^2}{W^2} \cdot aW + (\frac{w}{w'})^2 \cdot \lambda w' + (\frac{w}{w''})^2 \cdot \lambda w''}$$

$$= \frac{K}{\frac{w}{W} \cdot a + \lambda + \frac{w}{w'} \lambda' + \frac{w}{w''} \cdot \lambda''}$$

K die (no. 5) angegebene Druckhöhe ist.

...m. Zur Abkürzung werde ich in der Folge

...tt $(\frac{w^2}{\gamma^2 \alpha^2} - \frac{w^2}{W^2}) + (\frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2} - 1) + (\frac{w^2}{(\gamma\beta')^2} - \frac{w^2}{(w')^2})$ ꝛc.

...tt $0{,}03 \cdot (\frac{\lambda}{d} + (\frac{w}{w'})^2 \cdot \frac{\lambda'}{d'} + (\frac{w}{w''})^2 \cdot \frac{\lambda''}{d''}$ ꝛc.)

...nd

...att $\frac{w}{W} \cdot a + \lambda + \frac{w}{w'} \lambda' + \frac{w}{w''} \lambda''$ ꝛc

§ 31) gebrauchen.

Zus.

§. 36. Für den Beharrungsstand muß $K = 0$ ... also $H - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot h = 0$. Dieses giebt ...en Beharrungsstand

$$h = \frac{H}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}}$$

unter

§. 37. Alle

(§. 35. fig 16) si

ist anfänglich versto

mit Wasser angefül

wird sie geöffnet,

fängt; das Wasser

Weite w ist, nach

Geschwindigkeit z

Gleichung zwischen

Aufl. I. Au

$$f =$$

wo $h = \frac{z^2}{4g}$ ist.

Für ein Zeitthei

5. no. 6) hervor, also für dasselbe Zeittheilchen die Geschwindigkeitsänderung $2\,g\,dt$.

Die beschleunigende Kräfte verhalten sich aber wie in gleichen Zeiten bewirkte Geschwindigkeiten; wird unsere natürliche Schwere zur Einheit angenommen oder $= 1$ gesetzt, so hat man

$$f : 1 = dz : 2\,g\,dt$$

die zweite Gleichung für f

$$f = \frac{dz}{2\,g\,dt}$$

3. Die beiden Gleichungen (no. 1 u. 2) geben

$$\frac{dz}{2\,g\,dt} = \frac{H - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).h}{\mathfrak{M}}$$

$$= \frac{H - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).\frac{z^2}{4g}}{\mathfrak{M}}$$

$$2\,\mathfrak{M}.dz = \left(4\,g\,H - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).z^2\right).dt$$

bloß z und t veränderliche Größen sind.

Nun setze man (Alg. §. 77. Anm. 1)

$2\,\mathfrak{M}$ statt α

$4\,g\,H$ — β

$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$ — δ

z — x

t — y

so

oder, wenn man

$$\sqrt{4gH}$$

setzt,

$$t = \log$$

oder auch, wenn d
C heißt,

$$t = \eta . \mathrm{l}$$

4. Ist t gegebe
türlichen Logarithmen
Zahl, die ich durch (

raus giebt sich

$$\text{[)} \frac{t}{\eta} . z . \surd (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) + (N)^{\frac{t}{\eta}} . C = C + z . \surd (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})$$

$$z = \frac{\left((N)^{\frac{t}{\eta}} - 1\right) . C}{\left((N)^{\frac{t}{\eta}} + 1\right) . \surd (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}$$

Zus.

. 38. Weil $\eta = \frac{\mathfrak{M}}{C . \surd (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}$ gewöhnlich keine grosse Zahl ist, so daß sie selten auf 20 wird, so wird für $t = 60$ Sek. beinahe in Fällen der Ausübung $\frac{t}{\eta}$ schon grösser als 4 und $(N)^{\frac{t}{\eta}}$ schon eine bedeutende Zahl, so daß für je Zeit von einer Minute der Bruch $\frac{(N)^{\frac{t}{\eta}} - 1}{(N)^{\frac{t}{\eta}} + 1}$ einahe $= 1$, also Z schon beinahe $= \frac{C}{\surd (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}$ $\frac{4 g H}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}$ ist.

Die

denen Zeit t, v

ausgeflossene Wasse

Aufl. 1. D

Querschnittes in der

chen dt vermöge der

dx durchlaufen, so

$$f =$$

Es ist aber auc

$$f =$$

also

$$\frac{dh}{dx} =$$

und

dh

nach

$$-\operatorname{logn}(H-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h)=\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).x}{\mathfrak{M}}$$

$$x=-\frac{\mathfrak{M}.\operatorname{logn}(H-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h)}{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}}+\text{Const.}$$

Nun soll für $h=0$ auch x verschwinden, also

$$0=-\frac{\mathfrak{M}.\operatorname{logn}H}{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}}+\text{Const}$$

daher

$$=\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}}\left(\operatorname{logn}H-\ln(H-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})h)\right)$$

$$=\frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}}.\operatorname{logn}\left(\frac{H}{H-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h}\right)$$

2. Aus (§. 37. no. 4) hat man

$$h=\frac{z^2}{4g}=\frac{((N)^{\frac{t}{\eta}}-1)^2.C^2}{4g.((N)^{\frac{t}{\eta}}+1)^2.(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}$$

H statt $\frac{C^2}{4g}$ gesetzt,

$$(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h=\frac{((N)^{\frac{t}{\eta}}-1)^2.H}{((N)^{\frac{t}{\eta}}+1)^2}$$

$$= \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} . \text{log}$$

3. Hieraus gi

$$M = \frac{\mathfrak{M} . w}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} . \text{log}$$

Oder

$$M = \frac{\mathfrak{M} . w}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} . \text{log}$$

$$= \frac{\mathfrak{M} . w}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} . \Big(2$$

$\mathfrak{M}$

stimmen, so daß z. B. nicht um $\frac{1}{100}$ M in Berechnung der Ausflußmenge gefehlt würde, und da selbst die Umstände, die man als unveränderlich voraussetzt (z. B. unveränderliche Wasserhöhe, unveränderliche Röhrenweite u. d. g.), in der Ausübung nie in solcher Schärfe gleich und unveränderlich angesehen werden können, daß von Augenblick zu Augenblick in aller Schärfe dieselbe Wassermenge ausfliessen könnte, so fällt von selbst in die Augen, daß bei allen Röhrenleitungen nach wenigen Minuten der Beharrungsstand schon in der Schärfe erreicht seyn wird, in welchem er hier überhaupt eintreten kann. Wird aber das Wasser mittelst Maschinen durch Röhren getrieben, so verhält sich die Sache ganz anders, insoferne dabei die Bewegung etwa nur eine geringe Anzahl von Sekunden ohnunterbrochen fortdauert und dann immer wieder von neuem angefangen wird, so daß die Bewegung dabei immer im beschleunigten Zustande bleibt.

Aufg. 17.

§. 40. Aus der Wasserhöhe H, der Länge λ der durchaus gleich weiten Röhrenleitung und der Wassermenge M, die in ieder Sekunde abgeleitet werden soll, die erfoderliche Weite w oder den zugehörigen Durchmesser d zu bestimmen.

Aufl. Die Geschwindigkeit des Wassers heisse c, so ist in Par. Zollen (§. 30) $M = c \cdot w = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot \sqrt{\frac{470 \cdot H}{1 + \frac{0{,}02 \cdot \lambda}{d}}}$ und

$$\left(1 + \frac{0{,}02 \cdot \lambda}{d}\right) \cdot M^2 = 0{,}616 \cdot d^4 \cdot 470 \cdot H$$

 oder

$$d = \sqrt{\;}$$

Da nun bei
in Zollen schon e

$$\sqrt[5]{\frac{0{,}00007 . \lambda M^2}{H}}$$

verschieden. Man

schon beinahe statt
soviel grösserer Gen

$$d = \sqrt[5]{(}$$

wobei die Logarithme

In der Ausüb
den so berechneten D

Anm. Hier kann ich
Kap. betreffende Un
nur noch, daß ich
Vorstehenden zum G

rung hierher gehöriger Kenntnisse die Experimental=Hydraulik bereichert hat.

Hierher gehörige Schriften.

: Karsten Lehrbegr. der gesamt. Mathem. V Th.

Kästner Anfangsgr. der Hydrodynamik (2te Ausg. Gött. 1797)

Bossüt Lehrbegr. der Hydrodyn Frankf. a. M. 1792.

Venturi Recherches experimentales sur le principe de la communication laterale du mouvement dans les fluides — ins Teutsche übersetzt in Hrn. Gilberts Annalen der Phys. im 2ten u. 3ten B. Halle 1799.

Principes d'Hydraulique verifiés par un grand nombre d'Expériences faites par ordre du Gouvernement, Par M. le Chevalier du Buat T. I et II. Paris 1786. — Der besonders hierher gehörige 1te Band ist doppelt ins Teutsche übersetzt worden, von Hrn. Kosmann mit Anmerk. und Zusätzen von Hrn. Eytelwein, und ausserdem von Hrn. Lempe gleichfalls mit Zusätzen.

Langsdorf Lehrb. der Hydraulik Altenb. 1794.

Dess. Handb. der Maschinenlehre 1 B. Altenb. 1797. 2 B. Altenb. 1799.

Eytelwein Handb. der Mechanik fester Körper u. der Hydraulik Berlin 1801.

Leupold Theatrum Machinarum Hydrotechnicarum. Leipz. 1724.

Belidor Architectura Hydraulica I Th. 4 Buch.

M. Vitruvius Pollio Baukunst, aus der röm. Urschrift übersetzt von Rode 2 Bd. Leipz. 1796.

23)

flußöffnung β glei
Wasser eine lothre
der Geschwindigkeit
ter sonst gleichen

$\delta =$

macht, wo δ den
H die ganze Fallh
Zollen.

Inzwischen bl
Sprungöffnung die
die Fallhöhe βn,
Umständen βn — βo
renleitung ist.

Nur wenn sie
höhe wegen der R
Theil der ganzen Fall
der vortheilhaftesten G

erhaupt zu einer Strahlhöhe von n.5 Fußen
llhöhe von $(n.5 + n^2 . \frac{1}{12})$ Fußen gehört.

Zus. 1.

. 42. Setzt man also in Fußen die Strahlhöhe
die Fallhöhe = H, so ist, wenn h = n.5
ist, $n = \frac{h}{5}$ und nun unter den Einschränkun-
es vor. §.

$$H = h + n^2 . \frac{1}{12} = h + \frac{h^2}{25} . \frac{1}{12}$$

$$= h + \frac{h^2}{300}$$

ts sich zugleich

$$h = - 150 + \sqrt{(300 . H + 22500)}$$

t.

Zus. 2.

§. 43. Ist die Widerstandshöhe nicht unbedeu-
so muß besondere Rücksicht darauf genommen und
I eine gehörig verminderte Höhe in die Formel
werden.

Man hat nämlich für das Wasser in einem Röh-
ck, dessen Weite w ist, die Geschwindigkeitshöhe

$$\frac{H}{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}} \quad (\S. 36)$$

Bezeichnet man also den Querschnitt des ausströh-
n Strahls mit Φ, so ist

$$h = -150 +$$

Nach den obi
Röhrenleitung

$$\mathfrak{A} = \frac{0,}{}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{w}{\gamma^2}$$

so daß

λ die L
w die
d ihren
α die E
nung
$< \alpha$
W die
β die W

eine dünne Platte ist $\gamma\beta = 0,62 . \beta$. Auch
sten Falle $\Phi = \beta$, im letzteren $\Phi =$

t immer ist $a = w$ und $\frac{w^2}{W^2}$ für Null zu ach-
daher

$$\mathfrak{B} = \frac{0,03 . \lambda}{d} + \frac{1}{0,81^2} + \frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2} - 1$$

veil $\frac{1}{0,81^2} - 1$ hier ausser Acht gelassen wer-
en,

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} = \frac{0,03 . \lambda}{d} + \frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2}$$

$$h = -150 + \sqrt{\left(\frac{300 . H}{\frac{\Phi^2}{w^2} . \left(\frac{0,03 . \lambda}{d} + \frac{w^2}{\gamma^2 \beta^2} \right)} + 22500 \right)}$$

Dabei wird doch noch erfodert, daß die Röhren-
zu unterst durch allmälige Krümmung die Rich-
es Wassers in die lothrechte verwandle, und
erdas die wagrechten Querschnitte des Wassers
lb β in dem letzten Röhrenstück sehr vielmal
seyen, als die Oeffnung β, damit die Ge-
igkeit des Wassers nirgends durch schnelles An-
geschwächt werde.

S

Vom Stoss

§. 44. Wasser
wer
Fläche als bewege
I. als isolirter S
er die Stoßflä
Luft begrenzt
II. als begrenzt
rinne gegen ein
freien Abfluß g
III. als unbegren

iſt, ſo wird darunter allemal dieienige Rich-
ſtanden, welche der Bewegung des Waſſers
zug auf die erſt durch die Stoßfläche verur-
lenkung zukommt.

Erklärung 4.

45. Waſſerſtoß, Gröſſe des Waſſerſtoſſes,
g des Waſſerſtoſſes auf eine Ebene ſind hier
tende Ausdrücke. Sie bezeichnen die Gröſſe
ewegenden Kraft oder eines Drucks Q, die
: auf die Stoßebene (welche hier mit dem ſtröh-
Waſſer allemal nur in einer Durchſchnitts-
orgeſtellt wird) AB (fig. 17, 18) angebracht,
: entgegengeſetzten Wirkung des Waſſers auf
Stoßebene im Gleichgewicht wäre. Ich werde
irkung nach ſenkrechter Richtung genommen in
lge auch den Normalſtoß nennen. Wirkung
toſſes auf die Ebene nach der Richtung des
s ſoll Parallelſtoß; Wirkung nach einer Linie,
die Richtung des Strahls ſenkrecht iſt, Sei-
heiſſen. Der Stoß heißt ſenkrecht oder ſchief,
n die Richtung mn des ſtröhmenden Waſſers
) mit der Stoßebene einen rechten Winkel macht
. 17, oder einen ſchiefen wie fig. 18.

ür den ſenkrechten Stoß iſt allemal Normalſtoß
arallelſtoß einerlei, und der Seitenſtoß wird
I.

er Stoß auf eine ſchon in Bewegung geſetzte
eißt auch insbeſondere ein relativer Stoß.

I. Senk-

7. Des Ele

f.dM, also aus

dp =

8. Weil der

so fließt in demselb

in welchem er läng

Zeit proportional,

dM :

und daher (no. 7)

dp

9. Die in ei

menge heisse A, so

also

ür $z = C$ ist $p = 0$ (no. 1), also

$$\text{Const} = \frac{A}{2g} \cdot C$$

ß

$$p = (C - z) \cdot \frac{A}{2g}$$

. Nimmt man den unbestimmten Querschnitt der Ebene MN, so verwandelt sich z in c, wird also für die Summe aller Pressungen von an die Ebene MN

$$\text{I.} \quad p = \frac{A}{2g} \cdot (C - c)$$

. Der natürliche Querschnitt bei mn sey = zu C gehörige Höhe = H, die zu c gehörige so hat man

$$\text{II.} \quad p = \frac{C \cdot w}{2g} \cdot (C - c)$$

$$\text{III.} \quad p = \frac{2(\sqrt{gH}) \cdot w}{2g} \cdot (2\sqrt{gH} - 2\sqrt{gh})$$

$$= 2 \cdot (H - \sqrt{Hh}) \cdot w$$

Zus. 1.

. 47. Es ergiebt sich hieraus für $h = 0$, r eine unbewegliche Stoßebene

$$p = 2 \cdot Hw$$

Dazu würde aber erfodert, daß in diesem Falle schwindigkeit der Wassertheilchen nach qr bis ene MN allmälig bis auf Null abnähme, daß

 sich

Hinderniſſe, wel
dern, muß doch d
folgenden Waſſerſ
die hierauf verw
Stoßfläche wirken

Wäre z. B.
an MN = 12.

(§. 46) $= \frac{1}{12}$ C
no. 9)

$$p = ((\ldots$$

oder

$$p \ldots$$

Erwägt man
auf der Ebene ſell
den die Waſſertheil

stoß $p = 2 H.w$ dennoch genau genug er- werden.

. Die von mir angestellten und im Lehrbuche der Hy- ulik umständlich erzählten Versuche bestättigen die Ueber- stimmung des Satzes $p = 2 . Hw$ für den senkrechten oß auf eine ruhige Ebene mit der Erfahrung aufs voll- mmenste, wenn die Ebene auch nur etwa 10mal so groß w wäre.

Umsoweniger ist die Uebereinstimmung der allgemeine- s Formel

$$p = 2w (H - \sqrt{Hh})$$

r bewegte Ebenen zu bezweifeln. Wäre z. B. $c = \frac{1}{2} C$, würde, alle sonstige Hindernisse für die Bewegung des Wassers bei Seite gesetzt, der Querschnitt des Wassers bei N dreimal so groß als w seyn müssen, eine Verbreitung, ie sehr wohl eintreten kann.

Zus. 2.

§. 48. Indem sich die Ebene MN zu bewegen ngt, sey ihre Entfernung von $mn = a$, so läßt das Wasser von MN bis mn rückwärts als von Kraft f beschleunigt ansehen, wie ein durch a fal- er Körper, der bei MN schon die Geschw. c hätte in den die beschl. Kraft f wirkte.

Man hat ihn also in MN so zu betrachten, als er schon den Raum $\frac{c^2}{4fg}$ durchloffen hätte, und n wird seine Geschw. $C = 2\sqrt{fg.(a + \frac{c^2}{4fg})}$.

Es durchlauft aber die Ebene MN in der Zeit Raum $t.c$, so daß nach dieser Zeit ihr Abstand

 von

Also

$$f = \frac{\ldots}{4\ldots}$$

W sey nach
zwischen MN und
und die Geschw.
= z, so ist

$$A = z.$$

$$= 2\ldots$$

Die Entfernun
sey = u, so ist

$$u + x$$

also

$$x$$

und

$$A = 2W.\sqrt{\left(\frac{C}{\ldots}\right.}$$

h

$$W = \frac{A}{\sqrt{\left(C^2 - \frac{(C^2 - c^2) . u}{a + t . c}\right)}}$$

ich hat man

$$= \frac{A}{W} = \sqrt{\left(C^2 - \frac{(C^2 - c^2) . u}{a + t . c}\right)}$$

ichung für die Geschwindigkeit z in der Ent-
u von mn nach Verfluß der Zeit t.

Die wegen der Schwere mit dem Fortströhmen des
hls verbundene Aenderung seiner Richtung wird hier
Seite gesetzt.

Zus. 3.

49. Also kommt mit dem Fortrücken der Stoß-
ie Geschwindigkeit des Wassers in bestimmten
nungen vom Anfange des Strahls (von mn)
erth von C immer näher, weil der Werth von
$\frac{c^2) . u}{t . c}$ mit der Vergrösserung von t, d. h. mit
geren Dauer der Bewegung immer kleiner wird.

Ebendarum muß aber auch die Pressung in be-
n Querschnitten bei dem Fortrücken der Stoß-
mmer kleiner werden, denn sie ist (§. 46)

$$p = (C - z) . \frac{A}{2g}$$

th, der mit der Vergrösserung von z abnimmt.

(C.

§. 50. Wü
plötzlich eine ander
schwindigkeit z wä

blick den Druck p

des Drucks = (z

genblick verlohren.
(§. 48), der dann
c desto näher käme,
Abstand qs in Verg
Strahls wäre.

II. Schiefer S

ß Bba = α trifft, AC sey eine andere Ebene,
der Strahl ab verlängert unter einem rech-
inkel in k treffen würde, so daß die Grösse
enkrechten Stosses, wenn der Strahl unmit-
in k anstossen könnte, = 𝔓 seyn würde.

ie Grösse des Normalstosses auf AB heisse
des Parallelstosses P, die des Seitenstosses
n soll die Verhältnisse N : 𝔓, P : 𝔓 und
bestimmen.

ufl. Man drucke 𝔓 durch die Linie bd aus,
ß d auf AB das Perpendikel de und verzeichne
allelogramm debc, so ist (Dyn. §. 49)

$$N = \mathfrak{P} . \sin \alpha$$
$$P = \mathfrak{P} . \sin \alpha^2$$
$$S = \mathfrak{P} . \sin \alpha . \cos \alpha$$

Diese Werthe hängen so zusammen, daß einer den
rn zur Folge hat. Es ist aber der $P = \mathfrak{P} . \sin \alpha^2$
Versuche, die ich im Lehrb. der Hydraul. umständlich
lt habe, vollkommen bestättiget worden; man kann
die vorstehenden Ausdrücke mit vollem Vertrauen auf
Uebereinstimmung mit der Erfahrung beibehalten.

enkrechter Stoß des begrenzten Wassers (§. 44. II.)

Aufg. 20.

52. Es sey alles wie (Aufg. §. 46), nur
das Wasser in einem Schußgerinne fort-

Grösses bestimm

Aufl. 1.
schnitt mn, bis
von oben herab
Querschnitt kann
schichten statt find
theilchen bis zu
gen als die ihnen
nicht wirken könne
oben herab bis zu
also nur, die a
Wassertheilchen in

2. Was nun
MN (§. 46) ges
ferne neue Hinderni
men mögen, bei S
auf diese hat man a

Nun kommt hier insbesondere in Betrachtung, ch die Ausbreitung die Wassermasse genöthiget n der Ebene MN hinaufzusteigen. Wenn da n Vergleichung mit C ziemlich klein, z. B. c oder auch $= \frac{1}{5}$C wäre, so daß das Wasser N 6 oder 5mal so hoch als bei mn stehen so wäre die erfoderliche Ausbreitung bei MN erwarten und der Stoß würde geringer aus als ihn die Formeln ergeben. Dieses wird l mehr der Fall seyn, wenn (die Höhe mn fezt) $\frac{H}{h}$ nicht wenigstens ein paarmal so groß

oder $\frac{H^2}{h^2}$ nicht wenigstens 4mal so groß als

ısserdem leidet das Wasser selbst beim Fortflie Gerinne von mn bis MN, auch ohne Rück if die entgegengesetzte Ebene MN einige Hin der Bewegung, wodurch p geschwächt wird.

an muß daher in der Ausübung für H in den den Formeln allemal eine Höhe setzen, die als die wirkliche Wasserhöhe de des Wasser über der Mitte von mn ist.

ie Höhe, welche der Geschwindigkeit zugehört, as Wasser bei B ins Gerinne trit, heisse k; ze Gefälle des Gerinnbodens, um wieviel er bei B höher liegt als bei M, heisse a; der welchen eine durch B und M gelegte schiefe it der lothrechten Bb macht, sey $= \alpha$, so bei der grossen Schwierigkeit oder Unmöglich-

§. 53. Die
hier anwenden.

IV. Schiefer S

§. 54. Es sey
nur sey die Ebene
strohmenden Wasse
Grösse des schiefen S

Aufl. Vermö
§. 51)

P =

also

N = -

Senkrechter und schiefer Stoß des unbegrenzten Wassers (§. 44. III.)

Aufg. 22.

§. 55. Den senkrechten Stoß des unbegrenz- Wassers (fig. 22) gegen die Ebene MN zu be- men, wenn die Ebene ganz untergetaugt ist.

Aufl. Der Stoß kann hier nur einen aliquoten l von dem nach (§ 52) berechneten Stoße betra- wenn man dabei den Querschnitt mn, wo die ungen gegen die Stoßebene anfangen, = MN will, weil mn allemal nur ein aliquoter Theil MN seyn kann. Da aber hier die Grösse des rschnittes mn, dessen Theilchen auf MN wirken ihre Pressungen bis MN fortpflanzen, unbekannt so ist man genöthiget, bis iezt bei der Bestim- jenes aliquoten Theils die Erfahrung zu Rathe chen. Bis diese nähere Bestimmungen giebt, kann , wenn der ganze Wasserquerschnitt von r bis s W und die Grösse der Ebene MN = W gesetzt , die Bestimmung

$$= P = N = \left(1 + \frac{W^2}{\mathfrak{W}^2}\right) . (H - \sqrt{Hh}) . W$$

beibehalten, wo H und h die Höhen sind, welche Geschwindigkeit des ströhmenden Wassers und der w. der Ebene zugehören. Eigentlich lehrt die hrung diese Formel nur für h = o. (s. unten Maschinenlehre §. 109. Anm.)

Aufg.

nicht im Wege wär

Könnten die
Strahl längst ON
(§. 51), wenn de
nommen wird

$$\text{I.}\begin{cases} N = \\ P = \\ S = \end{cases}$$

Aber das Wass
grenzt oder ihn umg
eines Gerinnes. Kö
wie §. 54. betrachten

$$\text{II.}\begin{cases} P = \\ N = \\ S = \end{cases}$$

Neben I. ...

wahre Werth von P muß zwischen I und II

n der That kommt man, solange α nicht unter llt, der Erfahrung gemäß, der Wahrheit immer nahe, wenn man für P das Mittel zwischen

$(1 - \sin\alpha) . \mathfrak{P}$ und $(1 + \sin\alpha) . \mathfrak{P} . \sin\alpha^2$

also

$$P = \frac{(1 - \sin\alpha) . \mathfrak{P} + (1 + \sin\alpha) . \mathfrak{P} . \sin\alpha^2}{2}$$

. Die Theorie der Bewegung flüssiger Massen ist noch unvollkommen, als daß durch sie geradezu die vorstehende Aufgabe mit Genauigkeit aufgelöst werden könnte. an thut ihr aber auch sehr unrecht, wenn man den s (I) $P = \mathfrak{P} . \sin\alpha^2$ als das Resultat betrachtet, das für den gegenwärtigen Fall liefere, und nun den Unterschied zwischen den Resultaten wirklicher Versuche und nen dieser Formel als Abweichungen der Theorie von r Erfahrung betrachtet, da wir im Gegentheil aus der heorie schon einsehen können, daß im jetzigen Falle P neswegs durch diese Formel bestimmt werden könne. ir hätten gleiches oder noch grösseres Recht, P aus II bestimmen, aber es läßt sich ebenso gut aus der Theos einsehen, daß auch die Formel in II hier nicht ges ucht werden könne, sondern daß die Wahrheit zwischen und II liegen müsse. Nur die eigentliche Stelle zwis hen I und II bestimmt die Theorie nicht. Die mitges eilte Formel (III) giebt sie für Winkel, die nicht unter 5 fallen ziemlich genau an; sie ist geradezu aus der atur der Sache geschöpft und dabei äusserst einfach. Sie innert, daß P kleiner seyn müsse als $\mathfrak{P}$, aber grösser als $. \sin\alpha^2$, und daß das Grösser- und Kleinerseyn selbst n dem Winkel α abhänge.

Eine

des Vice,
Bestimmun
Massen, B
Eytelwein a

a s ch i n e n l e h r e.

mech. Wiss.

Maschinenlehre.

Erstes Kapitel.

Von den Maschinen überhaupt.

Erklärung 1.

Jede Vorrichtung, wodurch Kräfte bestimmt werden, auf irgend eine andere Weise zu 1 als ohne diese Vorrichtung geschehen würde, eine Maschine.

In der Maschinenlehre wird nicht nur gezeigt, er Effekt bestimmter Maschinen von den allgemei- Gesetzen des Gleichgewichts und der Bewegung gt, sondern auch gezeigt, wie Maschinen insbe- e eingerichtet seyn müssen, um durch sie auf die haftefte Weise Gleichgewicht oder Bewegung zu ten Zwecken hervorzubringen.

Erfahrung.

§. 2. Wir können keine Kraft für sich allein, aterie abgesondert, darstellen. Daher findet eine unmittelbare Anwendung irgend einer Kraft schinen statt, sondern wir müssen überall Ma-

2.) vermöge d
z. B. b
bei de

3.) vermöge de
z. B. bei
die du

4.) vermöge de
Schwungkra
z. B. bein

5.) vermöge de
Diese wird h
z. B. bei
dem H
gen,
Schneck
künsten,
wendet,
durch a
werden

Erklärung 3.

§. 4. Jede Maschine hat ihre bestimmte Ver-
chtungen, die sie bei fortdauernder Bewegung nur
mer wiederholt. Derienige Zustand einer Maschine,
welchem sie die ihr vorgeschriebenen verschiedenen
errichtungen immer wieder in derselben Zeit wieder-
lt, heißt ihr Beharrungsstand. Er ist gleichför-
g oder ungleichförmig, nachdem die Bewegung des
n der Kraft angegriffenen Punktes gleichförmig oder
gleichförmig ist. Die Zeit, in welcher die Ma-
ne iedesmal dieselben Verrichtungen von neuem
ederholt, will ich die Wirkungsperiode der Ma-
ne nennen.

Die Maschinen selbst lassen sich hiernach in gleich-
rmig wirkende und ungleichförmig wirkende ein-
eilen.

Erklärung 4.

§. 5. Wenn der von einer Last Q angegriffene
nkt auch nicht einerlei Geschwindigkeit mit dem von
Kraft angegriffenen hat, so läßt sich doch allemal
e Last Q′ an einem Punkte, der mit dem von der
aft angegriffenen einerlei Geschwindigkeit hat, ange-
cht denken, die der Kraft völlig so widersteht, wie
her die Last Q. Diese Last Q′ nenne ich die auf
Geschwindigkeit der Kraft reducirte Last, auch,
nn von keinem andern Reducirungspunkte ausdrück-
h die Rede ist, schlechtweg die reducirte Last.

Erklärung 5.

§. 6. Derienige Widerstand, dessen Ueberwin-
Zweck der Maschine ist, heißt die Nutzlast.
Inbegriff aller übrigen Hindernisse, deren Wälti-

§. 7. Der Ur
der gesammten reduc

§. 8. Ungleich
darfen, wo nicht b
einer Ueberwucht;
Kraft und reducirt
gleich groß.

Bew. Gleich
setzt voraus, daß in
Theilchen der Maschin
eine verzögernde Kraf
gung aller Massen
Trägheit die einmal
beibehalten. Hieraus
Lehrsatzes.

t fortdauernd statt finden, weil sonsten der Gang
Maschine nach und nach immer mehr verzögert
den müßte, also der angenommene Beharrungs-
d nicht statt finden könnte.

Ebenso wenig kann beschleunigende Kraft fort-
rnd statt finden, weil sonsten von Zeit zu Zeit die
chine in immer schnellere Bewegung kommen müßte,
wiederum kein Beharrungsstand eintreten könnte.

Da nun ohne Geschwindigkeitsänderung doch kein
eichförmiger Gang möglich ist, und wegen des
usgesetzten Beharrungsstandes weder Geschwindig-
verminderung allein, noch Geschwindigkeitsver-
erung allein in den einzelen Bewegungsperioden
eten kann, so müssen beide Aenderungen nothwen-
abwechselnd eintreten, und die Maschine bedarf
wenn sie ungleichförmig wirkend ist, von Zeit
Zeit immer wieder einer beschleunigenden Kraft
die von Zeit zu Zeit verlohren gehende Geschwin-
it wieder zu gewinnen und so den Beharrungs-
möglich zu machen. Beschleunigende Kraft setzt
allemal Ueberwucht voraus.

Zus.

§. 9. Wenn die Maschine von der Art ist, daß
nem gewissen Augenblick die Geschwindigkeit plötz-
der doch in einem unmerkbaren Zeittheilchen pe-
ch vermindert wird, so muß gleich nach diesem
nblick die Bewegung vermöge einer Ueberwucht bis
m wieder eintretenden Augenblick der plötzlichen
windigkeitsverminderung so beschleunigt werden,
der am Anfang einer solchen periodischen Bewe-
eintretende Geschwindigkeitsverlust am Ende der-
wieder ersetzt ist. Widrigenfalls könnte kein
rungsstand statt finden.

Dieses Pr
in ihre Geschwin
der Last, so w
Kraft in ihre G
des von ihr ang
Moment der K

§. 11. We
Kraft und der L
punkt gebrachten
Verhältnißzahlen
vorhanden sind,
Weil aber nicht i
det, so ist der B
gemeiner als der

§. 12. Ma
schine von ihrem L

Zus. 1.

§. 13. Bei gleichförmig wirkenden Maschinen r Totaleffekt dem mechanischen Moment der zur rkung der Maschine angebrachten Kraft gleich §. 80 a).

Bei ungleichförmig wirkenden Maschinen ist das nische Moment der Last für die Periode der vor- enen Ueberwucht allemal kleiner als das mecha- Moment der Kraft.

Folglich übertrifft bei allen Maschinen das mecha- Moment der Kraft den Nutzeffekt, aber bei ei- ungleichförmigen Beharrungsstand während der de der vorhandenen Ueberwucht mehr als bei ei- gleichförmigen.

Zus. 2.

§. 14. Bei solchen ungleichförmig wirkenden hinen, bei welchen ohne merklichen Zeitaufwand che Geschwindigkeitsverminderungen eintreten, ist eriode der vorhandenen Ueberwucht von einer n Wirkungsperiode der Maschine auch nicht merk- verschieden, also in solchen Fällen der Satz von ungleichförmig wirkenden Maschinen (vor. §.) für ganze Wirkungsperiode der Maschine gültig. he Maschinen sind also allemal unvollkommener, n weniger, als gleichförmig wirkende.

Wird aber die in eine ganze Wirkungsperiode der hine fallende Abnahme der Geschwindigkeit eine ng fortdauernd, so daß die Zeitdauer dieser Ab- e einen beträchtlichen Theil von der ganzen Wir- periode der Maschine ausmacht, so muß während Verzögerungsperiode das statische Moment der rösser seyn als das der Kraft, so daß während

Es haben ı
förmig wirkende
als die gleichförn
Anfang dieses §.

§. 15. Die
nen will ich ungl
Art, die zuletzt e
der bessern Art n

§. 16. Gleic
in allen ihren Theil
laubt erbaut werde
den müssen von der
beharrenden Theilen
sten bewegen, eine
größten Effekt zu le
angebrachte Räder o
ser erreicht werden.
ser Umlaufsmassen

werden, heissen, nach Verschiedenheit ihrer Ge-
Schwungkolben, Schwungscheiben, Schwung-
; beide leztere auch Schwungräder. Die
ungkolben sind die schlechtesten, die Schwung-
die besten Schwungmassen.

Erklärung II.

§. 18. Eine Maschine heißt übersezt, wenn sie
wo mehr Masse hat, als Festigkeit des Baues
rößter Effekt der Maschine erfodern.

Allgemeine Erinnerung.

§. 18*. In der Maschinenlehre hat man sein
lichstes Augenmerk auf Erleichterung der Berech-
n zu richten, soweit Aufopferung der Genauig-
t Ausdrucke dem Grade der Genauigkeit, wel-
ie die Ausübung nöthig ist, nicht schadet.

In Festsetzung der allgemeinen mechanischen
Lehren, mit welchen man es in der Dynamik zu
hatte, war allerdings die größte Schärfe nöthig,
um einen sicheren Prüfstein zu haben, an den
uns halten können, wenn es auf die Frage an-
t, wie weit wir uns in der Ausübung der Wahr-
t nähern im Stande sind, oder wieviel wir beim
uche dieser oder iener Formel in der Ausübung
fehlen können? Sobald Bestimmungsstücke in
mechanische Formel aufgenommen werden müssen,
Abhängigkeit von dem Werthe eines gewissen
tucks nur beiläufig angegeben werden kann, so
es beinahe lächerlich, um die Genauigkeit dieses
tucks ängstlich besorgt zu seyn, insoferne es dabei
m die Ableitung ienes Bestimmungsstücks zu thun
Ein solches Verfahren würde in der Maschi-
nen-

scharf erwiese
Resultate für
sollen, hat m
iede Erleichteru
und die übrigen
gerechtfertiget w
Gebrauch des G
vermöge dessen
gleichviel leisten,
Bewegung die P
schwindigkeit der
also woferne die
mente haben.

Zw

Von der Re

...rechnet werden, die etwa nur durch schlechte ... der Materialien oder durch sonstige Ungeschick... des Werkmeisters hinzukommen können. Aber ...lchen vermeidlichen Nebenhindernissen ist hier ...die Rede. Wir betrachten bloß Reibung, Stei... der Seiler und Widerstand der Luft.

I. Reibung.

Erfahrung.

§. 20. Allemal leidet eine Kraft, die einen fe... Körper nach einer gewissen Richtung zu bewegen ..., einen merklichen Widerstand, wenn dieser Kör... ...gendwo an seiner Oberfläche mit einer merklichen ... nach einer Richtung, die auf jene senkrecht ist, ... äussere Fläche irgend eines andern festen Kör... angedruckt wird, die sich berührenden oder an ...der gedruckten Flächen mögen noch so glatt polirt

Erklärung 12.

§. 21. Den im vor. §. erwähnten Widerstand ... man den Widerstand der Reibung, auch schlecht... die Reibung oder die Friktion. Sie heißt insbe...re gleitende Reibung, wenn die Punkte, welche ...Reibung ausgesetzt sind, bei der Bewegung nicht ...ner cylindrischen Fläche liegen, die sich um eine ... dreht; drehende Reibung oder Zapfenreibung, ... die reibenden Punkte (des einen oder des an... Körpers) in einer cylindrischen Fläche liegen, die ... eine unbewegliche Axe dreht; und fortwälzende ...ung oder Walzenreibung, wenn die reibenden ...e in einer cylindrischen Fläche liegen, die sich um

Resultate für die
sollen, hat man U
iede Erleichterung z
und die übrigens d
gerechtfertiget wird.
Gebrauch des Cart
vermöge dessen Kr
gleichviel leisten, w
Bewegung die Prod
schwindigkeit der an
also woferne die Kr
mente haben.

Zwei

Von der Rel

I. Reibung.

Erfahrung.

Allemal leidet eine Kraft, die einen fe-
nach einer gewissen Richtung zu bewegen
merklichen Widerstand, wenn dieser Kör-
an seiner Oberfläche mit einer merklichen
iner Richtung, die auf iene senkrecht ist,
:e Fläche irgend eines andern festen Kör-
ickt wird, die sich berührenden oder an
:uckten Flächen mögen noch so glatt polirt

Erklärung 12.

Den im vor. §. erwähnten Widerstand
n Widerstand der Reibung, auch schlecht-
)ung oder di[illegible] Friktion. Sie heißt insbe-
nde Reibung, wenn die Punkte, welche
ausgesetzt sind, bei der Bewegung nicht

ein bestimmt
des senkrecht
reibenden Flä
Parent fand (a
Bülfinger (Co

Die praktische
bis zum Ende des
stimmung stehen g
ten hatte.

Bei genaueren
alle Umstände auf
Hindernisses Einfluß

Man unterschie
wegung ohne Umd
Art (le frottement
bung bei fortschreit
von Reibung der
conde espece), inde

Man unterschied
per, Reibung trocke
Flächen. Reibung i

...ten aufgeworfene Preisfrage bei, welche die Theorie der ...fachen Maschinen zum Gegenstand hatte. Hr. Coulomb, damaliger Ingenieurhauptmann erhielt den verdoppelten Preis. Die Resultate seiner trefflichen Versuche hat Hr. Prony in seiner Architekt. Hydraul. mitgetheilt. Er hat auf alle obige Bestimmungsstücke Rücksicht genommen; auch ist er meines Wissens der Erste, welcher auf die Zapfenreibung besonders aufmerksam gewesen ist, die weder zur Reibung der erstern noch zu der andern Art gehört.

... Grösse der reibenden Flächen hat bei Flächen von gleichförmiger Beschaffenheit keinen für die Ausübung merklichen Einfluß auf die Grösse der Reibung, wenn nur, wie vorausgesetzt wird, keine der reibenden Flächen so schmal ist, daß sie in die des andern Körpers einschneiden könnte. Übrigens hängt die Grösse der Reibung auch von dem Grade der Rauhigkeit der sich reibenden Flächen ganz vorzüglich ab. In dieser Rücksicht würde es eine ganz vergebliche Bemühung seyn, auch nur beiläufige allgemeine Bestimmungen der Reibung festsetzen zu wollen.

Bei Maschinen ist aber auch immer von Massen die Rede, deren reibende Flächen entweder bei Erbauung der Maschinen die erfoderliche Politur schon erhalten oder sich durch die Reibung selbst nach und nach glatt abgeschliffen haben, welches immer sehr bald erfolgt.

Auf diese Voraussetzung gründen sich nachfolgende aus dem Pronyschen Werke genommene Angaben des Hrn. Coulomb.

Erfahrung.

§. 22. Wenn die Zahl, welche mit der Grösse ... Drucks multiplicirt die Grösse der Reibung giebt, Reibungskoefficient heißt, so hat man beiläufig

I. Für

Eisen au

II. Für Za
Bei trock

Bei Schm

III. Für W
kann
ten
koeffi

(a) bei einem
(b) — —
(c) — —
(d) — —

von der gleitenden Reibung trockener Flächen angenommen werden. Bei einer 6 zölligen Walze beträgt sie beiläufig $\frac{1}{10}$ von der gleitenden Reibung trockener Flächen.

Druckt man den Durchmesser der Walze in Zollen und setzt ihn = d, so kann man, wenn die glei- Reibung trockener Flächen derselben Materie = re, die Walzenreibung, bis man mehrere Ver- darüber angestellt hat,

$$= \frac{d + 1}{(d^2 + 1) \cdot 1,8} \cdot F$$

m. 1. Die vorstehenden Angaben beziehen sich durchaus auf Reibung im Stande der Bewegung, um die es bei den Maschinen eigentlich zu thun ist. Im Stande der Ruhe ist sie grösser, besonders wenn Holz an Holz sich reibt. Auch ist, wenn Reibung zwischen Holz und Metall vorkommt, die Reibung bei grösserer Geschwindigkeit grösser. Reibt sich aber Holz an Holz, oder Metall an Metall, welches die gewöhnlichen Fälle bei den Maschinen sind, so hat die Verschiedenheit der Geschwindigkeit keinen merklichen Einfluß auf die Grösse der Reibung.

Nach Muschenbröck hat man für die

Reibung des Stahls	Reibungskoefficient trocken	Reibungskoefficient eingeöhlt
an Stahl	$\frac{11}{40}$	$\frac{12}{30}$,
an Kupfer	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{40}$
an Zinn	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{23}$
an Blei	$\frac{2}{13}$	$\frac{5}{37}$
an Messing	$\frac{8}{35}$	$\frac{2}{13}$

Aber diese Bestimmungen beziehen sich auf kleinere ...ressungen und auf den Ruhestand.

aber bei grö
den, und e
sich die Sach
Untersuchung
Kap. angezeig

Uebrigens
Ruhe grösser
von Geschwin
erwähnten ni

II. (

B

§. 23. Ar
ganz neuen Seil
bracht, das ande
und es ziehe dara
das in einem klei
Rolle sich anlege
Beugung widerste
dicker es ist und

...chen wo sich seiner Beugung um die Rolle wider... Daher wirkt der Zug der Kraft P bei o nach ...r schiefen Richtung vo, anstatt nach ox der gera... mw gleichlaufend zu ziehen, so daß nur ein Theil ... P = P. sin ovx parallel mit mw wirkt.

Erklärung 13.

§. 24. Diese bloß von der Steifigkeit des Seils ...rührende Verminderung der Kraft oder ihrer Wir...g auf die Last heißt der Widerstand wegen der ...eifigkeit des Seils, auch abgekürzt schlechtweg die ...eifigkeit des Seils. Sie kann nur bei demjenigen ...Stück statt finden, welches aufgewunden wird, das ...re Ende bc, welches sich abwickelt, verliehrt die ... einmal erhaltene Krümmung bei b ohne weiteren ...ftverlust oder geht ohne Kraftverlust bei b nach ... Tangente bc fort, nach welcher die Kraft P zieht, ...ferne es sich nicht etwa vermöge einer gewissen Ela...ität bei e wieder geradaus nach ed zu strecken ...cht.

Zus.

§. 25. Es sey δ der Durchmesser des Seils, ...r Halbmesser der Rolle oder der Walze, beides in ...n, Q die spannende Kraft in Pfunden, und S ... Widerstand der Steifigkeit in Pfunden, so liessen ... die Umstände, von welchen S abhängt, etwaige ...icität des Seils bei Seite gesetzt, so ausdrucken

$$S = \frac{\delta^m}{r} . (A + B . Q)$$

... S kann vielleicht von einer Potenz von δ abhän...; $\frac{\delta^m}{r}$. A zeigt die Abhängigkeit von der ursprüng...

 lichen

ob sich dafür un
man eine Reihe
aus welchen δ,
dann iedesmal a
chungen ergeben,
ten Grössen m,

§. 26. Ve
ungepichten Seile
Linien im Durchm
im Durchmesser u
zu 1025 ℔ ange
weichung

woferne die Seilen

Bei Seilen v

Erfahrung.

§. 27. Auch mit nassen, die 5 bis 6 Stunden
Wasser gelegen hatten, hat Hr. C. Versuche ange-
Es ergab sich

bei Seilen von 8 Linien im Durchmesser kein merklicher Unterschied der Steifigkeit, in Vergleichung mit trockenen.

bei Seilen von weniger als 8 Linien im Durchmesser die Steifigkeit etwas geringer als bei trockenen.

bei Seilen von mehr als 8 Linien die Steifigkeit grösser als bei trockenen, so daß für $\delta = 9$ Lin.

$$A = 6,6$$

gesetzt werden kann; m und B behalten ihre vorige Werthe.

Dabei war es nicht nöthig, auf die Elasticität
ers Rücksicht zu nehmen; sie ist sehr unbedeu-
und kann in der Ausübung ganz bei Seite gesetzt
n, so daß von bc herab nichts merkliches von
raft P verlohren geht, sondern aller Verlust auf
ndere Seilstück fällt.

Zus.

§. 28. Man hat also für trockene ungepichte
n

Wenn sie noch neu sind

$$S = \frac{\delta^{1,7}.(2,45+0,053.Q)}{r}$$

Wenn sie schon stark gebraucht sind

$$S = \frac{\delta^{1,4}.(2,45+0,053.Q)}{r}$$

 und

mit der Erfahru

Weise zu bestim
Formel für S, al
r, S, δ und Q,
fältige Werthe vo
festgesetzte unverä

Karsten leit
suchen eine Regel
liegt, und so ist

S

Aber die hier erklä
nauer.

Z. B. δ = 9
giebt bei einem re

nach Pron

S =

hrung gab S = 134 ℔ sehr genau den berech-
erth.

h beweist dieses Resultat nur soviel, daß die aus
ischen Versuchen hergeleitete Bestimmung ge-
die von Hrn. Coulomb gebrauchten Seile so gut
ngegen auf Seile von anderem Hanf aus anderen
ten angewendet keine so genaue Uebereinstimmung
Erfahrung geben könne.

egründet aber auch diese Erinnerung ist, so ist
nbar die Gestalt der Formel der Natur der Sache
tner als die von Karsten. Und wenn sie gleich
r als Näherungsformel angesehen werden
wird man sie doch umsoviel zuversichtlicher zu ei-
äufigen Bestimmung dieses Widerstandes in der
ig gebrauchen können, als die dabei aus der Er-
genommenen Bestimmungsstücke gerade von Seilen
mmen sind, die eine vorzügliche Steifigkeit hatten,
man nach dieser Bestimmung den Widerstand alle-
er zu groß als zu klein finden wird, welches zur
eit der Rechnung dient.

III. Widerstand der Luft.

Allgemeine Erinnerung.

9. Aus dem, was oben (Hydraul. VI. K.
rgekommen ist, weiß man schon im Allgemei-
der Widerstand der Luft nur bei beträchtli-
hen und Geschwindigkeiten, die für eine Se-
ht unter 8 Fusse betragen, von Bedeutung
. Daher er selten als Widerstand einer be-
Berechnung werth ist. Bei unterschlächtigen
erdient er nicht ganz ausser Acht gelassen zu

Hierher gehörige Schriften.

Muschenbröck, Instit. Phys. und Introd. ad Phi

Nollet, Leçons de Phys Experim.

v. Segner, Disput. de adfrictu solidorum in mo stitutorum, Halae 1758.

Euler, sur le frottement — Mem. de l'Acad. de 1748.

Karsten, Lehrbegr. der ges. Math. IV. Th.

Lambert, sur le frottement — Nouv. Mem. de Berl. 1772.

Metternich, Diss. de frictione, Erford. 1786.

Desselben Abhandl. vom Widerstande der eine gekrönte Preisschrift. Frankf. u. Mainz

Prony ausf. Archit. Hydraul. Uebers. I. Th. a

Auch die oben (§. 21. Anm.) schon e

Drittes Kapitel.

: und Gewicht, ingleichem Geschwin- gkeit und Stellung belebter Ge- schöpfe bei Maschinen.

Vorerinnerung.

Alle Maschinenberechnungen sind nur als bei- läufige Ueberschläge zu betrachten, die sich r Wahrheit bald mehr bald weniger entfernen; esto weniger, je mehr man richtige Erfahrungen r Theorie zu verbinden weiß; aber doch immer die mögliche Abweichung von der Wahrheit ziem- erklich bleiben, und man wird eine sehr nahe nstimmung mit ihr allemal als Sache des Zu- anzusehen haben, für die man zum voraus nicht kann. Der Grund dieser Ungewißheit liegt nicht der grossen Verschiedenheit zufälliger physischer schaften, welche nur eine beiläufige Bestimmung ebenlast gestattet, sondern auch in der Verschie- it mannigfaltiger physischer Eigenschaften, von en bewegende Kräfte verschiedener Art abhängen, die wir zum Theil gar nicht kennen und deßhalb nicht genau in Rechnung bringen können, oder m Theil von der Art sind, daß die davon abhän- bewegende Kräfte bald grösser bald kleiner wer- nd nur durch Grenzen bestimmt werden können, en die sie fallen. Wenn daher auch bei einer ßen Art bewegender Kräfte Ungewißheiten irgend Art wegfallen, so treten fast immer andere an Stelle, so daß wir die Genauigkeit der Resultaten

 im

	Kraft zum Ziehen oder Drucken in Nürnb. Pfd.	Gewicht in Nürnb. Pfd.	Geschwindigk. in Rhl. Fußen	Schiefe Stellung, welche den verschied. Geschöpfen statt einer Last zugemuthet werden darf
Für Menschen	25 — 30	120 — 150	2 — $2\frac{3}{4}$	20° gegen den Horiz.
Esel	36 — 40	220 — 300	2 — $2\frac{1}{2}$	22°
Maulthiere	80 — 120	450 — 600	3 — $3\frac{1}{2}$	22°
Ochsen	200 — 250	500 — 800	$1\frac{1}{3}$ — $1\frac{3}{4}$	23°
teutsche Pferde	170 — 230	600 — 850	$3\frac{3}{4}$ — $4\frac{1}{4}$	2[illegible]°

Anm.

schwindigkeit einer
es kann, wo nur w
mer wieder abgewe
Geschwindigkeit selb
den, welches z. B.
Menschenhänden in

Aber bei diesen
mit der größtmöglich
nach welchem Aender
stücke (Geschw. un
Folge habe, woferne
dert bleiben solle, be
läufigen Ueberschlägen
ausfallen und durch
werden können. Ich
werth, hier die vers
gründete allgemeine F
sen Theil der Mechan

Hierher g

Euler, Discussion

Kästner, Anfangsgr. der höhern Mechanik 2te Ausg. S. 10 u. f.

Lempe, Lehrbegriff der Maschinenlehre.

Viertes Kapitel.

Der physische Hebel und die Wagen.

Aufg. 1.

§. 32. AB (fig. 26) sey ein horizontal lie-
er durchaus gleichdicker Balken, seine ganze
e $= l$, sein Gewicht $= G$, bei c sey er un-
ützt, hingegen bei p, q, r Kräfte nach loth-
en Richtungen angebracht, die sich durch Ge-
te P, Q, R ausdrucken lassen; die Entfernun-
Ap, Aq, Ar sollen mit e, e', e'' bezeichnet
den: man sucht die Bedingungen des Gleich-
ichts.

Aufl. Weil das Gewicht des schweren Hebels
wirkt, als wenn es im Schwerpunkt beisammen
bracht wäre, so kann man sich statt des Balkens
n nicht schweren mathematischen Hebel AB denken,
essen Mitte g das Gewicht G angebracht wäre,
man hat $Ag = \frac{1}{2} l$, also für das Gleichgewicht

$$cp . P + cg . G = cq . Q + cr . R$$

er, $cA = u$ gesetzt

$$(u-e) . P + (u-\tfrac{1}{2}l) . G = (e'-u) . Q + (e'-u) . R$$

oder

den, wenn die

$$P = \frac{\frac{1}{2}G.l+}{}$$

u. s. w.

Anm. 2. Ueberha
physischen Hebel
teten Fälle zurück
Gewicht des Hel
besonders angebr
schwere Stange
schwere steife Lin
dient nur zur Erl
der zu sagen, wä

E

§. 33. Eine
bekannte Anwendung
unterscheidet dabei in
merwage von der
ein gleicharmiger H
gungen auch verschie

[illegible] zwischen den beiden Theilen der Scheere
[illegible]me steht. Die Abweichung des Wagbalkens
horizontalen Lage oder die der Zunge von der
[illegible]en beim Abwägen heißt der Ausschlag. Eine
[illegible]ißt schnell oder empfindlich, wenn sie bei ei-
[illegible]r geringen Uebergewicht auf der einen oder der
Seite schon einen merklichen Ausschlag giebt;
[illegible]entheil faul.

Aufg. 2.

[illegible]34. Die Umstände zu bestimmen, von wel-
[illegible]e Grösse des Ausschlags bei einer Wage ab-
(fig. 27).

[illegible]ufl. m sey der Schwerpunkt der ganzen
wenn sie sowohl zur Rechten als zur Linken
[illegible] Gewicht P beschwert und im Gleichgewicht ist;
die Linie, in welcher die Schärfen beider pris-
[illegible]n Zäpfchen liegen, also die Umdrehungsaxe.

[illegible]gt man nun zur Linken noch ein Gewicht = q
[illegible]

11. Hingeg
die nach OZ erfol
derstandes

S =

§. 38. Für
(fig. 13. Dyn.) t
schieben soll, ist p
= o; daher

S =

Anm. Die Differe

wenn sin $\beta = \surd$

ordentlich abgeebne
S = P giebt.

E

§. 39.

Durchschnitt vor, dc senkrecht auf ab ist seine ab die Breite seines Rückens.

Aufg. 4.

. 40. Auf den Stücken ab des gleichschenk. Keils acb (fig. 28) drückt senkrecht eine S, die ihn nach dc zu bewegen strebt; an eitenflächen widersetzt sich ein Widerstand, der ne Kraft P dem Rücken ab gleichlaufend auf lächen druckt, der Bewegung des Keils; der ngskoefficient ist μ: man sucht das Verhältniß en S und P, sowohl für den Stand der Ruhe ür den der Bewegung, woferne P den Keil o stark rückwärts zu treiben strebt als S ihn rts zu treiben sucht.

Aufl. Weil der Widerstand P sowohl bei m ei n wirkt, und die Kraft S zur Hälfte auf dcb ur Hälfte auf dca verwendet wird, so ist die e einerlei mit der (§. 37). Es soll nämlich jetzt unkt des Widerstandes oder der Last m längst hiefen Ebene cb fortgleiten, vermöge einer Kraft, r dc gleichlaufend wirkt. Die AC (§. 37) ist cb, die dortige AB ist hier cd; das dortige β r der Winkel dcb $= \frac{1}{2}$ acb; die dortige P ist hier P, die dortige S ist hier $\frac{1}{2}$ S, nämlich die der ganzen auf den Rücken des Keils wirkenden , und für den jetzigen Fall ist das dortige p , also

ür den Stand der Ruhe

$$\frac{1}{2} S = \frac{P . (\sin\beta - \mu . \operatorname{Cos}\beta)}{\operatorname{Cos}\beta + \mu . \sin\beta}$$

§. 41. Bein
lich ein kleiner W
chung mit Cos β
ches dann (vor. §.

S =

giebt.

In den meist
sieht also, daß die
derniß beim Keil m
Haupt- oder Nutzla

§. 42. Wirkt
recht auf bc, so l
cm zerlegen, wovo
= cs gerade abwär
der Widerstand nach

zu noch die zum Gleichgewicht mit der Rei- Q erfoderliche Kraft $\frac{\mu \cdot 2Q}{\operatorname{Cos}\beta}$ addirt, giebt

$$S = 2Q \cdot \left(\sin\beta + \frac{\mu}{\operatorname{Cos}\beta}\right)$$

β sehr klein, so ist beinahe $\sin\beta = \operatorname{tang}\beta$ β = 1, also sehr nahe

$$S = 2Q \cdot (\operatorname{tang}\beta + \mu)$$

1).

Besondere Anwendungen dieser Lehre ergeben sich Gewölben. Bei Maschinen kommt ihr Gebrauch r selten vor, z. B. bei den Oehlmühlen. Ich m Gebrauch der Theorie; der Gebrauch des Keils ist sehr gemein und bekannt genug.

Hierher gehörige Schriften.

ons angef. Archit. Hydr. I. Th. 1. B.
rmann, Disput. de cuneo, Wittenb. 1751.
rsten, angef. Lehrbegr. III. Th.

Sechstes Kapitel.
Die Walze.

Erklärung 17.

Zur Erleichterung des Fortschiebens grosser Lasten dienen vorzüglich ein Paar parallele cylindrische feste Körper, deren Axen mit ung des Schubs rechte Winkel machen.

...gleichung zwischen...
kommenden Geschwi...

Aufl. 1. Da...
rallel mit AB herabz...
sche Moment, womit...
ny um die Bewegun...
(für beide zusammen...
B . ny.

Die bei v und...
sen Stellen zusammen...
moment S.vx oder...
Gleichgewichts zwische...

B . mx ...

und

B = ...

2. In jedem Au...
eine neue Ortsänderu...
telpunkt m (oder n)...
sen Halbmesser xm u...

t daher die Geschwindigkeit der Berührungs-
w oder der Masse DE doppelt so groß als
n m, n. Die Masse DE ist z. B. schon
le vorwärts gekommen, wenn die Walzen
Zolle fortgerückt sind.

as Gewicht einer Walze sey = q, das der
= Q, so wäre vermöge no. 2. ohne die
$= (Q + \frac{1}{2} p) . \sin\beta$, und die Reibung
$p) . \mu . \mathrm{Cos}\beta$, also diese addirt

$$= (Q + \tfrac{1}{2} p) . \sin\beta + (Q + p) . \mu . \mathrm{Cos}\beta$$

μ sich auf gleitende Reibung bezieht, und
enreibung (§. 22) eintritt, so hat man

$$\tfrac{1}{2}p) . \sin\beta + (Q + p) . \frac{d + 1}{(d^2 + 1) . 1{,}8} . \mu . \mathrm{Cos}\beta$$

gleitende Reibung zu verstehen ist.

Zus. 1

Die Walze könnte auch da, wo die Last
t, einen kleinern Durchmesser haben als da
r die schiefe Ebene AB hinlauft, wie
indem man ihre beiden Ende nur in Schei-
en dürfte.

esem Falle sollen die Buchstaben ihre vorige
behalten, nur der Halbmesser der Scheiben
ihr Durchmesser = D, der Halbmesser
die Geschwindigkeit der Axen m, n = c,
ungsstellen v, w = C, so wird jetzt,
no. 1.

$$B = \frac{vx}{mx} . S$$

$$= \frac{R + r}{R} . S = \frac{D + d}{D} . S$$

 und,

$$\text{III. } S = \left(Q + \frac{D}{D+d} \cdot p\right) \cdot \sin\beta$$

$$+ \frac{R+r}{2r} \cdot (Q+p) \cdot \frac{D+1}{(D^{2}+1).1}$$

da dann p das Gewicht der Walzen sam
ben bezeichnet. Man kann dafür auch

$$S = \left(Q + \frac{D}{D+d} \cdot p\right) \cdot \sin\beta$$

$$+ \frac{D+d}{2d} \cdot (Q+p) \cdot \frac{D+}{(D^{2}+1.}$$

schreiben.

Diese Ausdrücke sind allgemeiner
vor. §. und geben jene, indem man D =

Führt also die Walze besondere Sc
die zum Verschieben erfoderliche Kraft S
gegen der Unterschied zwischen den beiden
keiten C und c kleiner als bei W
Scheiben.

Der Unterschied dieser Geschwindigk

[...]o kleiner, je grösser D in Vergleichung mit d
[...]r er kann nie = o werden. Für D = 2d
[...]och

$$= \frac{d}{2d + d} . C = \frac{1}{3} C.$$

Zus. 2.

46. Weil C — c oder $\frac{d}{D + d} . C$ die Ge[...]
[...]igkeit bezeichnet, mit welcher die Last DE bei
[...] w über die Axen m und n wegrückt, so läßt
[...]raus auch die Stelle z (fig. 30) bestimmen,
[...] der die Axe m fortrücken muß, bevor das Ende
[...]ast DE über derselben in a ankommt.

[...]s sey nämlich die hierzu erfoderliche Zeit = t,
[...] λ, va = x, so ist

$$va = mz = t.c$$

$$aa = t.C = t.\frac{D + d}{D} . c$$

[...]s ist aber auch $aa = av + va = \lambda + t.c$

$$t.\frac{D + d}{D} . c = \lambda + t.c$$

$$\frac{d}{D} . t.c = \lambda$$

$$x = t.c = \frac{D}{d} . \lambda$$

Demnach

$$a\alpha = \lambda + x = \frac{D + d}{d} . \lambda$$

Wäre z. B. $D = d$, so hätte man

$$a\alpha = \frac{2d + d}{d} = 3 . \lambda$$

Für $D = n . d$ wäre

$$a\alpha = (n + 1) . \lambda$$

Zus. 3.

§. 47. Es ist bei der Fortführung auf W
eine Unbequemlichkeit, daß die hintere Walze,
die Last DE um den Weg $a\alpha$ fortgerückt ist,
von neuem vornen bei E untergeschoben werden
Man kann daher zu wissen verlangen, wie gro

wenn $\mathfrak{L} = N.a$ seyn sollte,

$$D = (2N-1).d$$

e $\lambda = \frac{1}{2}a$ wäre.

Für $\mathfrak{L} = 2.a$ müßte $D = (2.2-1).d =$ ...eyn, wenn die hintere Walze in der Mitte von ...nge der Last angebracht würde.

... Bei unseren Fuhrwerken ruht die Last auf Axen, die ... beiden Enden walzenförmig gestaltet sind, sich aber ...t drehen können. Dagegen werden diese Endstücke in ...der eingeschoben, die um die unbewegliche Axe herum... ...fen können. Hier kann ich mich in keine weitere Be... ...chtungen einlassen.

Die Theorie der Walze ist von andern Schriftstellern ...s übergangen worden; die hier vorgetragene dient zu... ...ich zur Berichtigung mancher Sätze bei Hrn. Kunze.

Hierher gehörige Schriften.

Kunze, angef. Schauplatz der gemeinnütz. Masch.

Fuss, Prof. der höh. Math. in St. Petersburg, Versuch einer Theorie des Widerstandes zwey- und vierrädriger Fuhrwerke, auf Fahrwegen ieder Art — eine Preißschrift, welche (1797) von der königl. Dänischen Akad. d. W. zu Kopenhagen den ersten Preiß erhalten hat. — Ich gestehe, daß der doppelte Namen Preißschrift und Fuß in mir Erwartungen erregten, die ich auf keine Weise befriedigt gefunden habe.

Lickemeyer Abhandlung über die Preißfrage der Gött. Soc. d. W. „Wie sind die Heerstrassen in „Sandgegenden, wo Steine fehlen, am besten und „wohlfeilsten anzulegen und zu unterhalten?

Man findet diese Abhandl. auch im Hannöver. Magazin 1788. 6—108 St. und in Krünitzens Werke von den Landstrassen und Chausseen. Berlin 1794.

Sie

§. 48. Man denke sich ein rechtwinkl
um einen Cylinder, dessen
Grundlinie des Dreiecks gleich ist, so
daß die Grundlinie des Dreiecks dem Um
kreisförmigen Grundfläche des Cylinders
so bildet die Hypothenuse bei dieser K
Dreiecks eine Schraubenlinie. Denkt
solche einander gleichlaufende Schraubenl
schen beiden eine Vertiefung, so daß
Querschnitt dieser Vertiefung überall gle
entweder ein Rektangel oder ein gl
Dreieck bildet, so heißt die Vertiefung
bengang; der Cylinder, um welchen d
gang geführt wird, heißt auch die Spi
Spindel mit mehreren solchen Schraub
Schraube. Die schraubenförmige W
die verschiedenen Schraubengänge von
sondert werden, heißt das Gewinde. E
Höhlung, die an ihrer cylindrischen W
solchen schraubenförmigen Vertiefungen
welche jenes Gewinde der Schraube p

chraubenlinie nennen, ihre Entfernung von
elaxe den mechanischen Halbmesser der

Aufg. 6.

. AB (fig. 31.) sey eine unverschiebbare
se mit einer Mutter, zu welcher die
M gehört, die durch einen Hebelarm
) dc herumgedreht werden kann. In
gerten Axe de der Schraube ist eine Last
icht, die nach de zieht; bei c wird eine
zur Umdrehung der Schraube angebracht,
eht werden soll, daß dadurch die Schraube
Last Q sich von e nach d zu bewegen ge-
wird: man soll angeben, wie die hierbei
nden Bestimmungsstücke von einander ab-

l. 1. Die Höhe eines Schraubenganges
er mechanische Halbmesser der Schraube r,
es Drehers dc sey = R, der Reibungs-
= μ; so verhält sich die Sache so, als ob
ugenblick der Umdrehung eine Last auf einer
ene wie AC (Dyn. fig. 13) aufwärts ge-
erden sollte, deren Grundlinie AB =
= 6,28 . r und deren Höhe BC = h
en Neigungswinkel β also als gegeben ange-
en kann.

Kraft, welche schiebt, hat hier eine der
AB parallele Richtung, und wenn also R
, so wäre sie (§. 37), p hier = β ge-
statt P geschrieben,

I. für

I. für den Stand des Gleichgewichts

$$= \frac{Q.(\sin\beta - \mu.\mathrm{Cos}\beta)}{\mathrm{Cos}\beta + \mu.\sin\beta}$$

Man hat also

$$P = \frac{r.(\sin\beta - \mu.\mathrm{Cos}\beta)}{R.(\mathrm{Cos}\beta + \mu.\sin\beta)}.Q$$

2. Weil hier $\sin\beta = \frac{h}{\sqrt{(h^2 + 6,}}$

und $\mathrm{Cos}\beta = \frac{6,28.r}{\sqrt{(h^2 + 6,28^2.r^2)}}$ ist, s

auch

$$P = \frac{r.\left(\frac{h - \mu.6,28.r}{\sqrt{(h^2 + 6,28^2.r^2)}}\right.}{R.\frac{6,28.r + \mu.h}{}}$$

Zus. 1.

§. 50. Weil vermöge (vorig. §. I. Fall) die
aube in Ruhe bleibt, woferne bei c (fig. 31)
Kraft $P = \frac{r.(h - \mu.6,28.r)}{R.(6,28.r + \mu.h)}.Q$ angebracht
, dieser Werth von P aber = o wird, wenn h
ı.6,28.r ist, so folgt:

> Wenn längst der Spindelaxe de ein Druck Q auf die Schraube wirkt, so ist zur Erhaltung der Ruhe oder zur Verhinderung der Umdrehung der Schraube gar keine Kraft bei c erfoderlich, woferne $h = \mu.6,28.r$ ist. Die bloße Reibung verhindert alsdann schon die Umdrehung, es mag übrigens Q so groß man will genommen werden.

Wäre $\mu.6,28.r > h$ oder $\mu > \frac{h}{6,28.r}$, so
die Hinderniß der Reibung grösser, als sie zu
brauchte, um die Bewegung zu verhindern. Da-
ird P in diesem Falle verneint, d. h. es dürfte
sogar eine Kraft

$$= \frac{r.(\mu.6,28.r - h)}{R.(6,28.r + \mu.h)}.Q$$

rucke Q noch zu Hülfe kommen, ohne daß Be-
g erfolgte.

Zus. 2.

. 51. Aus (§. 49. II.) erhellet, daß der Nen-
s Werthe von P für den Fall der Bewegung
wird, wenn $6,28.r = \mu.h$ ist. In diesem
üßte also $P = \infty$ seyn.

Wenn

Anm. 1. Die S
braucht, da da
möge ihrer Elas
stehen und eine
streben, wie bei
nun bei diesen,
die Schraube vo

seyn. Bei nur
licher Fall.

Statt der U
die Umdrehung e
der einen Körper
andern anzupresse
erheben. Zur U
sel vor.

Mit einem H
ungeheure Lasten
Balken mit einer
einer Stange.ek

: folgt bei dieser Umdrehung den abwärts gehenden
s des Gewindes, das daher immer höher über die
r Stelle bleibende Mutter hervortritt.

die Last bei z = M, co die Entfernung ihres
punkts = l, co = ℒ, so druckt in s eine Last Q
. M, dazu kommt die Reibung, welche die Mutter
ihrer auf dem Balken AB liegenden Grundfläche
die $= \mu . Q = \mu . \frac{l}{ℒ} . M$ ist.

e Entfernung qr des Angriffspunkts r von der Spin-
sey = R, die mittlere Entfernung der Reibung an
undfläche der Mutter von der Spindelaxe = d, so
: ihr eine Kraft an $r = \frac{d}{R} . \mu Q = \frac{d . \mu . l}{R ℒ} . M$ im
gewicht, und man erhält für den Fall der Umdre-
[§. 49. II)

$$- \frac{\mu . d . l}{R . ℒ} . M = \frac{r . (h + \mu . 6{,}28 . r)}{R . (6{,}28 . r - \mu . h)} . \frac{l}{ℒ} . M$$

$$= \left(\frac{r . (h + \mu . 6{,}28 . r)}{R . (6{,}28 . r - \mu h)} + \frac{\mu . d}{R} \right) . \frac{l}{ℒ} . M$$

olche Vorrichtungen kommen bei Mühlen vor, wo
f eine geringe Erniedrigung oder Erhöhung der obe-
Mühlsteine oder Läufer ankommt.

: unzählichen Fällen dienen die Schrauben bloß, um
k kleine Verrückungen durch sie zu bewirken oder sehr
Maaße solcher Verrückungen in grosser Schärfe zu
men, so daß es dabei auf Vergrösserung der Kraft
cht ankommt. Dann heissen sie Mikrometer.

i. Daß die Fläche des Gewindes, die sich an der
er reibt, keine ebene Fläche seyn könne, sieht
ohne vieles Nachdenken ein. Die der Spindelaxe

senkrechte Fläch
den Stelle.

Inzwischen
nicht ab. Wird
behält man (§.

P =

daß also der W
keinen Einfluß
wird.

Mit Rücksich
P freilich eine an
ganz gleichgültig,
mittlere Halbmes
then von P nimm
sern, die man
sollte eigentlich g

Aber dieses w
ganz unnütze Korr
ner Theil von 6,
(§. 49) beinahe

nen Werthen von P nimmt oder ob man P sogleich dem mittleren Halbmesser r berechnet.

Wenn aber der mittlere Halbmesser statt r gebraucht wahren Werth von P schon so genau giebt, wann im er das Glied μh ganz wegbleibt, so müssen die For (§. 49) der Wahrheit noch um soviel näher kommen. u kommt nun noch die Betrachtung, daß diese For n bloß den Einfluß der Reibung, also ein Bestim stück betreffen würde, das ohnehin immer nur bei ig in Rechnung kommen kann.

Schraube ohne Ende.

Erklärung 19.

52. Die Verbindung einer mit drei Schrau gen versehenen Welle mit einem v.rzahnten dessen Zähne eine den Schraubengängen an e schiefe Stellung haben, heißt eine ube ohne Ende (fig. 33).

raft und Last können dabei auf mancherlei Weise cht seyn. Hier fig. 33 hat man die einfachste ung. Der eine Zapfen der Schraubenspindel 1 und noch einmal bei m rechtwinklicht gebro woraus sich die Kurbel nmo ergiebt, an deren o ein Arbeiter drehen kann. An der Welle zahnten Rades ist bei d die Last Q angebracht, an einem Seile herabhängt. Indem die Kurbel wird, wird Q aufgewunden.

Aufg. 7.

53. Das Verhältniß zwischen der an der bei mo (fig. 33) angebrachten Kraft P und M zu bestimmen.

Entfe

Spin

an ab

die Buchst

Höhe

Reibu

Man hat also

hen auch hier

$$P = \left(\frac{r.(h+}{R.(6,}\right.$$

Dabei ist auf die

Schraube und des

leiden, keine Rücksich

für die Ausübung u

Wenn inzwisch

zäpfen mit ϱ, der

Rades mit ϱ' bezeich

So giebt sich

$$\ldots \frac{r.(h+\mu.6{,}28.r)}{R.(6{,}28.r-\mu.h)}+\frac{\mu.d}{R}\Big).\frac{1+\frac{\varrho'}{l}\mu}{1-\frac{\varrho}{R}\mu}.\frac{l}{\xi}.M$$

. 1. Der Gebrauch dieser Formel setzt voraus, daß die ...st bei der Umdrehung immer einerlei statisches Moment ...lte, welches bei Kurbeln eigentlich nicht statt findet. ...aber die Kurbel und überhaupt die (fig. 33) angenom... ...te Anbringung der Kraft und der Last gar nicht zum ...sen der Schraube ohne Ende gehört, so verspare ich ...besonderen Bemerkungen in Bezug auf die Veränder... ...keit des stat. Mom. bei der Kurbel zur Lehre von den ...peln (s. §. 56).

. 2. Man kann die Schraube auch in ein verzahntes ..., das horizontal liegt, also sich um eine lothrechte Axe ...t, eingreifen lassen. Giebt man dieser lothrechten ...ndel ein Gewinde, das in eine längst der Spindelaxe ...chiebbare Mutter eingreift, so kann durch die Schraube ...e Ende diese Mutter mit verstärkter Kraft lothrecht er... ...en werden. Hierauf gründet sich die von Hrn. Bürja ...gebene und nachher von Hrn. Oberländer abgeän... ...e Wagenwinde.

Hierher gehörige Schriften.

Karsten, angef. Lehrbegr. III. Th.

Kaestner, Dissert. mathem. et phys. Altenb. 1771. die 6te.

Id. De superficie cochleae, in der Versammlung der königl. Soc. d. W. zu Gött. vorgelesen d. 16ten May 1795. — Göttingische Anzeigen von gelehrten Sachen 1795. 89s St. S. 889.

Lunze, angef. Schauplatz I. Band.

B

§. 54. Jede W
oder
Umdrehung ein
aufgewunden wi
Haspel. Ju
diesem Kap. die
Wellen der vorl
welche durch Me

Hierhin gehöre
der Kreuzh
kreuzwe
che 4 A
solche K
Der Hasnk

starke Zapfen oder Aerme nach der Richtung des Halbmessers eingesteckt sind.

Das Spillenrad, eine wagrechte Welle mit einem darum gelegten Rade, in dessen Kranze starke Zapfen oder Spindeln senkrecht auf den Halbmesser eingesteckt sind.

Das Kettenrad, ein Rad an einer Welle, das an seinem Umfange mit Zacken versehen ist, und durch eine umgelegte Kette ohne Ende herumgedreht wird.

Die Erdwinde, völlig wie der Kreuzhaspel, nur daß die Welle lothrecht steht und die Aerme gewöhnlich länger sind als am Kreuzhaspel.

Bei der Erdwinde geht der Arbeiter mit im Kreise [herum]; bei den übrigen Haspeln bleibt er an einer [Stel]le stehen.

[Anm]. Die Theorie dieser einfachen Haspeln ist, die des [Ho]rnhaspels ausgenommen, eine so leichte Anwendung der Theorie des Hebels, daß es unnöthig ist, mich in die Betrachtung eines ieden Haspels insbesondere einzulassen. Nur der Hornhaspel verdient wegen der Kurbeln und wegen seines allgemeinen und beständigen Gebrauchs bei den Bergwerken noch einige besondere Bemerkungen, daher [ich] mich in den folgenden Sätzen bloß auf diesen einschränke. Es wird dabei vorausgesetzt, daß iedesmal zwei Kübel von gleicher Beschaffenheit einander entgegengesetzt sind, so daß der eine allemal leer niedergeht, indeß der andere gefüllt hinauf gehaspelt wird.

Erklärung 21.

§. 55. Das mit dem Zapfen verbundene rechtlicht gebogene Eisen heißt auch das Horn (die Kur-

...ngel auf jeder S...

Die Zapfen ...
Haspelstützen, in ...
eisen eingelegt wer...

Die Haspelstü...
kürzere Hölzer ab...
die Pfülbäume, ...
bäume genennt we...
wöhnlich der Runt...

Anm. Die Länge d...
ter; sein Durchm...
wenn der Haspel ...
bei einem 30 Lach...
erstern Falle beträg...
im letzteren weniger...

Eigentlich muß...
jedesmal der Durch...

Ein Haspelseil ...
Berg bei 1 Lachter L...

Die Höhe der H...

...lle breit und ½ Zoll dick und 16 bis 18 Zolle lang oder ...ch. Der Griff mn, op hat etwa $\frac{5}{4}$ Zolle im Durch... ...sser und eine Länge von etwa 18 bis 22 Zollen.

Erfahrung.

§. 56. Es ist nicht gleichgültig, was die Aerme ...spelhörner bei einem zwei- drei- viermännischen ...d für Winkel mit einander machen. Versuche ...n gezeigt, daß die Einrichtung am vortheilhafte... ...ey, wenn die verschiedenen Aerme

... 2 männischen einen W. von $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$
... 3 —— —— — $120^\circ = \frac{1}{3} \cdot 360^\circ$
... 4 —— —— — $90^\circ = \frac{1}{4} \cdot 360^\circ$

... einander machen.

...So darf also der doppelte Arm no (fig. 35) ... 3 männischen Haspel keine geradausgehende Platte ... Stange seyn, sondern qo muß mit qn einen ...l von 120° machen, wie fig. 25, und das ein... ...Horn am andern Ende des Haspels wird so ein... ...t, daß sein Arm die Lage qr bekommt, die so... ... mit qn als mit qo gleichfalls 120° macht. ... 2 männischen werden die beiden einfachen Hörner ...gesetzt, daß der Arm qn des einen mit dem qr ...andern einen Winkel nqr = 135° macht.

Beim 4 männischen können beide doppelte Aerme geradausgehen, nur daß sie kreuzweiß eingesetzt ...den.

Wenn dieses geschieht, so kann wegen der ab...chselnden Ruhe, welche die Füllungszeit gestattet, ...enommen werden, daß ein Haspelknecht von mitt... ...r Stärke mit einer Kraft senkrecht auf den Arm des ...ms wirke, welche durchaus zu 26 Nürnb. ℔ an...

 geschla...

geschlagen werden kann, und mit einer Geschwin[illegible]
keit am Griffe, welche durchaus $2\frac{1}{2}$ Rhl. Fuße b[illegible]
trägt. s. die Anm. zum folg. §.

Aufg. 8.

§. 57. Eine Gleichung zwischen den versch[illegible] denen Bestimmungsstücken am Hornhaspel zu f[illegible] den (fig. 34).

Aufl. Die am Horn wirkende Kraft heisse [illegible] das Gewicht eines leeren Kübels $\frac{1}{2}$ q, das der Ladu[illegible] M, welches die Nutzlast ist, das Gewicht des Ru[illegible] baums für sich = A, das der Zapfen und der H[illegible] ner = B, das des Seils auf die Länge von 1 La[illegible] ter = k, die Tiefe des Schachts von den Pfuder[illegible] bis zur Sohle des Schachts in Lachtern = N, [illegible] Länge des um den Rundbaum beständig aufgewunden[illegible] Seilstücks = n in Lachtern, der mechanische H[illegible] messer des Rundbaums, d. h. der von der Axe dess[illegible]

s Druck der Kraft selbst herrührende Reibung
bei Seite.

Die leeren Kübel erhalten einander im Gleich-
, aber die Seilstücke, woran die Kübel hän-
eiben während der Bewegung der Kurbel nicht
ige, also nicht im gegenseitigen Gleichgewicht.
ewicht des Seils kommt der Kraft, sobald der
Kübel über die Hälfte seines Wegs zurückge-
, ebenso zu Hülfe, wie es ihr, solange er noch
e Hälfte zurückgelegt hat, zur Last fällt. In-
r können hier diese entgegengesetzten Wirkungen
ls einander aufhebend betrachtet werden, weil
Arbeiter im Stande seyn müssen, den vollen
us seiner größten Teufe herauf zu ziehen, wo-
ganze Gewicht N . k mit zur Last kommt. Die
ung muß daher so angestellt werden, als wäre
ung $= M + N . k$.

Soll nun diese Last mit der Kraft (no. 1)
chgewicht seyn, so muß

$$r . (M + N . k) = R . (P - \frac{\varrho}{R} . \mu Q)$$

Um Q zu haben, muß man den Werth von
n, den man aber schon zum voraus beiläufig
agen kann, weil es keinen beträchtlichen Fehler
denn man auch $A = 0$ setzte.

Man hat also

$$r = \frac{P - \frac{\varrho}{R} . \mu . Q}{M + N . k} . R$$

Es

des Rundbaum

Ebendieser D
Fälle beibehalten,
des Schachts das
wunden werden m
Umwindungen gege
an welcher das S
kommt, daß alsdan
pelte Gewicht des
leichtert ist.

6. Die Steifi
man bei gebrauchte
nommen,

$$M + \frac{\delta' . 4 . (2, \ldots}{\ldots}$$

im vorigen Ausdruck

Setzt man dafü

ür einen Kübel, der 125 Pfd. Ladung bekommt,
man im Durchschnitt etwa 33 Sek. Füllungszeit.

) werden von einer 8 stündigen Schichte (Arbeits-
ur 7 Stunden in Rechnung gebracht; die eine
wird wegen unvermeidlicher Unterbrechungen wäh-
r Arbeit abgezogen.

tiefer die Schächte sind, desto weniger Zwischen-
iben zwar die Haspelknechte, weil die Kübel selte-
i Füllen kommen, wobei sie ruhen können; aber
iel grössere Erleichterung erhalten sie auch während
Förderung des vollen Kübels, weil ihnen das Ge-
des Seils auf die ganze Schachtteufe zur Last ge-
worden ist, die doch von Fuß zu Fuß jedesmal um
wicht von 2 Fußen Seil abnimmt und bis zur hal-
hachtteufe ganz verschwindet; weiterhin, d. h. in
zen oberen Hälfte des Schachts kommt das Gewicht
ils den Arbeitern so gar zu statten, so daß dadurch
iem tiefen Schacht die angenommene Last um die
und noch mehr vermindert werden kann. Daher
ei Schächten von 40 und mehr Lachtern Teufe die
indigkeit am Kurbelgriffe im Durchschnitt wohl zu

nach der entgegenges

6. Es ist aber

fängliche Geschw. de

Ende der nten Umd

noch für sich macht,

7. Da die Gesch
(no. 6) = o seyn s

$$\text{ß} - v = \frac{\mathfrak{N}}{R}$$

$$= \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{\frac{r}{\mathfrak{N}}}{\frac{r^2}{\mathfrak{N}^2}}}$$

also $\frac{C^2}{-} =$

$$\frac{C^2}{R^2} \cdot r^2 \mathfrak{M} + \frac{C^2}{4R^2} \cdot \frac{6,28 \cdot l \cdot (\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4)}{4}$$
$$= 6,28 \cdot n \cdot r \cdot g \cdot (\alpha + \beta \cdot l)$$

s sich

$$\frac{\left(6,28 \cdot n \cdot r \cdot g \cdot \alpha - \frac{C^2 r^2}{4 R^2} \cdot \mathfrak{M}\right) \cdot 16 \cdot R^2}{6,28 \cdot (\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4) \cdot \psi \cdot C^2 - 6,28 \cdot n \cdot r \cdot g \cdot \beta \cdot 16 \cdot R^2}$$

$$= \frac{n \cdot r \cdot g \cdot \alpha - \frac{C^2 \cdot r^2}{25,12 \cdot R^2} \cdot \mathfrak{M}}{\frac{(\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4) \cdot \psi \cdot C^2}{16 \cdot R^2} - n \cdot g \cdot r \cdot \beta}$$

Ex. Es sey $M + \frac{E}{r} + N : k = 200$ ℔, $= \frac{1}{2}$, $r = 0,4$ Fuß, $g = 15,6$ F.; $R = 1,4$ F.; $= 2,5$ F.; $\mathfrak{R} = 3$ F., $\mathfrak{r} =$ F.; ψ für Eichen- $= 61$ ℔, $\mathfrak{M} = 210$ ℔, $Q = 300$ ℔, $\frac{\varrho}{R}$ $\frac{1}{14}$ und $\mu = \frac{1}{14}$; so wird

$$\alpha = 200 + \frac{300}{14 \cdot 4} = 205;\ \beta = 3,14.$$

$$\frac{- 6,25) \cdot 61}{14 \cdot 4} = 9,42;\ \text{also}$$

$$l = \frac{639 - 4,2}{510,7 - 19,6} = 1,3\ \text{Fuß}.$$

8. Man kann versichert seyn, daß ein solches Schwungrad, welches für sich selbst die Bewegung

samt

über die Steue w
Stellung nicht mi
kann, und dann
len den vorhergeg
Geschwindigkeit le

Inzwischen
daß die Arbeiter a
des Schwungrades
Dieserhalb darf n
Masse geben und
In dieser Rücksich
Werth. Es ist ab
eine Premse angebr

Hierh

Lempe, ange

Kunze angef

v. Canerin

Salzwerksk

Neuntes Kapitel.

n den Roßkünsten, oder dem Lauf- und Tretrade, der Tretscheibe und den Pferdegöpeln.

Erklärung 22.

9. Wellen, die mit Zapfen in unbeweglichen Pfannen oder Büchsen laufen und mit- durchgesteckter Aerme oder angelegter Räder von den oder anderen Last- und Zugthieren herum- ht werden, heissen allgemein Roßkünste. n gehören:

das Laufrad, das Tretrad, die Tretscheibe und der Pferdegöpel.

I. Das Laufrad.

Erklärung 23.

§. 60. Man denke sich um eine horizontale Welle starke parallele Ringe oder Kränze in lothrechter ung durch hinlänglich starke Aerme mit der Welle nden, und beide Kränze am innern Umfang mit n oder Bohlen beschlagen, welche eine feste cy- ische Wand bilden, so heißt diese Roßkunst insbe- re ein Laufrad. Zum festern Trit der Thiere der Dihlboden noch mit Leisten beschlagen.

m. Am besten läßt man den mittleren Theil der übri- us rund abgedrehten Welle vierkantig oder parallelepipe- disch

ten Fläche der
vw bezeichnet
ten Fläche der
kreuze werden
einander verbun
gegenüber liege
und die äussere

Die Diblstü
mengesetzt werd
aus krummbeha
Gerüste, dem D
schlagenen Stef
telst einer um i
nem Röthel die
vollends abgerun
richteten Felchen
tet werden könn
zeichnung schon
greifen. Weil d
geplatteten Endf
wird ieder so zu
die etwa $\frac{2}{3}$ so di

Arbeit heißt die Verlaschung.

es beim Baue des Rades nicht bloß auf hinläng- [illegible]igkeit, sondern auf Vergrösserung der Masse der [illegible]nze abgesehen, damit sie als Schwungringe gehörige [illegible] leisten, so können die Laschen den Hauptfelchen [illegible]leich genommen werden, da dann ihre gemeinschaft- [illegible] Dicke von der Theorie der Schwungräder abhängt.

[illegible] Kränze eines Laufrades können, in Rücksicht [illegible]stigkeit, ohne die Laschen, $2\frac{1}{2}$ bis 3 Zolle dick [illegible] Zolle (nach der Richtung des Halbmessers) [illegible]

Aufg. 10.

1. ABD (fig. 38) sey der Durchschnitt [illegible]rechte durch die Axe gelegten lothrechten [illegible] der Fläche des Radbodens in dem Qua- [illegible] das Thier laufen soll; C dieses Qua- Mittelpunkt; der Thiere Gewicht sey = P, [illegible]messer CA = R: man soll die Bedingun- [illegible]gewichts zwischen Kraft und Last be-

der We

2. Nun der
linie na am Krei
ser CA gezogen,
recht gezogen, so
Grundlinie ab vo
zu bewegen streb
also der Druck na
und das statische

=

Ist nun AC
in der Ausübung

ACn :

setzen, also

Mom. der K

3. Die statisc
(no. 1)

$$(1-\frac{b}{R}).\alpha-\varrho.\mu).P=(r+\varrho.\mu).Q+\varrho.\mu.p$$

$$=\frac{(r+\varrho.\mu).Q+\varrho.\mu.p}{R.\sin(1-\frac{b}{R}).\alpha-\varrho.\mu}$$

$$=\frac{(R.\sin(1-\frac{b}{R}).\alpha-\varrho.\mu).P-\varrho.\mu.p}{r+\varrho.\mu}$$

e Grösse des Winkels α = nab nimmt man
hrung gemäß aus (§. 31). Der Halbmesser
t, auch bei 36' hohen Rädern, bei blossen
en nie über 2. und bei Krummzapfen nie über
Zolle zu betragen.

Die Anzahl der iedesmal zum Betrieb der Maschine
rlichen Thiere muß so groß seyn, daß die Summe
Gewichte = P wird, daher sich solche allemal leicht
men läßt. Das Rad muß dann nur iedesmal breit
gebaut seyn, damit die erfoderlichen Thiere bequem
einander stehen können.

Zus. 1.

62. Die anfängliche Bewegung des Rades
r dadurch bewirkt werden, daß die Thiere an-
im Rade höher hinauf treten, als zum Gleich-
mit der Last nöthig wäre. Die vermöge der
ht entstehende Bewegung wird nach und nach
igt, die Thiere werden also, um sich an einer
n Stelle B zu erhalten, selbst genöthiget, sich
nach geschwinder zu bewegen. Weil aber

woferne imme
wegung bleib
unveränderlich

Dieses i
Ende eines un
einem Haspel,
winden immer
sem Falle ist,
Geschwindigkeit

Die U
L

In dieser Zeit
H
erhoben.

Die Gesch

vegt werden müssen, so wird dadurch die Ge-
igkeit des von der Kraft angegriffenen Punktes,
ı solchem Falle die Umdrehungsgeschwindigkeit
ıfrades vermindert. Eine solche periodische Ver-
ung müßte aber nothwendig die Maschine nach
ach zum Stillstand bringen, wenn dabei nicht
edesmaliger Verminderung der Geschwindigkeit
wie anfänglich Ueberwucht vorhanden wäre, wo-
der von der Kraft angegriffene Punkt von neuem
ımiget und iener verlohrne Theil der Geschwin-
immer wieder ersetzt würde.

Wenn also in einem solchen Falle die zur Fort-
ı der Bewegung oder zur Erhaltung des ungleich-
ıen Beharrungsstandes erfoderliche Ueberwucht V
so hat man für die wirkliche Bewegung keine
heit zwischen den statischen Momenten der Kraft
er Last, wie (§. 62), sondern.

$$P = \frac{(r + \varrho . \mu) . Q + \varrho . \mu . p}{R . \sin\left(1 - \frac{b}{R}\right) . \alpha - \varrho . \mu} + V$$

ıestimmung des Werthes von V soll in der Folge
t werden (s. unten §. 162 u. f.).

In ebendiesem Falle ist es also unvermeidlich,
ie Thiere, die an der ihnen angewiesenen Stelle
eständiger Ueberwucht auf die Last wirken, an
Stelle bald langsamer bald schneller laufen (d.
ı fortbewegen) müssen. Ihre Geschwindigkeit
also bald kleiner bald grösser seyn, als ihre mitt-
§. 31). Weil sie inzwischen, den Naturkräften
hiere gemäß, doch die (§. 31) angegebene Gränze
el überschreiten darf, auch überdas unaufhörliche
hselungen der Geschwindigkeit für die Thiere an

 sich

den Kränzen d
ben werden.

Wenn näm
C eine ruhige
gung setzt, so d
schwindigkeit c s

c.(M

also

c

Die verminderte

fänglichen C best

heit kommt, d.

M genommen w

§. 64. Ebe
gleichförmigen Be

Zus. 4.

§. 65. Wenn die Last Q an der Warze m ei-
s in die Welle eingelassenen Krumzapfens (fig. 39)
ebracht ist, dessen Arm, Knie oder Bug die Höhe
r = r hat, so ändert sich ihr statisches Moment
n Augenblick zu Augenblick; ihr größter Werth ist
Q, ihr kleinster = o . Q = o.

Man denke sich z. B. den Arm cm (fig. 40) zu-
wagrecht, an der Warze bei m die Last Q loth-
ht nach mw herabhängend, so ist ihr stat. Moment
cm . Q; gelangt die Warze bei der Umdrehung des
des in n, so daß nun die Last noch lothrecht nach
herabhängt, so ist in diesem Augenblick das stat.
ment = cs . Q; und wenn endlich die Warze in
ankommt, lothrecht über der Axe c, so wäre das
t. Mom. = o . Q = o.

Der von der Last angegriffene Punkt wird hier
mall auf kleinen schiefen Ebenen fortgeführt, z. B.
n n nach k, wo man sich nk als eine der kleinen
ygonseiten denken kann, aus welchen die Kreislinie
sammengesetzt ist. Die lothrecht auf kn drückende
t Q wirkt hier ebenso, wie eine nach kn an n zie-
de Kraft S, die $= \frac{de}{kn} . Q$ wäre, wenn kd, ne
f vc senkrecht gezogen werden.

Denkt man sich also den Quadranten mnv aus
solchen gleichen Theilchen wie kn zusammengesetzt,
durch alle solche Ecken wie k, n dergleichen Li-
n wie kd, ne, senkrecht auf cv gezogen, so wer-
von v bis c N ungleiche Theilchen abgeschnitten,
ch von v bis c herab mit δ, δ', δ'' u. s. w. be-
hnen will, und die alle zusammen die cv ausmachen.

Diesem-

$$= \frac{cv}{kn} . cm . Q.$$

mit N dividirt gl

Q für ihre vers

$$\frac{cv}{N . kn} . cm . Q =$$

oder auch = 0, (

Es ist also,

Krummzapfens all

Moment einer an

woferne ihre Rich

mer dieselbe parall

$$= \cdot$$

Man hat dah

zapfen (§. 63)

$$P = \frac{(0,6}{}$$

Zus. 5.

66. Wäre die Last Q nicht unmittelbar an le des Laufrades angebracht, sondern an einer Welle, so daß sich r auf diese oder auf den angebrachten Krummzapfen bezöge, so könnte r Hauptwelle ein verzahntes Rad und an der ein Trilling angebracht seyn, in welchen ienes . Wäre des verzahnten Rades Halbmesser der des Trillings = r, so wäre ein Druck Stäbe des Trillings $= \frac{r}{r} . Q$ mit der am Um- r Trillingswelle wirkenden Last Q im Gleich-

Für den Fall des Gleichgewichts bei unver- jen Momenten der Last wäre also der erfoder- uck eines Zahns am Rade $= \frac{r}{r} . Q.$

zt hat man also in der Entfernung R von der Laufrades eine Last $= \frac{r}{r} . Q$ ohne Rücksicht Reibung an den Wellzapfen der zweiten Welle den Zähnen.

as Gewicht der zweiten Welle samt Trilling $'$, so ist der Druck auf ihre Zapfen = $. Q + p'$, also die Reibung am Umfange apfen =

$$\mu . (Q + \frac{r}{r} Q + p')$$

r Halbmesser dieser Zapfen sey $= \varrho'$, rsteht diese Reibung der Bewegung der

Zäh-

$$= \frac{r'}{r} . ($$

$$= \frac{r +}{}$$

wäre.

Dieser Wider
an den Zähnen ve
in der Ausübung fi
weiter, und so wä
Welle mit den Reib
Stäben des Trillin
Rades reducirt, =

$$\frac{19}{18} . \frac{(r -}{}$$

Schreibt man
mehr die Kraft P ei
nung R von der Ar

..s sich auch Q ergiebt; bezeichnet nämlich N den ..er des vorstehenden Bruchs, so hat man

$$Q = \frac{N.P - \varrho.\mu.p}{(\mathfrak{R} + \varrho.\mu).A} - \frac{B}{A}$$

.. ist

$$A = \frac{19}{18} \cdot \frac{r + \varrho'.\mu.(1 + \frac{r}{\mathfrak{r}})}{\mathfrak{r}}$$

$$B = \frac{19}{18} \cdot \frac{\varrho'.\mu.p'}{\mathfrak{r}}$$

$$N = R.\sin(1 - \frac{b}{R}).\alpha - \varrho.\mu$$

Müßten zugleich von Zeit zu Zeit neue Massen ..ewegung gesetzt werden, so dürfte man nur ..V statt P schreiben.

..II. Wäre die Last Q an einem Krummzapfen der ..n Welle angebracht, so daß r die Höhe des .. bezeichnete, so dürfte man in vorstehendem ..e von A nur 0,637.r statt r schreiben, und ..ätte dann (§. 65)

$$P = \frac{(\mathfrak{R} + \varrho.\mu).A.Q + B + \varrho.\mu.p}{N} + V$$

$$Q = \frac{N.(P - V) - \varrho.\mu.p}{(\mathfrak{R} + \varrho.\mu).A} - \frac{B}{A}$$

.. 1. Wenn das Laufrad als Haspel dienen soll, um ..ttelst eines Seils etwa Bergarten oder Erze in Schäch.. ..n Tage zu fördern, so können begreiflich die Tonnen ..m größer seyn, als oben bei dem Hornhaspel. Inzwi.. .. würden sie bei sehr beträchtlicher Grösse zu mancher

Unbe..

legt um die H
hinlänglicher En
solche, in der E
Axe, Stäbe nah
wodurch man ei
gewunden wird.

Die Einricht
Rad und die zw
Sie verdient den
der Reibung herr
auch die Beweg
vorfallen.

Anm. 2. Ich hab
im Allgemeinen
dern anwendbar i
das in Ansehung
nen eigen ist.
und des Krummza
Anfängern bei d
von zusammenges
zu zeigen, wie sic
einem Hauptrade

II. Das Tretrad.

Erklärung 24.

. 67. Man denke sich zwischen den zweien pa-
r Kränzen eines Rades starke Dihlstücke unter
n Winkeln mit dem Halbmesser so eingeschoben,
e Staffeln bilden; reicht der obere Rand des
bis nahe an einen Boden, der so eingeschnitten
aß z. B. ein Pferd mit seinen Vorderfüssen auf
Boden oberhalb dem Rade aufstehen und zugleich
nen Hinterfüssen auf iene Staffeln auftreten und
h das Rad zum Umlaufe bringen kann, indeß
ferd seine Hinterfüsse von der iedesmal unter ih-
ichenden Staffel immerfort wieder auf die nächst-
he aufsetzt, so heißt ein solches Rad ein Tretrad.

. Ich begnüge mich, hier nur einen Begriff von dieser
aschine gegeben zu haben. Sie ist zur Benutzung thieri-
er Kräfte sehr übel ausgedacht und verdient kaum eine
wähnung, noch weniger eine eigene Untersuchung.

III. Die Tretscheibe.

Erklärung 25.

§. 68. A (fig. 41) sey die Oberfläche einer
ne Welle befestigten Scheibe, c ihr Mittelpunkt,
ine Horizontallinie durch b, ab ein Durchmesser
selben lothrechten Ebene genommen, in welcher
zontale DE liegt; FG ein anderer Durchmes-
welcher den ab senkrecht durchschneidet.

Wird nun die Welle so gestellt, daß ihre Axe in
wähnte lothrechte Ebene fällt und daß sie mit
rizontalen DE hier zur Rechten einen spitzigen
l macht, so macht zu gleicher Zeit der Durchmes-

um die gemein
Tretscheibe, w
wegung gebrach

Anm. Die B
die auf diese
dürfen mit ih
zer, wie de (
Backen m a
beschlagen wer

§. 69. D
gen den Horizon
messer ab mit
u. 42), heisse α
der Scheibe ste
die Oberfläche d
willkührlich ang
= R; des Thi

um die gemeinsch
Tretscheibe, wenn
wegung gebracht

Anm. Die Bauan
die auf diese W
dürfen mit ihren
ger, wie de (fig
Backen m auffi
beschlagen werden

§. 69. Der
gen den Horizont
messer ab mit der
u. 42), heisse α; e
der Scheibe stehen
die Oberfläche der
willkührlich angen
$=$ R; des Thiere

mit dem Horizont einen Winkel $= \alpha$, und P be im m längst nm mit einer Kraft $= P . \sin \alpha$ ab- rts zu gleiten; vermöge der Reibung hängt aber Thier mit der Bodenfläche zusammen und es wird er die Scheibe selbst von n nach m von einer Kraft $P . \sin \alpha$ gezogen.

2. Das stat. Moment dieser Kraft ist $cn . P . \sin \alpha$ cm . sin cmn . P . sin α, oder, wenn $mcb =$ n $= \beta$ gesetzt wird,

$$= R . \sin \beta . P . \sin \alpha$$

3. Die statischen Momente der Last sind
das der Nutzlast $= Q . r$
das der Reibung genau genug $= \varrho . \mu . (P + p + Q)$

ϱ den Halbmesser der Wellzapfen und p das Ge- der Welle mit der Scheibe bedeutet.

4. Demnach für das Gleichgewicht

$$R . \sin \beta . P . \sin \alpha = Q . r + \varrho . \mu . (P + p + Q)$$

5. Die Bequemlichkeit des Thieres erfodert es daß es mit den Füssen auf der rechten Seite höher stehe als mit denen zur Linken; zu dem muß man ihm seinen Stand in der Sehne de ... en, die dem Durchmesser ab gleichlaufend ist. ... nn der vorige Punkt n in v, so hat man $\beta =$ $= 90°$ und $\sin \beta = 1$, also

$$R . P . \sin \alpha = r . Q + \varrho . \mu . (P + p + Q)$$

... enn α nach (§. 31) genommen werden muß.

6. Es ist aber bkw (fig. 42) $= 90° - \alpha$, darf die Welle der Tretscheibe nur unter einem l $= 90° - \alpha$ gegen den Horizont aufgestellt

 wer-

7. Man

P

Q

wie beim Fa

$(1 - \frac{b}{R}) . \alpha$

Ebendiese

Bewegung im

nur die Masch

gung gesetzt we

zubringen, mu

den Rand der

um das statisch

grössern.

Anm. 1. Also

welche das T

seinen Füssen

wegung gesetzten Thiere bei einer festgesetzten Geschwindigkeit allemal nur derselbe Erhebungswinkel α zugemuthet werde, oder daß für dasselbe Thier bei derselben Geschwindigkeit seiner Füsse der Werth von α auch allemal derselbe bleibe. Dieses ist aber nicht so allgemein richtig, insbesondere nicht für das Laufrad; es kommt nämlich auf gleiche Anstrengung des Thieres an, und ebendarum nicht auf die Bewegung der Füsse allein, sondern auf die Geschwindigkeit, mit welcher das Thier seine ganze Masse fortbewegt; es muß also auf die Geschwindigkeit seines Schwerpunktes vorzüglich Rücksicht genommen werden.

Diese ist auf der Tretscheibe der Geschw. der Füsse gleich, im Laufrade aber ist sie kleiner als die der Füsse, daher bedarf das Thier im Laufrade einer etwas geringeren Anstrengung und ebendarum dürfte auch der Werth von α für das Thier im Laufrade verhältnißmässig etwas grösser genommen werden als für dasselbe auf der Tretscheibe. Sollte man aber einen festgesetzten Werth von α beibehalten, so könnte man aus demselben Grunde die Geschwindigkeit der Füsse oder die Umdrehungsgeschwindigkeit des Halbmessers R im Laufrade etwas grösser annehmen als auf der Tretscheibe; oder man könnte im Laufrade sowohl die Geschw. als den Winkel α zugleich um etwas grösser nehmen. Diese Betrachtung ergiebt also, daß die Effekte beider Räder unter sonst gleichen Umständen in der Ausübung für einerlei geachtet werden können, wenn die Betreibung nur durch ein einziges Thier geschieht.

Anm. 2. Zur Betreibung mit mehreren Thieren ist die Tretscheibe nicht so geschickt als das Laufrad, in welchem sie neben einander gestellt in gleicher Entfernung von der Axe wirken. Bei der Tretscheibe lassen sich gleichartige Thiere nicht neben einander stellen, ohne am Effekt zu verliehren. Ungleichartige wählt man aus andern Ursachen nicht gerne, sonsten könnte man einen Ochsen neben einem Pferd gebrauchen, so daß er seinen Stand zwischen dem

die den wagre

§. 70. F
beschwerten Kru
hätte, so wird,

$$P = \frac{(o}{}$$

§. 71. Wä
mit 2 Wellen get
Bewegung

I. Wenn die
in der Ent
Welle wirkt

$$P = \frac{(D}{}$$

$$Q = \frac{N}{}$$

. Wäre die Last Q an einem Krummzapfen der zweiten Welle angebracht, so wäre (§. 66. II)

$$P = \frac{(\Re + \varrho . \mu) . A . Q + B + \varrho . \mu . p}{N} + V$$

$$Q = \frac{N . (P - V) - \varrho . \mu . p}{(\Re + \varrho . \mu) . A} - \frac{B}{A}$$

IV. Der Pferdegöpel.

Erklärung 26.

§. 72. Eine lothrechte Welle mit wagrecht [e]tzten oder durchgesteckten Aermen oder Zug[e]n, die durch vorgespannte im Kreise herumge[...] Thiere mit der Welle um eine gemeinschaftliche [h]erumgedreht werden und dadurch zugleich eine [...]er Welle auf irgend eine Weise in Verbindung [...]e Last zugleich in Bewegung setzen, heißt eine [...]elkunst, ein Göpel, gewöhnlich ein Pfer[de]göpel, wenn gleich auch Ochsen statt der [...]de gebraucht werden können.

[...]m. Aus (fig. 43, 44 und 45) läßt sich sehen, wie ein [so]lcher Göpel eingerichtet werden kann.

Eine runde oder achteckte Fundamentmauer wird etwa [...] Fuß hoch über der dem Boden mit starken Schwellen [b]elegt, die ein Achteck bilden. Auf diesen werden aus al[le]n Ecken schiefe Säulen oder Hauptsparren aufge[r]ichtet, welche oben in einen kurzen cylindrischen Pfosten [e]ingreifen, der den Kopf oder Knopf des Gebäudes bil[d]et; man sieht diesen bei D (fig. 43) samt den eingreifen[d]en Hauptsparren aD, bD, cD u. s. w., wo auch die in [d]as VIIIeck sich schliesenden Schwellen nebst der punktir-

 ten

zwischen dessen
ten beiden erst
ben befestigt w
ausgerundeten
einem rechten
Stichbalken a
aufliegen.

Zwischen de
Hauptsparren du
entweder durch
machten Einsch
übrigen Hauptsp
balken Zapfen a
legen der Spar
Hauptsparren mi
vom Knopf hera
und mit Ziegeln
gen Oeffnungen
Thiere angebrach

Der Balken
zum Anlegen ein
welche dann noch

[...]ein Zapfenkloß ab eingelassen, das auf einem im Boden [ge]mauerten Rost befestiget ist. Zum Nachtreiben der [We]lle, wenn sie sich mit der Zeit etwas senken sollte, [wir]d das Zapfenkloß nach seiner Breite durchlocht und ein [recht]winklichter Keil kn eingeschoben, auf dessen horizon[tale]r Fläche die Pfanne ruht, die dann samt der Welle [auf]wärts getrieben wird, wann man den Keil kn tiefer [hinein]treibt.

[A]n jedem Ende des Zugbaums pq kann eine Wage zum [An]spannen, auch ein Sitzschemmel für die Treiber ange[bra]cht werden, wiewohl diese Sorgfalt von trägen Men[sche]n sehr missbraucht wird, indem sie oft genug den Sitz[sche]mmel zur Schlafstätte machen.

Aufg. 12.

[§. 4]73. Am Zugbaum (fig. 48) ist in d ein [Pferd] angespannt, das nach der Richtung de unter [einem] gegebenen Winkel dce $= \alpha$ zieht; die Kraft, [womit] dasselbe (oder mehrere zugleich) nach de zieht, [sey =] P; der Halbmesser cd sey $=$ R; in der Ent[fernun]g cM $=$ r von der Axe c wirke mit unver[änderl]ichem Momente eine Last Q nach MN entge[gen;] man soll die Bedingungen des Gleichgewichts [zwische]n P und Q bestimmen.

[A]ufl. 1. Man nehme de $=$ P, und ziehe [von e] die em auf cd senkrecht, so ist der auf den [Halbmesser] im senkrecht wirkende Theil der Kraft $=$ em [$= P$] sin β.

[2]. Die Last Q druckt die Zapfen beständig nach MN gleichlaufend, und die Kraft P übt, in [der St]ellung, welche die Zeichnung iezt angiebt, auf[ser dem] senkrechten me zugleich den nach dc $=$ dm $=$ P

in der letzigen La

Weil aber n
mögliche Lagen k
180° beständig
nck = 90° setze
der mittlere Dru
Zapfen, und die
fange der Zapfen
Moment = $\varrho . \mu .$

3. Das Ge
nämlich auf die G
druckt, heisse p,
Grundfläche eine
= $\frac{2}{3} \varrho . \mu . p$ *).

4. Man hat
P und Q
$R . P . \sin \beta = r . Q$

Um $\surd(P^2+Q^2)$ auszudrucken, ist es hier
ich $\frac{R}{r}.P$ statt Q und $\frac{r}{R}.Q$ statt P unter dem
eichen zu setzen. So erhält man

$$P = \frac{r.Q+\mu.\varrho.\left(\tfrac{2}{3}p+\surd\frac{R^2+r^2}{R^2}.Q^2\right)}{R.\sin\beta}$$

$$P = \frac{r.Q+\mu.\varrho.\left(\tfrac{2}{3}p+\frac{Q}{R}.\surd(R^2+r^2)\right)}{R.\sin\beta}$$

$$Q = \frac{R.P.\sin\beta-\mu.\varrho.\left(\tfrac{2}{3}p+\surd\frac{R^2+r^2}{r^2}.P^2\right)}{r}$$

$$Q = \frac{R.P.\sin\beta-\mu.\varrho.\left(\tfrac{2}{3}p+\frac{P}{r}.\surd(R^2+r^2)\right)}{r}$$

erfoderliche Kraft P mit der (§. 31) bestimmten
t eines Thieres dividirt, giebt die Anzahl der er-
rlichen Thiere.

Zus. 1.

§. 74. Für die Bewegung im gleichförmigen Be-
ungsstande gelten bei dieser Maschine nur insoferne
sen Ausdrücke, als angenommen werden kann,
das Zugthier seine Bewegung unabgesetzt fortsetze.
erbricht nämlich das Thier auch nur in sehr kleinen
theilen seine fortschreitende Bewegung, so ist die
Masse

Masse der in Bewegung bleibenden Maschinenthe
hier zu gering, als daß sie ihre Geschwindigkeit a
nur während diesem kleinen Zeittheilchen ohne beträ
liche Verminderung fortsetzen könnten, wie aus d
Theorie des Schwungrades beim Haspel (§. 58) e
hellet. Hierin haben das Laufrad und die Tretschei
einen Vorzug, weil nicht nur die in Bewegung ble
bende Masse der Maschinentheile bei diesen sehr vi
beträchtlicher ist, sondern dabei auch das Thier selb
zugleich mit der Maschine in Bewegung bleibt, oh
sich selbst durch eigene Kraft in iedem Augenblick i
Bewegung zu erhalten. Da die Bewegung der Thier
von Schritt zu Schritt keine so stetige wie die andern
bewegter Körper, sondern als eine von Schritt z
Schritt abgesetzte Bewegung angesehen werden kann
so wird man allerdings annehmen müssen, daß hier di
Bewegung von Sekunde zu Sekunde wo nicht ganz vo
neuem angefangen, doch größtentheils erst wieder her
gestellt werden muß, wobei also immer wieder neu

Demnach ist die Kreislinie, welche ein Thier, mit der Kraft $P.\sin\beta$ senkrecht auf cd wirkt, laufen muß, ein Kreis, dessen Halbmesser = $\sin\beta$ ist.

Folglich kann das Thier zwar nur einen kleineren ...rstand mit eben der Geschwindigkeit wältigen, wenn ...unter einem schiefen Winkel cde zieht; aber es ... auch in einer bestimmten Zeit sovielmal mehr ...inge als beim senkrechten Zug, sovielmal seine ...echte Wirkung durch den schiefen Zug verkleinert

Der Totaleffekt der Maschine hängt also gar ... von β ab, wohl aber der Nutzeffekt. Es ver... sich nämlich die Umlaufszeit T wie $\sin\beta$, und ...Nutzeffekt wie $\frac{Q}{T}$, also auch wie $\frac{Q}{\sin\beta}$, d. i. bei ...lei r, wie

$$R.P - \frac{\mu.\varrho.\left(\frac{2}{3}p + \frac{P}{r}\sqrt{(R^2 + r^2)}\right)}{\sin\beta}$$

...st also bei ungeänderten Werthen von R und P ... kleiner, je kleiner β ist, und der Verlust am ...effekt verhält sich verkehrt wie der Sinus des ...en Winkels, unter welchem das Thier zieht. ... sieht, daß einige Abweichung des Zugs vom ...en Winkel für den Effekt in der Ausübung ganz ...merkbar bleibt, wenn nur β nicht unter 80° be...

Zus. 3.

§. 76. Befände sich an der Welle ein Krumm...en, dessen Armlänge = r wäre, mit der Last Q,

und Q =

R.(P−V).sinβ-

Anm. Bei den
rung des Geste
wöhnlich des P
Vorzug desselb
entschieden.

Man muß
unter 20 Rh
einander ziehen
Länge zugeben.

Bei dem e
Aufförderung de
schon oben beme
Welle gelegt;
Welle befestigt,
obere liegt auf d
be des oberen K
Korbes), und

:fes oberen Korbes durchgehen läßt, die sich
t die Welle anschließt; oberhalb der unteren
ht die Welle abgerundet durch den Korb und
obere Scheibe durch.

ierbindung des oberen Korbes mit dem unteren
urch ein paar befestigte vierkantige starke Hölzer,
ch beide Scheiben des oberen Korbes durchgehen
in viereckte Ausschnitte der oberen Scheibe des
orbes einpassen.

bere Korb kann nun mittelst eines Hebels so hoch
verden, daß die untere Scheibe über den vier-
Theil der Welle hinauf kommt und zugleich jene
fen oder Riegelhölzer die obere Scheibe des un-
bes ganz verläßt. So hängt nun der obere Korb
Ketten an dem erwähnten Hebel und die Welle
unteren Korbe kann jetzt nach Willkührlich herum-
verden, ohne den oberen mit herum zu drehen.

Einrichtung hat ihren Nutzen bei Abteufungen
chte, wo man von Zeit zu Zeit, so wie man tie-
t, die beiden von dem doppelten Korbe über Rol-
ete Seilenden verlängern muß. Soll z. B. jedes
um 3 Fusse verlängert werden, so hebt man den
rb mit dem Hebel in die Höhe, indem die an
e oben angebrachten drei Ketten an einen am
s Hebels befestigten Haken eingehenkt werden.
nun den Zugbaum solange herumdrehen, bis das
ren Korbe herabhängende Seilstück sich um 6 Fuße
pelte von 3 F.) weiter abgewunden hat, worauf
Korb wieder niedergelassen und in den unteren
wird.

t nicht, wenn eine Wage oder ein Strick, woran
e gespannt sind, zerbräche, die beladene Tonne
ht wieder zurückfallen und so die Körbe nach der
esetzten Seite herumdrehen können, so läßt man
Zugbaume zwei Sperrstangen anbringen, die am
de mit einer starken eisernen Spitze versehen sind,
da

Hölzer, die
pfen e drehen
lothrechten W
und her drehe
die an ebendi
seyen durch S
den; wird nun
den beide Pre
preßt; wird E F
bäume wieder z

So oft Umk
dern, wird ge

Hierl

Lempe, an

Kunze ange

Delius Anl

v. Cancrin
Salzwerksl

Poda, Kurz
Bergbau zu

... legen eines Seils (einer Schnure oder
er Kette) mit einer Vertiefung versehen und
r um einen fest liegenden Polzen beweglich oder
n Polzen, der sich um seine Axe drehen läßt,
ist, heißt eine Rolle. Das Gehäus be-
s vier Wänden, wie die vier Seitenwände
rallelepipedischen Kastens, wovon jedoch die
zuweilen fehlt; die Seitenwände, in welchen
sen liegen, heissen Backen; das ganze Ge-
ißt hier eine Flasche, die oben einen star-
g oder einen Haken führt, wenn sie überall
ckt werden soll (s. fig. 50). Dieser Haken
ch die obere Wand durch und ist unten ge-
oder mit einer vorgeschrobenen Mutter ver-
o daß sich die Flasche selbst um diesen Zapfen
ehen läßt.

Die Flaschen sowohl als die Rollen können von Ei-
von Messing oder auch von Holz verfertigt werden;

senkrecht in m

2. Aus d
dritte F nach d

$F = \surd$

woraus an den

$\mu . F = \mu .$

entsteht, deren

$= \varrho . \mu .$

ist, wenn ϱ den

3. Man h
die Reibung mit
Seils noch bei
$=$ R setzt,

$R.P = R.Q + \varrho$

4. Bedeutet
werden alle Läng
muß man (§. 28

lusdruck (no. 3) noch grössere Genauig-

r die Ausübung ist es aber hinlänglich ge-
dem Wurzelzeichen $Q = P$ zu setzen, wo-
no. 3)

$$R.Q + \varrho.\mu.\sqrt{2P^2(1 - \mathrm{Cos}\,mcn)}$$

b wegen der Steifigkeit des Seils (no. 4)

$$R.Q + \delta^{1,4}.(2,45 + 0,053.Q) + \varrho.\mu.P.\sqrt{2.(1 - \mathrm{Cos}\,mcn)}$$

$$\frac{.Q + \delta^{1,4}.(2,45 + 0,053.Q)}{R - \varrho.\mu.\sqrt{2.(1 - \mathrm{Cos}\,mcn)}}$$

$$\frac{\ell - \varrho.\mu\sqrt{2.(1 - \mathrm{Cos}\,mcn)}).P - 2,45.\delta^{1,4}}{R + 0,053.\delta^{1,4}}$$

Längen auf Par. Linien und Q und P auf
ehen.

| dem gewöhnlichen Gebrauch der Rollen
$\imath cn = 180^\circ$, also $\mathrm{Cos}\,mcn = -1$,
daher für diesen Fall

$$\frac{.Q + \delta^{1,4}.(2,45 + 0,053.Q)}{R - 2\varrho.\mu}$$

$$\frac{\ell - 2\varrho\mu).P - 2,45.\delta^{1,4}}{R + 0,053.\delta^{1,4}}$$

is Gewicht der Rolle bei Seite gesetzt wor-
dieses p, so muß man

Zähler des Werthes von P noch $\mu.\varrho.p$
addiren, und

 im

im Zähler des Werthes von Q noch μ
abziehen,

woferne nicht p als unbedeutend in Vergleichung
P und Q weggelassen werden könnte.

Aufg. 14.

§. 79. Die Rolle sey mit ihrer Axe selb
weglich und liege auf dem Seil auf, wie (fig
das eine Ende des Seils sey bei e an einen
Kloben befestigt, an dem andern Ende ziehe
nP eine Kraft P; an der Flasche sey eine La
lothrecht angebracht, so daß Pnme und die
tungslinie von Q in eine einzige lothrechte E
fallen: man sucht das Verhältniß des Gleichgew
zwischen P und Q, so daß die Kraft alle R
hindernisse mit aufheben soll.

r

$$Q' = P - S - \frac{\varrho}{R} \cdot \mu \cdot (Q + p)$$

3. Aus diesen beiden Seitenkräften entsteht die
re

$$\left((P - S - \frac{\varrho}{R} \cdot \mu \cdot (Q + p))^2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)\right)$$

r $Q + p$ gleich seyn muß. Man hat also

$$p)^2 = (P - S - \frac{\varrho}{R} \cdot \mu \cdot (Q + p))^2 \cdot 2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)$$

Demnach

$$= \frac{(P - S)\sqrt{2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)}}{1 + \frac{\varrho}{R} \cdot \mu \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)}} - p$$

$$= \frac{(1 + \frac{\varrho}{R} \cdot \mu \sqrt{2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)}) \cdot (Q + p)}{\sqrt{2 \cdot (1 - \text{Cos}\, mcn)}} + S$$

. Für $mcn = 180^0$ wird $\text{Cos}\, mcn = -1$,
ir diesen Fall

$$Q = \frac{2 \cdot (P - S)}{1 + 2 \cdot \frac{\varrho}{R} \cdot \mu} - p$$

$$P = \frac{(1 + 2 \cdot \frac{\varrho}{R} \cdot \mu) \cdot (Q + p)}{2} + S$$

 Oder

$$P = \frac{(1+\frac{2\varrho}{R}.\mu).(Q+p)}{2} + \frac{\delta^{1,4}}{R}.(2,$$

wo dann δ, ϱ und R in Par. Linien u
in Pfunden ausgedruckt werden.

Erklårung 28.

§. 80. Denkt man sich das
Seiles wie me (fig. 52) am untere
ner bei k aufgehenkten Flasche (fig
und das andere nP (fig. 52), wel
liche Flasche unterstützt, über die Ro
gelegt, daß also mit dem Herunterzie
endes die untere Flasche aufwårts
so heißt diese Verbindung einer bew
mit einer unbeweglichen ein Flasche

In einer Flasche können bei h
Backen drei, vier und mehrere Rollen

beweglichen Flasche befestiget ist, wie (fig. 54), ...henzug der andern Art nennen.

...m. Noch andere Einrichtungen von Flaschenzügen, die ...bin entbehrlich sind, findet man in den am Ende dieses Kap. angezeigten Schriften.

Aufg. 15.

§. 81. An einem Flaschenzug der erstern Art, (fig. 53), sey unten eine Last Q angebracht; am Anfange des Seils ziehe eine Kraft P nach ... man soll die Bedingungen des Gleichgewichts ...en P und Q bestimmen.

Aufl. 1. Das erste von oben herab gehende ... JH leidet von H nach J eine Spannung wie einem an einem herabhängenden Seile befestigten ...hte, das ich P′ nennen will; und in diesem ... setze ich diese Spannung selbst $= P'$.

Der Polzen N leidet also eine Reibung

$$= \mu . (P + P')$$

Setzt man den Halbmesser NJ der Rolle $= R'$, ...rchmesser des Seils $= \delta$, so ist der bei J ent...de Widerstand von der Steifigkeit des Seils (§. 28)

$$= \frac{\delta^{1,4}}{R'} . (2,45 + 0,053 . P')$$

Der Halbmesser des Polzens N sey $= \varrho'$, so ...e Reibung auf dieselbe Stelle J reducirt

$$= \mu . \frac{\varrho'}{R} . (P + P')$$

$P' =$

2. Wenn
C u. s. w. mit
ser der zugehöri
die Spannungen
bei J, F, B ꝛc.
den, so hat man

$P'' =$

$P''' =$

$P'''' =$

u. s. w.

3. Von der
ein Theil $= P''$

e an einem Hebel der andern Art. Sollte
ie Flasche erhoben werden, so müßte sich die
G wälzen oder G wäre der Bewegungs-
le Entfernung der bewegenden Kraft vom Be-
punkte wäre die Sehne HG und die Entfer-
Last von diesem Punkte = dem Halbmesser
R''; also für das Gleichgewicht

$$Q' = \frac{GH}{R''} . P''$$

m also die Sehnen GH, AB u. s. w. von
rauf mit S'', S'''' u. s. w. bezeichnet werden,
, Q''' u. s. w. für die 2te, 3te rc. Rolle von
en das bedeuten, was Q' für die erste, so

$$Q' = \frac{S''}{R''} . P''$$

$$Q'' = \frac{S''''}{R''''} . P''''$$

$$Q''' = \frac{S^{VI}}{R^{VI}} . P^{VI}$$

Weil nun die ganze untere Flasche von der ge-
Nutzlast Q niedergezogen wird, so müssen die
n Pressungen, welche sämtliche Polzen der
Flasche leiden, zusammengenommen = Q seyn,
man

$$: \frac{S''}{R''} . P'' + \frac{S''''}{R''''} . P'''' + \frac{S^{VI}}{R^{VI}} . P^{VI} + \text{rc.}$$

lich noch mehrere Glieder hinzukämen, wenn
3 Rollen in der unteren Flasche vorhanden

$$\ldots 53.\delta^{1,4})^{4} \quad (R+\mu\varrho+0,053.\delta^{1,4})^{2} \quad (R+\mu\varrho+0,053.\delta^{1,4})^{2}$$

$$\ldots \frac{(R-\mu\varrho)^{2}.B}{\ldots 3.\delta^{1,4})^{5}} + \frac{(R-\mu\varrho)^{2}.B}{(R+\mu\varrho+0,053.\delta^{1,4})^{4}} - \frac{(R-\mu\varrho)^{2}.B}{(R+\mu\varrho+0,053.\delta^{1,4})^{3}} - \ldots$$

7. Setzt man $R + \mu\varrho + 0{,}053 \cdot \delta^{1,4} = A$, so erhält man nunmehr (no. 5)

$$Q = \frac{S}{R} \cdot \Big[\Big(\frac{(R-\mu\varrho)^2 \cdot P - (R-\mu\varrho) \cdot B}{A^2} + \frac{B}{A} \Big) + \Big(\frac{(R-\mu\varrho)^4 \cdot P - (R-\mu\varrho)^3 \cdot B}{A^4}$$

$$- \frac{(R-\mu\varrho)^2 \cdot B}{A^3} - \frac{(R-\mu\varrho) \cdot B}{A^2} - \frac{B}{A} \Big) + \Big(\frac{(R-\mu\varrho^6) \cdot P - (R-\mu\varrho)^5 \cdot B}{A^6}$$

$$- \frac{(R-\mu\varrho)^4\, B}{A^5} - \frac{(R-\mu\varrho)^3 \cdot B}{A^4} - \frac{(R-\mu\varrho)^2 \cdot B}{A^3} - \frac{(R-\mu\varrho) \cdot B}{A^2} - \frac{B}{A} \Big) \Big]$$

$$= \frac{S}{R} \cdot \Big[\Big(\frac{(R-\mu\varrho)^2}{A^2} + \frac{(R-\mu\varrho)^4}{A^4} + \frac{(R-\mu\varrho)^6}{A^6} \Big) \cdot P - \Big(\frac{R-\mu\varrho}{A^2} + \frac{(R-\mu\varrho)^2}{A^3} + \frac{(R-\mu\varrho)^3}{A^4}$$

$$+ \frac{(R-\mu\varrho)^4}{A^5} + \frac{(R-\mu\varrho)^5}{A^6} \Big) \cdot B - \Big(\frac{(R-\mu\varrho)}{A^2} + \frac{(R-\mu\varrho)^2}{A^3} + \frac{(R-\mu\varrho)^3}{A^4} \Big) \cdot B$$

$$- \frac{R-\mu\varrho}{A^2} \cdot B - 3 \cdot \frac{B}{A} \Big]$$

8. Für die Ausübung ist es hinlänglich, bloß das …

$$= \frac{}{(\frac{A}{R-\varrho\mu}}$$

oder auch

$$Q = \frac{(R-\varrho\mu)}{A}$$

und

$$P = \frac{A}{(R-\mu\varrho)}$$

oder

$$P = \frac{A^{2n}}{(R-\mu\varrho)}$$

§. 82. Wirk
bei Seite gesetzt, s

...s ist aber $\frac{R^{2n} - R^{2n}}{R^2 - R^2} = n R^{2n-2}$, also in ...

Falle

$$Q = \frac{R^2}{R^{2n}} \cdot n R^{2n-2} \cdot \frac{S}{R} \cdot P$$

$$= n \cdot \frac{S}{R} \cdot P$$

bei paralleler Lage der Seilstücken

$$Q = 2n \cdot P$$

Zus. 2.

83. Da, wenn keine Nebenhindernisse vor... wären, $P = \frac{R}{n.S} \cdot Q$ wäre, so ist die mit ...tzlast Q verbundene Nebenlast =

$$\left(\frac{A^2 - (R - \mu\varrho)^2}{(R^2 - \mu\varrho)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{R - \mu\varrho}{A}\right)^{2n}\right)} - \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{R}{S} \cdot Q$$

...enn also

$$\frac{A^2 - (R - \mu\varrho)^2}{(R^2 - \mu\varrho)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{R - \mu\varrho}{A}\right)^{2n}\right)} > 2 \cdot \frac{1}{n}$$

ist die mit der Nutzlast verbundene Nebenlast ... als die Nutzlast.

...n diesem Falle also, d. i. wenn

$$\frac{n \cdot (A^2 - (R - \mu\varrho)^2)}{2 \cdot (R - \mu\varrho)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{R - \mu\varrho}{A}\right)^{2n}\right)} > 1$$

ist,

gesetzt
gewöhn
Widerst
stens 4
gerne zu
einen F
durch w
weiter
daher d
muß, u
4 Rollen
Fuß zu
gen wer
müßte,
ende KP
man dess
n ist; a
trächtlich
die Nutzl

Aufl. 1. Man hat hier wie im vorigen Falle
81)

Spannung nach HJ = P′
— FG = P″
— BE = P‴
— vA = P⁗
— ew = P^{v}

(§. 81. no. 1 und 2), wenn für alle Rollen und
Bolzen die mittleren Halbmesser R, ϱ angenom-
werden,

$$P' = \frac{(R-\mu\varrho).P-B}{R+\mu\varrho+0{,}053.\delta^{1,4}}$$

$$= \frac{(R-\mu\varrho).P-B}{A}$$

$$P'' = \frac{(R-\mu\varrho).P'-B}{A}$$

$$P''' = \frac{(R-\mu\varrho).P''-B}{A}$$

w.

a. Wenn nun wie (§. 81. no. 3)

Q′ den lothrechten Druck bei L
Q″ den — — — bei C
Q‴ den — — — bei e

het, und S wie vorher die Sehnen GH, AB
ackt, so hat man

$$Q' = \frac{S}{R}.P''$$

$$Q'' = \frac{S}{R}.P''''$$

$$Q''' = P^{v}.$$

Läßt

Läßt man nun B in den Werthen von P
weg, so hat man

$$Q' = \frac{S}{R} \cdot \frac{R-\mu\varrho}{A} \cdot P'$$

$$= \frac{S}{R} \cdot \left(\frac{R-\mu\varrho}{A}\right)^2 \cdot P$$

$$Q'' = \frac{S}{R} \cdot \left(\frac{R-\mu\varrho}{A}\right)^4 \cdot P$$

$$Q''' = \left(\frac{R-\mu\varrho}{A}\right)^5 \cdot P$$

und nun für diese 2rollige Flasche

$$Q = Q' + Q'' + Q''' =$$

$$\frac{S}{R} \cdot P \cdot \left(\left(\frac{R-\mu\varrho}{A}\right)^2 + \left(\frac{R-\mu\varrho}{A}\right)^4\right) + \left(\frac{R-}{}\right.$$

oder allgemein, wenn die untere Flasche (fig

Demnach hier

$$Q = \left(\frac{1 - \left(\frac{R - \varrho\mu}{A}\right)^{2n}}{\left(\frac{A}{R - \varrho\mu}\right)^{2} - 1} \cdot \frac{S}{R} + \left(\frac{R - \mu\varrho}{A}\right)^{2n+1} \right) . P$$

und

$$P = \frac{Q}{\frac{S}{R} \cdot \frac{1 - \left(\frac{R - \varrho\mu}{A}\right)^{2n}}{\left(\frac{A}{R - \varrho\mu}\right)^{2} - 1} + \left(\frac{R - \mu\varrho}{A}\right)^{2n+1}}$$

Zus.

§. 85. Wird Reibung an den Polzen und Stei-
keit des Seils bei Seite gesetzt, so erhält man
ch §. 82)

$$Q = (n . \frac{S}{R} + 1) . P$$

Setzt man nun überdas $\frac{S}{R} = 2$, so wird

$$Q = (2n + 1) . P = 2 . (n + \tfrac{1}{2}) . P$$

her sagt man, ein Flaschenzug der andern Art
. 54), dessen bewegliche Flasche n Rollen führt,
e sich als ein Flaschenzug der erstern Art (fig. 53)
achten, dessen bewegliche Flasche $n + \frac{1}{2}$ Rollen
re, weil für diese, wenn keine Nebenhindernisse
handen wären, gleichfalls $Q = 2 . (n + \frac{1}{2}) . P$
n würde (§. 82).

Inzwischen gilt dieser Satz nur, wenn alle Ne-
hindernisse bei Seite gesetzt werden.

Anm. In der Ausübung werden sowohl Mensch
Thiere, nur letztere seltener, bei Flaschenzügen zu
bung der Lasten gebraucht. Die Anzahl der erfod
Thiere oder Menschen, welche zur Erhebung einer
erfoderlich sind, läßt sich, sobald P berechnet i
(§. 28) leicht bestimmen. Wenn die Kraft eines
pfes überhaupt p heißt, und die erfoderliche Anzal
so hat man

$$N = \frac{P}{p}$$

Die Geschöpfe müssen nur Anfangs etwas me
anwenden, d. h. eine Kraft, die grösser als p ist.
her setzen sie die Bewegung mit ihrer gewöhnliche
und der ihnen eigenen Geschwindigkeit fort.

Hierher gehörige Schriften.

Lempe angef. Lehrbegr. I. B.

Prony angef. Archit. Hydraul. 1 B.

...sen durch Haupt- und Hülfsärme um eine Welle ...stiget und wie dasselbe ringsum am inneren Rande ...hlt sind, so daß diese Dihlstücke den Radboden ...en. Der zwischen beiden Radkränzen und dem Bo...n auf diese Weise gebildete Kanal ist durch Schied...de in einzele Zellen oder Sackschaufeln abgetheilt, ... das Wasser auffangen, welches aus einem ober...lb dem Rade angebrachten Gerinne zwischen beiden ...änzen auf das Rad herabstürzt. Sind nur die Zel...n auf jeden Fall geräumig genug, so wird die eine ...dhälfte durch das herabstürzende Wasser solange mit ...asser beschwert, bis die Bewegung und endlich der ...ichförmige oder ungleichförmige Beharrungsstand ...tritt. Wenn ef (fig. 55) die ganze Breite eines ...anzes und $eD = \frac{1}{3} ef$ ist, so ist ein mit CD auf ...m Kranz aus des Rades Mittelpunkt beschriebener ...reis der Theilriß.

Jede Schiedwand besteht aus zweien unter einem ...icklichen Winkel zusammengesetzten Bretstücken, wie ...p und pq, wovon das kleinere an dem Boden an...gende op die Bodenschaufel oder Riegelschaufel ge...nnt wird, das grössere aber, wie pq, welches bis ...n den äusseren Rand der Kränze reicht, die Stoß...aufel heißt.

Anm. Der Bau des Rades ohne die Schaufeln ist oben (§. 60. Anm.) schon beschrieben worden. Hier bemerke ich nur noch, daß die ganze Breite ef gewöhnlich 10, und nur bei sehr vielem Aufschlagewasser bis 12 Rhl. Zolle beträgt; nicht weniger, um hinlänglich geräumige Zellen zu erhalten; aber auch nicht mehr, um die Kraft von der Umlaufsaxe möglichst zu entfernen.

einen Steft
CD mit ein
so daß der

2. Au
der Schaufe
rechtwinklich
mit sich die
den. Man
soviel Theile
Räder von
fel als die
wird so gen
Zahl giebt,
jeden einzele
nach D und
schnitten.
72 Schaufel
Durchmesser
che Theile ei

3. Nun

dadurch wird die Lage der Stoßschaufeln pq, rq u. s. w. bestimmt.

Die Lage der zugehörigen Riegel- oder Bodenschaufeln ergiebt sich, indem man aus den Theilungspunkten gerade Linien nach dem Mittelpunkte C zieht.

I. Oder: man nimmt $vG = \frac{1}{3}$ vom Quadranten vD und zieht durch G die nm senkrecht auf Cv; dann macht man $wGn = 78°$, so ist nG die Lage der Stoß- und Gw die Lage der Bodenschaufel. Hier wird also $nGC = 120°$.

Anm. Durch beide Methoden will man den Zweck erreichen, daß die Schaufeln oder Zellen ihr Wasser nicht zu frühe verschütten und doch auch nicht zu lange behalten, sondern es vollends ausschütten, bevor sie die tiefste Stelle erreichen. Ich habe mich allemal der erstern Methode bedient. Uebrigens ist bei der letzteren Methode der Winkel $GCm = 30°$ wohl um etwas zu groß, ich würde ihn lieber nur $= 25°$ nehmen, damit die Stoßschaufel nicht zu frühe in die horizontale Lage Gn komme; auch ist nicht abzusehen, was die Stellung der Riegelschaufel (no. II) für einen Vorzug vor der (no. III) haben und warum wGn gerade $= 78°$ seyn solle.

Stoß- und Riegelschaufel habe ich meistens in einem Stück aus einem starken Klotz ausschneiden lassen.

Damit das Wasser gleich beim ersten Einstürzen schon ein merkliches statisches Moment erhalte, so wird das Gerinne so gelegt, daß das Wasser gleich in die 3te Schaufel von oben herab einschiesse.

Erklärung 30.

§. 88. Das Wasser fängt beim Umlaufe des Rades, wegen der Schwungkraft, allemal noch früher verschüttet zu werden als im ruhigen Stande,

3 bezeichne
das Wasser
wasserhaltig

§. 89.
ist der wass
nem ruhig
ser die Uml
wegen der E
auf; es bra
mal einige
chen, ie sch
ser ist der
der Zeit, bi
wird, selbst
diese Einschu
ser auf ihre
B. schon bis
ner wäre als

Aufg. 18.

§. 90. Es ist die Umlaufszeit des Rades, die
ge des Aufschlagswassers für iede Sekunde und
Anzahl sämmtlicher Schaufeln gegeben: man soll
Wassermenge bestimmen, mit der iede Zelle im
rhaltigen Bogen während dem Umlaufe be-
ert ist.

Aufl. Das Rad mache in T Sekunden einen
gang, die Anzahl sämtlicher Schaufeln sey $= N$,
Menge des in einer Sekunde beifliessenden Auf-
agewassers $= K$ Kubikfussen; so kommen in 1 Sek.
Schaufeln beim Einflusse x (fig. 55) vorbei.

Diese $\frac{N}{T}$ Schaufeln empfangen also zusammen
Wassermenge K, folglich empfängt iede einzele
eine Wassermenge

$$= \frac{K}{\left(\frac{N}{T}\right)} = \frac{T.K}{N}$$

Zus.

§. 91. Die von der Einschußschaufel bei x
55) aufgenommene Wassermenge heisse k, der
messer des Theilrisses CD sey $= R$; weil man
mit hinlänglicher Genauigkeit für die Ausübung
Schwerpunkt des Wassers im Theilriß (bei 3) an-
men kann, so erhält man nach (§. 65)

Punkt de
Bogens

wo dy, h3 P
rechten Halbme
auf den lothre

das mittl. s
beladenen
rem Wege
zen wasser

Wenn nu
N Schaufeln

mit dem mittlere

wirkt, also all
Moment

Hält also der wasserhaltige Bogen n Schaufeln, das mittlere stat. Mom. dieser n Schaufeln, d. Wassermenge $\frac{n}{N} \cdot T . K$

$$= \frac{a\beta}{\text{Bog } 3d} \cdot R \cdot \frac{n}{N} \cdot T . K = \frac{a\beta}{\text{Bog } 3d} \cdot R . n . k$$

Ich habe diese Deduktion des statischen Momentes ...lt, weil ich sie weiter unten brauchen werde. Sonst ...ich dasselbe geradezu aus (§. 65), wenn man die ...en in allen Punkten gleich schweren Bogen betrach... ...essen Gewicht dem der Wassermasse n.k gleich ist.

Aufg. 19.

Es ist die in einer Sekunde beiflie... ...ge Aufschlagwassers K, der Halbmesser ...es R, und die Entfernung r gegeben, die Last Q mit unveränderlichem Mo... : man soll die Bedingungen des Gleich... ...ischen K und Q oder die Bedingungen ...rmigen Beharrungsstandes bestimmen

1. Weil nichts darauf ankommt, ob ...wicht durch das Gewicht eines am Um... ...chten Thieres oder durch das Gewicht ei... ...ang aufgenommenen Wassermasse erhalten ...t man völlig wie (§. 61), nur $\frac{a\beta}{\text{Bog } 3d}$ ... $-\frac{b}{R}) . \alpha$ geschrieben,

$$\ldots - \varrho \cdot \mu) . P = (r + \varrho\mu) . Q + \varrho . \mu . p$$

 Dabei

2. B

so ist P :

$\frac{\text{Bog } 3d}{\pi . 2R}$. T

$\Big(\frac{R . \alpha\beta}{\zeta}$ —

oder

$\Big(\frac{\alpha\beta}{2\pi} - \frac{\mu}{2\pi}$

3. M

K

und

Q

π ist die be

ur letzten Bestimmung aller Stücke im beständigen
mmenhange mit der Theorie bleiben wollte, so
e man, ohne viel für die Genauigkeit zu gewin-
, auf einen Ausdruck kommen, der durch seine
läuftigkeit für die Ausübung ganz unbrauchbar
en würde. Man kann sich daher mit folgender
chtigung begnügen:

Für eine sehr langsame Bewegung nehme man

$$Dd = \text{Bog}\, 50^\circ,\ D3 = \text{Bog}\, 90^\circ - \frac{3}{N} \cdot 360^\circ$$

$$\xi = \text{Bog}\,(Dd + D3) = \text{Bog}\,(140^\circ - \frac{3}{N} \cdot 360^\circ)$$

$$(140 - \frac{3}{N} \cdot 360) \cdot \frac{2\pi R}{360} = (0{,}77 - \frac{6}{N}) \cdot \pi R$$

Zugleich wird nun

$$\alpha\beta = (\text{Cos}\, 40^\circ + \text{Cos}\, \frac{3}{N} \cdot 360^\circ) \cdot R$$

(no. 3) $Q =$

$$\frac{\left(\left(\text{Cos}\, 40^\circ + \text{Cos}\, \frac{3}{N} \cdot 360^\circ\right) \cdot R - \mu\xi \cdot \pi \cdot \left(0{,}77 - \frac{6}{N}\right)\right) TK}{2\pi \cdot (r + \xi\mu)} - \frac{\xi\mu p}{r + \xi\mu}$$

Um nun auch noch dem Stoße des Wassers Rech-
zu thun, kann man die Hälfte der Fallhöhe $\delta\alpha$
zu der Höhe $\alpha\beta$ addiren; setzt man also $\delta\alpha = h$,
giebt sich

$Q =$

und K =

$$\frac{((r+\varrho\mu).Q+\mu\varrho\text{P}\ldots}{((\text{Cos}\,40^\circ+\text{Cos}\,\frac{3}{N}.360^\circ).R+\frac{1}{2}h-\mu\ldots}$$

Aber dieses gilt nur für sehr l[...] gen, weil für eine etwas merkliche [...] Rades der wasserhaltige Bogen sch[...] wird (§. 89). Aber wegen der z[...] setzten Ausdrücke, auf welche hier [...] mungen der Lagen von 3 und d [...] verschiedenen Geschwindigkeiten des [...] den, muß man sich mit einer beilä[...] in der Ausübung begnügen. Heiß[...] keit des Theilrisses c, die der Höhe [...] so multiplicire ich im vorstehenden [...]

Nenner mit $1-\frac{c}{C}$, um K für [...]

c allgemein auszudrucken, oder den [...]

ch, und es wird nur anfänglich Ueberwucht erfo-
die dann von selbst eintrit, weil sich alle Schau-
eim ruhigen Stande voller anfüllen. Für den
(§. 63) aber hat man wie dort K =

$$\frac{\left((r+\mu\varrho).Q+\mu\varrho p\right).2\pi.\frac{C}{C-c}}{40^\circ+\cos\frac{3}{N}.360^\circ).R+\frac{1}{2}h-\mu\varrho\pi.(0{,}77-\frac{6}{N})\right).T} + V$$

Zus. 2.

§. 94. Ist an der Welle des Wasserrades ein
zapfen angebracht, dessen Arm die Höhe r hat,
at man nun an der Warze dieses Krummzapfens
st Q, so wird wie (§. 65) K =

$$\frac{\left((0{,}637.r+\mu\varrho).Q+\mu\varrho p\right).2\pi.\frac{C}{C-c}}{40^\circ+\mathrm{Cos}\frac{3}{N}.360^\circ).R+\frac{1}{2}h-\mu\varrho\pi.(0{,}77-\frac{6}{N})\right).T} + V$$

Zus. 3.

§. 95. Weil $\frac{2\pi.R}{T} = c$ und $\frac{2\pi R}{c} = T$, so
m auch (§. 93) K =

$$\frac{\left((r+\mu\varrho).Q+\mu\varrho p\right).c.\frac{C}{C-c}}{40^\circ+\mathrm{Cos}\frac{3}{N}.360^\circ).R+\frac{1}{2}h-\mu\varrho\pi.(0{,}77-\frac{6}{N})\right).R} + V$$

und

und

(K—V)

also

c :

woraus si

Ist i
dessen Arn
r geschrieb

Anm.
nie klei
fend wi
räumig

bei anwe

:n Nachtheil des zu frühen Verschüttens da-
mindern, daß man den unteren Quadranten
in einem kreisförmig gekrümmten Gerinne, ei-
:l, laufen läßt, der aber bei wenigem Auf-
ohne allen Nutzen ist.

: werden die Räder entweder in verzimmerte
mauerte Radstuben eingehenkt; die Well-
in eisernen oder messingenen Pfannen, die
llen heissen. Jede Anwelle wird in ein star-
es Zapfenkloz, Angewäge oder Ange-
gelassen.

e Gelegenheit gestattet, bricht man die Rad-
r Anhöhe aus und führt darin die Radstu-
so auf, daß sie sich zu beiden Seiten gegen-
völbt; in der Mitte läßt man die Mauer noch
en Fuß in die Radstube vorspringen. Fig 56
he Vermauerung im wagrechten Durchschnitte.
ergebenden Quadratflächen $\alpha\beta\gamma\delta$ werden jede
tarken Gevier (einem viereckten Rost von
elegt, auf dieses das Angewäge gehörig befe-
n die Anwelle in das Angewäge eingelassen.
e hintere am Gebirg anliegende Wand ist, so
ie vordere CD ein kleines Gewölbe zum Ab-
assers durchgeführt; wird dieses etwa $3\frac{1}{2}$ bis
gemacht, so dient es auch zugleich zu einem
die Radstube.

ierher gehörige Schriften.

folg. Kap.

§. 97. Das gewöhnliche
Wasserrad (rota
am Umfange mit Schaufelbret
das seine Bewegung durch den
welchen ströhmendes Wasser auf
übt, indem die Wassertheilchen
rechten Ebene anstossen, in w
sene Punkt des Rades herumla
Straubrad, wenn die Scha
sern Umfange eines einfachen Kr
den; ein Staberrad, wenn
oder zwischen zweien Kränzen e
Die Schaufeln der Straub- oder
der Regel nach in einem Gerinne
flaches Gerinne, Schußgerinne, G
ein nach einem Kreisbogen gekrüm
kröpftes Gerinne, Kropfgerinne is
bis nahe an den Einschuß, d. h. b
nung, von welcher das Wasser h

vorstehenden Rädern unterscheiden sich noch
m freien Strohme, wie die Schiffmühlen.
39) und die gleichfalls hierher gehörigen
§ 150).

n Bau des unterschlächtigen Rades ohne Rück-
die Schaufeln lernt man aus (§. 60. Anm.) ken-
er Kranz eines Straubrades kann 2 Rhl. Zolle
breit und 5 bis 6 Zolle dick seyn. Werden bei
aberrade, das allemal zwei parallele Kränze führt,
ufeln auf dem äusseren Umfang dieser Kränze be-
so können solche die eben erwähnten Abmessungen
werden aber die Schaufeln zwischen den beiden
eingesetzt, so können diese Kränze ganz so wie bei
schlächtigen Rädern eingerichtet seyn, nur noch
von 12 bis 15 Zollen, nach der kleinern oder grös-
ge des Aufschlagwassers.

Die Schaufeln der in Schußgerinnen laufenden
d ebene Brettstücke, deren Seiten ein Rektangel
aber sie auch Schaufelbretter genennt wer-
e Kropfräder führen zwar häufig auch bloße Schau-
, so daß auch Straubräder zu Kropfrädern gemacht
Weil inzwischen bei den Kropfrädern die auf den
liegende Wassermasse vermöge ihres Gewichts
soll, und das Kropfrad, als unterschlächtiges
en Boden führt *), so sind blosse Schaufelbretter
frade nicht angemessen; das Straubrad paßt also
einem Kropfrade, und das Staberrad nur dann,
zwischen seinen Kränzen eingesetzten Schaufeln
ft, d. i. auf eine ähnliche Weise wie bei den
htigen gebrochen oder aus zwei Brettstücken zu-
setzt sind, damit sich zwischen der gekröpften
und dem Boden des Kropfgerinnes eine Zelle
Sackschaufel bilde (s. unten §. 99).

Aufg.

den würde es zu einem mittelschlächtigen
achen, von dem ich hier nicht besonders handeln

werden.
ser anzusch
welche dies
verursacht,
Querschnitt
ren Quersc
Schaufel v
aufgenomm
ist, wo er
der Untersch
kleiner seyn
Vergleichun
Rücksicht de
näher die S

Inzwi

Ein a
weit schädlich
von einande
in der ietzig
Augenblick a

Ich will diesen Raum den schädlichen Raum un-
den Schaufeln nennen.

Je näher die Schaufeln zusammengerückt werden,
o mehr wird dieser schädliche Raum unter den
aufeln vermindert, also desto grösser, in Rücksicht
diesen Umstand, der Effekt des Rades.

Inzwischen hat sehr enge Schaufelung wiederum
Nachtheile. Einmal hat Verengung des Raums
chen den Schaufeln einen nachtheiligen Einfluß auf
ung und Geschwindigkeit des anschlagenden Was-
; fürs andere wird, weil die Schaufeln keine
flächen, sondern Brettstücke sind, die Summe
vom unteren Rande der Schaufeln aufgefangenen
serfäden desto beträchtlicher, ie enger die Schau-
n zusammengerückt sind, wie man aus (fig 58)
licher sehen kann; und hierdurch wird der Effekt
rum vermindert.

Es ist daher eines Theils nicht möglich, die vor-
hafteste Anzahl von Schaufeln theoretisch genau
men zu wollen, und andern Theils dieser Mangel
genauen theoretischen Bestimmung für die Voll-
enheit der Maschinenlehre sehr unbedeutend.

Die gewöhnliche Vorschrift der Mühlenärzte ist:
Rade doppelt soviel Schaufeln zu geben, als sein
chmesser Fusse hat. Man kann sich immerhin an
Regel halten, wenn man den Durchmesser des
es nimmt, in welchem sich der äussere Rand der
aufeln herumbewegt, und überdas Nürnberger
verstanden werden. Zur bequemeren Abtheilung
man dann diese Zahl, wenn sie nicht durch 4
ar ist, so ab, daß sie sich genau durch 4 theilen
. - Z. B. einem Rade, das mit Inbegriff der
aufelung 17 Fusse im Durchmesser hätte, könnte

es können
Felchen durc
haben, an
werden, wi
an den Flü
den Durchsch
kerer Befestig
aussehen, s
bracht wird,
Ende eines
Bugs wie (
der Stoßfläch
festgeschroben

II. Wenn

1. Die
Straubrade b

2. Die
den beiden Kr
iedem Kranze

Aufg. 21.

§. 99. Ein unterschlächtiges Rad in nem Kropfgerinne gehörig zu schau- ln.

Aufl. I. Für einen niedrigen Kropf.

Weil in diesem Falle das Wasser nur die unteren aufeln trifft, welche mit dem Horizonte schon einen kel von mehr als 60° und meistens schon über machen, so kann in einem solchen Gerinne ein ähnliches Straub- oder Staberrad nach (§. 98) legt werden.

II. Für einen hohen Kropf (Kropfrad).

1. Die Anzahl der Schaufeln kann wie bei ei- oberschlächtigen Rade bestimmt werden.

2. Weil das Kropfrad wie das oberschlächtige schaufeln bekommt, so ist jede solche Schaufel aus r Stoß- und einer Riegelschaufel zusammengesetzt, r auch solche allemal zwischen den beiden Kränzen setzt werden müssen. Die Lage beider Schaufeln mt man nun auf zweierlei Weise.

Allemal theilt man den lothrechten Halbmesser äusseren Umfang des Rades in soviele gleiche e, vom Mittelpunkt abwärts numerirt, als der anz Schaufeln bekommt, welche von unten nach numerirt werden; und nun zieht man von der r am Umfange, welche zunächst unter der Stelle , wo der Kropf anfängt, mit dem Umfange des es koncentrisch herabzulaufen, eine gerade Linie zu enigen Theilungspunkt des Halbmessers, welcher derselben Ziffer bezeichnet ist, wie hier (fig. 63) 55.

4. Im

der 55 durch
Länge der St
Stoßschaufeln
des Theilrisses
Bestimmung t
die em = 5e

5. Im a
55 gleichfalls
aber in e ein
ches dann Lage
sen Fall bestim

Anm. Man
auch die Feld
ter als beim
schaufeln (fig
völligen Aufn
Wassers, un
terschlächtigen
schlächtigen)
genug, ohne

schen den Schaufeln selbst im Rad hinabstürzen und dabei doch zur Verstärkung der Gewalt noch mitwirken; 3) wo Leichtigkeit des Rades von Nutzen ist, hat man auch den Vortheil grösserer Leichtigkeit.

Aufg. 22.

§. 100. Aus den Bestimmungsstücken, die das Verhältniß zwischen Kraft und Last bei ei- unterschlächtigen Rade in einem flachen Gerinne (Schußgerinne) Einfluß haben, jenes Verhältniß zu bestimmen, daß man, für die Ausübung, der Wahrheit nahe genug kommt, unveränderliches Moment der Last vorausgesetzt (fig. 64).

Aufl. 1. m sey ein Punkt in der Oberfläche vor dem Gerinne gestemmten Wassers, nahe an der Stelle, wo es herabzustürzen anfängt, so daß es im Gerinne AB die Schaufeln erreicht; ab sey mittlerer auf $\alpha\beta$ senkrechter Wasserfaden, dessen man ohne merklichen Fehler als bekannt anneh- darf; mn sey die ganze mittlere Fallhöhe. Es ferner:

die Menge des in 1 Sek durch das Gerinne ströhmenden Wassers $\Big\} = A$

die Menge des Wassers, welches durch den schädlichen Raum im Gerinne unter und neben dem Rade durchfließt $\Big\} = a$

die Geschwindigkeit, welche das Wasser in dem Querschnitte $\alpha\beta$ bei b haben würde, wenn es frei durch das Gerinne durchströhmte $\Big\} = C$

c entgegen gesetzt werden dürft
nach (§. 52)

$$R.p = R.\left(\frac{C-c}{2g}\right.$$

setzen,

nicht nur wenn das Wasser unm
gegen die lothrechte Schaufel αβ

sondern auch, wenn das ströhme
oder zum Theil von einer ande
γδ, aufgefangen wird.

Es sey z. B. des Wasser
sches Moment in b = R.𝔄,
dieser Faden in ε aufgefangen,
sche Moment des Stoßes diese
$C\varepsilon \times \mathfrak{A}.\sin b\varepsilon C = C\varepsilon.\sin b$

Es ist also für das stat.
Wasserfadens gleichgültig, ob
rechten αβ oder von einer sc
aufgenommen wird, insoferne

Weil nun der Stelle b Umlaufsgeschwin-
digkeit $= c$ ist, so hat man

$$v = \frac{C\alpha}{Cb} \cdot c$$

Es ist aber des Punktes α Geschwindigkeit
noch $\alpha b = \frac{\alpha b}{\alpha x} \cdot v = \frac{Cb}{C\alpha} \cdot v = \frac{Cb}{C\alpha} \cdot \frac{C\alpha}{Cb} \cdot c$
$= c$, also weicht die Stelle α dem Wasserfaden
…as mit eben der Geschwindigkeit aus, mit wel-
cher ihm auch der Punkt b ausweicht; folglich
bleibt auch für das in Bewegung gesetzte Rad
das stat. Mom. eines jeden Wasserfadens unge-
ändert, er mag an $\alpha\beta$ oder an $\gamma\delta$ anschlagen.
…dieses nur: woferne es für den senkrechten Stoß
…ltig ist, ob die Fläche, die den Stoß senkrecht
…mt, im Gerinne beständig bei b bleibt, oder
…n sie während dem Abflusse des Wassers plötzlich
…t in α, d. i. näher an mn anbrächte.

Wenn gleich die letzte Voraussetzung (no. 1.
…e) nicht genau statt hat (§. 48), so weicht sie
… der nahen Zusammenstellung der Schaufeln
…ig von der Wahrheit ab, zumal bei Schau-
…e sich selbst in Bewegung befinden und daher
ihnen anliegenden Wasser noch eine beträcht-
…hwindigkeit lassen.

…t kann daher diesen Umstand bei Seite setzen,
…e Ausübung das statische Moment der Kraft

$$= R \cdot \frac{C-c}{2g} \cdot (A-a) \cdot G$$

setzen, wenn S das Gewicht von einem Kub. F[illegible]
Wasser bedeutet und alles in Fußen ausgedrückt w[illegible]

3 In der Entfernung r von der Axe C sey [illegible]
Last Q mit unveränderlichem Moment angebracht, [illegible]
ist ihr Moment

$$= r . Q$$

4. Des Rades Gewicht sey $= p$, der Halbm[illegible]
ser der Wellzapfen $= \varrho$, so hängt die Reibung an de[illegible]
Zapfen nicht bloß von p, sondern auch von Q un[illegible]
von p' (oben S. 56) ab, und es kommt bei de[illegible]
Einflusse von Q auf die Reibung wiederum auf d[illegible]
Richtung an, nach welcher Q wirkt.

Weil aber der von p herrührende Theil der Re[illegible]
bung allemal einen ganz unbedeutenden Theil der ge[illegible]
sammten Last ausmacht, der von Q herrührende gleich[illegible]
falls von geringer Bedeutung in Vergleichung mit der
gesammten Last ist, und der Reibungskoefficient [illegible]

5. Aus der Fallhöhe H fände man $C = 2\sqrt{gH}$; arf aber für H hier nicht die ganze Wasserhöhe ig. 64) gebrauchen, sondern muß den Werth von

$$k - a . \left(1 - \frac{Cos(\tfrac{1}{2}\alpha + 78^\circ)}{Cos 84^\circ}\right) \quad (\S. 52)$$

I setzen.

Den Werth von a muß man aus dem mittleren einhalt des schädlichen Raums unter und neben ade im Gerinne bestimmen.

Da sich die Geschwindigkeit des durch diesen durchströhmenden Wassers so wenig als die Zunziehung, welche dabei eintrit, mit einiger Geeit bestimmen läßt, so muß man sich hier wiemit einer nur beiläufigen Bestimmung begnügen.

Setzt man den mittleren Flächeninhalt des schädRaums = F, so kann man

$$a = \tfrac{1}{2} C . F$$

en.

So hat man also für den gleichförmigen Beharstand

$$Q = \frac{R . \frac{C - c}{2g} . (A - \tfrac{1}{2} C . F) . \mathfrak{S} - \varrho . \mu . p}{r + \varrho\mu}$$

us sich auch

$$= \frac{(r + \mu\varrho) . Q + \mu\varrho p}{R . \frac{C - c}{2g} . \mathfrak{S}} + \tfrac{1}{2} C . F$$

it.

Aus

Wenn daher diese erfoderliche Ueb
V heißt, so muß

$$\frac{C-c}{2g}.(A-\tfrac{1}{2}C.F).\mathfrak{S} = \frac{(r+g\mu}{}$$

seyn. Also

$$Q = \frac{R.\left(\frac{C-c}{2g}.(A-\tfrac{1}{2}C.F).\right.}{r+g\mu}$$

Zus. 2.

§. 102. Wäre die Last Q a
zapfen angebracht, dessen Arm oder
hätte, so wäre

$$Q = \frac{R.\left(\frac{C-c}{2g}.(A-\tfrac{1}{2}C.F).\right.}{0,637.r+}$$

$r + \varrho\mu$

barauf ankommt, daß der Zähler ein ma-
erde. Dieses geschieht, wann der Zähler
aximum wird.

ie Differentialrechnung giebt

$$\frac{CF).\mathfrak{G}.R}{2g}.(C-2c).dc - RVdc - \varrho\mu pdc = 0$$

$$\frac{CF).\mathfrak{G}.R}{2g}C - (RV + \varrho\mu p) = \frac{(A-\tfrac{1}{2}CF).\mathfrak{G}R}{g}.c$$

$$\tfrac{1}{2}C - \frac{(RV+\varrho\mu p)}{(A-\tfrac{1}{2}CF).R.\mathfrak{G}}.g$$

nel geht auf den ungleichförmigen Behar-

§. 104. Wenn r, v und μ =

den, so erhält man $\frac{r}{R}.c.Q$ oder To

$$c.\frac{C-c}{2g}.A.\mathfrak{G} \quad ($$

also, wenn man für diese Voraussetz

von c substituirt, welcher den größ

d. i. $\frac{1}{2}C$ statt c schreibt,

der größte Totaleffekt =

$$\frac{1}{2}C.\frac{C-\frac{1}{2}C}{2g}.A.($$

$$=\frac{1}{2}.\frac{C^2}{4g}.A.\mathfrak{G}$$

oder wenn die zu C gehörige Höhe h

kleiner als die ganze wirkliche Fallhöhe

$$=\frac{1}{2}h.A.\mathfrak{G}.$$

Aufg. 24.

schwindigkeit der Schaufeln bei iedem Rade und daraus entstehenden größten Totaleffekt.

Aufl. 1. Setzt man die Geschwindigkeit c der Schaufeln des ersten Rades $= n . C$, so daß n einen Bruch und C die Geschwindigkeit des Wassers wie (103) bedeutet, so kann man den Totaleffekt des ersten Rades durch

$$\frac{A}{2g} . (C - n . C) . nC . \mathfrak{G}$$

$$= \frac{A}{2g} . n . (1 - n) . C^2 . \mathfrak{G}$$

ausdrucken.

2. Die Geschwindigkeit der Schaufeln des zweiten Rades sey $= m . c$, so ist der Totaleffekt des zweiten Rades

$$\frac{A}{2g} . (c - mc) . mc . \mathfrak{G}$$

$$= \frac{A}{2g} . m . (1 - m) . n^2 . C^2 . \mathfrak{G}$$

3. Die Summe der Effekte (no. 1 und 2) ist

$$\frac{A}{2g} . C^2 . \left(n . (1 - n) + m . (1 - m) . n^2\right) . \mathfrak{G}$$

4. Nun mag n welchen Werth man will haben, so wird allemal m . (1 — m) ein maximum für $m = \frac{1}{2}$; es mag also der Effekt des ersten Rades oder der Werth von n wie man will beschaffen seyn, so ist der größtmögliche Effekt des zweiten Rades allemal =

$$\frac{A}{2g} . \frac{1}{2} . (1 - \frac{1}{2}) . n^2 . C^2 . \mathfrak{G} = \frac{A . C^2}{2g} . \frac{1}{4} n^2 . \mathfrak{G}$$

5. Da-

7. Man hat
der Räder zusamm

die Gesch
ersten

die des zu

8. Die Sum
nun vermöge no.

$$\frac{A}{2g} . C^2 . ($$

$$= \frac{A}{2g}$$

oder auch $= \frac{2}{3} . A$

wo h die zu C gehö

9. Der größtm

Zus.

. 106. Sollen beide hinter einander liegende gleichen Effekt leisten, und werden die vorigen ssetzungen beibehalten, so muß man im vor. §.

$$n.(1-n) = m.(1-m).n^2$$

Weil nun jeder Werth von n für den größten fekt $m = \frac{1}{2}$ erfodert, so hat man für den jetzi- ill

$$n.(1-n) = \tfrac{1}{2}.(1-\tfrac{1}{2}).n^2$$

$$1-n = \tfrac{1}{4}n, \text{ also } n = \tfrac{4}{5}$$

Sollen demnach beide Räder zusammengenommen ßtmöglichen Effekt leisten, welcher mit der Vor- ung, daß beider Effekte gleich groß seyen, be- kann, so ist

die Geschwindigkeit des ersten Rades $= \frac{4}{5}C$

die des zweiten $= m.\frac{4}{5} = \frac{2}{5}C$

r Totaleffekt eines jeden ist in diesem Falle

$$\frac{A}{2g}.n.(1-n).C^2.\mathfrak{G} = \frac{A}{2g}.\tfrac{4}{25}.C^2.\mathfrak{G}$$

$$= \tfrac{8}{25}.\frac{C^2}{4g}.A.\mathfrak{G} = \tfrac{8}{25}.h.A.\mathfrak{G}$$

ihre Summe $= \frac{16}{25}.h.A.\mathfrak{G}$

eichfalls sehr nahe $= \frac{2}{3}h.A.\mathfrak{G}$, wie im § .

. 1. Die vorstehenden Resultate veranlaßten Hrn. rstner zu dem Vorschlage, bei Mühlwerken, die von erschlächtigen Rädern betrieben würden, allemal mehr Räder in einem Gerinne hinter einander anzubringen, um

um dadurch ihren Effekt zu vergrössern. Weil
Erhaltung des größten Vortheils nicht auf den
dern auf den Nutzeffekt ankommt, so ist hier e
Frage, ob letzterer bei zwei hinter einand
Rädern grösser sey, als bei einem? ich hab
meines Handb. der Maschinenl. S. 152 u. f.) m
dagegen angeführt. Inzwischen ist meine
nur diese:

Wo man Wasser zur beständigen Betr
Ganges hat, sey es nie rathsam, durch
zweier Räder hinter einander die Kraft z

Hat man aber soviel Wasser, daß ohnehin
zur Betreibung der Mühle bestimmt werden,
die Frage eigentlich diese ist:

ob es besser sey, das Wasser auf zwei Räd
neben einander liegenden Gerinnen zu
oder die gesammte Wassermenge auf zw
Gerinne hinter einander liegende Räder z

so verdient allerdings die letztere Einrichtung d

Auch muß von diesem Abfalle an der Boden, über
das Wasser abfließt, auf die Länge von 10 Fussen alle-
wenigstens einen Fuß Abhang haben und soweit fort-
ırt werden, bis er unterhalb in die horizontale Ebene
bis zu welcher das Unterwasser, dem ienes zufließt,
nittlerem Wasserstand gewöhnlich reicht. Auch muß
er schädliche Raum im Gerinne so klein als möglich
cht oder überhaupt Anstalt getroffen werden, um a
ichst klein zu machen.

Aufg. 25.

106. Aus den Bestimmungsstücken, die
Verhältniß zwischen Kraft und Last bei ei-
ropfrade Einfluß haben, ienes Verhältniß so
immen, daß man, für die Ausübung, der
eit nahe genug kommt; unveränderliches Mo-
er Last vorausgesetzt (fig. 63).

ufl. 1. Wenn 5e da liegt, wo der Kropf
, koncentrisch mit dem Umfange des Rades her-

$$Q' = \frac{2g}{r + \varrho\mu}$$

3. Wenn nun Q'' der Theil v durch das Gewicht des Wassers von get wird, so hat man (§. 92. no. 3 $= \delta$ und $A - a$ statt K gesetzt,

$$Q'' = \frac{\delta . R . T . A . \mathfrak{G}}{2\pi R . r} =$$

indem man bei dieser Berechnung μ weil dem von der Reibung herrühr schon vorhin (no. 2) Rechnung get

4. Demnach $Q = Q' + Q''$

$$= \frac{R . \frac{C - c}{2g} . (A - a) . \mathfrak{G} - \varrho\mu p}{r + \varrho\mu} +$$

Schreibt man nun nach (§. 95

so verwandelt sich das letzte Glied

5. Was (§. 100. no. 6) die Höhe mn (fig. 64) ist hier die ab (fig. 63), und es wird hier wie C nach (§. 52) bestimmt.

Für a kann man wie (§. 100) $\frac{1}{2}$ C.F setzen, wo F den Flächeninhalt des schädlichen Raums im Kropfgerinne bedeutet. So giebt sich Q =

$$\frac{\frac{C-c}{2g}.(A-\frac{1}{2}CF).\mathfrak{S}-\varrho\mu p}{r+\varrho\mu}+\frac{\delta R(A-\frac{1}{2}CF).\mathfrak{S}}{cr}$$

woraus sich auch A finden läßt.

Zus.

§. 106*. Für solche Fälle wie (§. 101) wäre

$$Q=\frac{R.\left(\frac{C-c}{2g}.(A-\frac{1}{2}CF).\mathfrak{S}-V\right)-\varrho\mu p}{r+\varrho\mu}+\frac{\delta R(A-\frac{1}{2}CF).\mathfrak{S}}{cr}$$

Für die Last an einem Krummzapfen dürfte man in der letzten Gleichung nur 0,637 . r statt r schreiben.

Anm. Eigentlich ist die Fallhöhe ab, in welcher die Schaufel f vom einstürzenden Wasser erreicht wird, veränderlich, nämlich desto grösser, je grösser c wird, daß sich also die Tiefe ab eigentlich nicht so festsetzen läßt, wie es hier (no. 1) geschehen ist. Es sind also auch C und δ Grössen, deren Werthe von c abhängen. Inzwischen kann man die Bestimmung (no. 1) immer beibehalten und die daraus hergeleiteten Werthe von C und δ als unveränderlich beibehalten, weil auch bei ziemlich beträchtlichen Geschwindigkeiten des Rades das schief einstürzende Wasser doch im-

immer beiläufig in dieser Tiefe ab fällt und bei dieser Vor-
aussetzung nicht leicht um ein Paar Zolle im Werthe vo
d gefehlt werden kann, die dann dem Druck abgehen od
zufallen, aber zu gleicher Zeit beim Stoße wieder hinz
oder abgerechnet werden.

Die Fehler, die man bei der ungewissen Voraussetzu
(no. 1) in beiden Gliedern zur Rechten der Formel (no.
begeht, heben also einander noch grossentheils auf, u
der Fehler wird dadurch im Ganzen für die Ausübung f
unschädlich.

Genauere Untersuchungen würden auch hierbei wied
rum keine viel schärfere, aber eine sehr viel verwickelt
Formel geben.

Zus. I.

§. 107. Für den größtmöglichen Nutzeffekt d
Kropfrades muß wiederum c.Q ein maximum se
welches erfolgt, wenn

C—c

flachen Gerinne C die Geschwindigkeit ist, welche aus dem gesammten Gefälle mn ergiebt. Daraus :

> Unter sonst gleichen Umständen müssen, wenn der größtmögliche Effekt verlangt wird, Kropfräder allemal merklich langsamer umlaufen, als Räder im Schußgerinne.

Zus. 2.

§. 108. Der größtmögliche Totaleffekt des Kropfs ist $= \frac{1}{2} . (A - a) h . \mathfrak{G} + \delta . (A - a) . \mathfrak{G}$; erste Glied dieses Ausdrucks ergiebt sich aus 105. no. 9), das zweite aus dem 2ten (§. 106. 5), indem man F = o setzt und mit $\frac{r}{R} . c$ multiplicirt, weil der Effekt durch $\frac{r}{R} . c . Q$ ausgedruckt werden kann.

Uebrigens ist h die zu C gehörige Höhe, die also was kleiner als ab (fig. 63) ist.

Es sey die ganze Höhe ay (fig. 63) $= \mathfrak{H}$, die $= H$, so kann man h durch $H - \Delta$ ausdrucken, Δ eine kleine Grösse bezeichnet, und es ist $\delta =$ (fig. 63) $= \mathfrak{H} - H$; demnach der größmögliche des Kropfrades $= (\frac{1}{2} h + \delta) . (A - a) . \mathfrak{G}$ $(\frac{1}{2} H - \frac{1}{2} \Delta + \mathfrak{H} - H) . (A - a) . \mathfrak{G} = (\mathfrak{H}$ $- \frac{1}{2} (H + \Delta)) . (A - a) \mathfrak{G}$.

Da dieser Ausdruck bei einerlei $\mathfrak{H}$ desto grösser wird, je kleiner H ist, so erhellet, daß man bei einem bestimmten Gefälle $\mathfrak{H}$ einen desto grösseren Effekt erhält, je höher man den Kropf führt. Für $H = \mathfrak{H}$

 wird

...num. Die Gr...
für H = o, ...
könnte. Für ...

= ...

Für das R...
setzen, wo dann...
Rades Effekt ...
. (A — a) . ...
also bei einerlei...

jener zu di...
rer mehr a...

Nun kann zu...
ist aber auch be...
grösser als beim ...
Effekt des Stosses...
erhalten werden, ...
und wenn auch gl...
nommen die Grösse...
vermindern, als ...

Aufg. 26.

09. Der Flächeninhalt einer Schaufel
einem Rade im freien Strohme,
sich in der tiefsten, also in ihrer lothrech-
unter den natürlichen Wasserspiegel eintaugt,
der Halbmesser des Rades bis in die Mitte
dem Wasser eingetaugten Theils der loth-
Schaufel sey = R, dieses Mittelpunkts
digkeit = c, die natürliche Geschwindigkeit
hmwassers = C, der Widerstand, welcher
des Halbmessers R beim Umlaufe des
gleichförmigen Beharrungsstande der Kraft
esetzt seyn dürfte, = p'; die in der Ent-
r von der Axe mit unveränderlichem Mo-
gebrachte Last = Q, des Rades Gewicht
die in jeder Sekunde gegen die lothrechte
ströhmende Wassermenge = A: man soll
hältniß zwischen Kraft und Last für den
igen Beharrungsstand bestimmen.

fl. I. Es wird vorausgesetzt, daß R we-
3 mal so groß als die ganze Schaufelhöhe
lt man ohne merklichen Fehler den Mittel-
n eingetaugten Theil der lothrechten Schaufel-
Stoßpunkt annehmen könne.

m nun der Stoß im unbegränzten Wasser
so groß als im Schußgerinne ist (Hydraul.
so hat man hier nach (§. 100).

$$Q = \frac{R \cdot \frac{C - c}{4g} \cdot (A - a) \cdot \mathfrak{G} - \mu \cdot \varrho \cdot p}{r + \varrho\mu}$$

$$Q = \frac{R . \frac{C-c}{4g} . (\beta - \frac{1}{2} R . \sin v \frac{180^\circ}{N}}{r + \varrho\mu}$$

Für solche Fälle wie (§. 101) hä

$$\frac{R \left(\frac{C-c}{4g} . (\beta - \frac{1}{2} R . \sin v \frac{180^\circ}{N}) . \lambda C\right.}{r + \varrho\mu}$$

und für die Last an einem Krummzapfen
Formel nur 0,637 . r statt r geschrieb

II. Daß sich aber der Stoß im
Wasser auch gegen eine bewegte Fläch
als im Schußgerinne annehmen lasse,
hende Formel voraussetzt, ist nicht nur
wiesen, sondern wahrscheinlich falsch.

Wenn nämlich eine Fläche $= \lambda\beta$
gränzten Strohme den Stoß aufnimmt,
Wasserfäden, welche in einiger Entfer

r die Stoßfläche so wirken, wie bei einem iso-
trahl, bei welchem in solchem Falle auch eine
he, die nicht merklich vom natürlichen Quer-
des Strahls verschieden wäre, den Stoß

A leiden würde. Es muß also der Stoß im

zten Wasser dem des isolirten Strahls desto

mmen, ie grösser $\frac{c}{C}$ wird.

n geht bei einer ruhigen Stoßfläche die Hälfte
Wirkung aller Wasserfäden verlohren, die der
Strahl hervorbringen würde, man wird also,
ue Versuche hierüber bestimmter entscheiden,
rt seyn anzunehmen, daß man für bewegte

hen nicht schlechtweg $\frac{1}{2} \cdot \frac{C-c}{2g}$, sondern

$\ldots) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{C-c}{2g}$ oder $(1+\frac{c}{C}) \cdot \frac{C-c}{4g}$ setzen

0,58 . C verwandelt.

Stoßräder.

Erklärung 32.

§. 110. Man denke sich am ä
eines Radkranzes die Kreislinie, der
zugleich der Mittelpunkt des Rades ist
sey der tiefste Punkt dieser lothrechten
eine Berührungslinie des Kreises in
gleich eine Horizontallinie ist. Am Um
seyen nun die Schaufelbretter, welche
rade die erwähnte Kreisfläche senkrech
gestellt, daß die Stoßfläche mit derselbe
Winkel mache, daß also nm die Linie
in welcher eine durch gh gelegte wag
lothrechte Stoßfläche der untersten Sch
so hat man ein unterschlächtiges Rad m
ten Schaufeln, das durch einen horizo
der senkrecht gegen die durch hg ge

Aufg. 27.

111. ad (fig. 65) sey die Mittellinie ei-
rizontalen auf die Radebene senkrechten
;, hg eine durch d in der Radebene gezo-
rizontallinie, und mn die Linie, in welcher
ch d gelegte horizontale Ebene die Stoß-
r untersten Schaufel schneidet; der Winkel
y = ζ, des Rades Halbmesser von der Axe
herab gemessen sey = R, die in einer Se-
egen die Radebene ströhmende Wassermenge
die Geschwindigkeit der Wassertheilchen = C,
aufsgeschwindigkeit der Stelle d = v; die
ndigkeit, mit welcher einem in d anstossenden
heilchen die in dn liegenden Punkte der
lfläche nach der Richtung ad oder dw aus-
= c; in der Entfernung r von der Axe
it unveränderlichem Momente die Last Q;
es Gewicht sey = p: man sucht das Ver-
zwischen Kraft und Last für den gleichförmi-
arrungsstand. Es wird vorausgesetzt, daß
aufelfläche beträchtlich grösser sey als der
e Querschnitt des Strahls.

ufl. 1. Die Grösse des Stosses, welchen der
Wasserstrahl auf die Stoßfläche ausüben würde,
sie senkrecht träffe, heisse P, der also nach
itet wäre; wenn nun S der hieraus entste-
itendruck nach dg ist, so hat man (Hydraul.

$$S = P . \text{Cos}\,\zeta . \sin\zeta$$

2. Es

2. Es ist aber (a. a. O. §. 46. no. 10. I)

$$\mathfrak{P} = \frac{A}{2g} . (C - c) . \mathfrak{S}$$

also

$$S = \frac{A}{2g} . (C - c) . \mathrm{Cof}\zeta . \mathrm{fin}\zeta .$$

3. Weil nun alles wie (§. 100) bleibt, daß hier $a = 0$ und $(C - c) . \mathrm{Cof}\zeta . \mathrm{fin}\zeta$ [illegible] $C - c$ gesetzt werden muß, so hat man wie dort

$$Q = \frac{R . \frac{C - c}{2g} . A . \mathfrak{S} . \mathrm{Cof}\zeta . \mathrm{fin}\zeta - \varrho\mu [illegible]}{r + \varrho\mu}$$

4. Es ist aber $v : c = nw : dw$, also

dw Cofndw

1637 . r statt r schreiben.

Aufg. 28.

§. 113. Es sind alle Bestimmungsstücke, wel- af den Effekt des Stoßrades Einfluß haben, n: man soll die vortheilhafteste Geschwindig- es Stoßpunktes d (fig. 65) bestimmen.

Aufl. 1. Für den größten Nutzeffekt muß

Q, also auch v.Q ein maximum seyn; die- schieht Genüge, wenn (§. 112)

$$v.\left(\frac{C-v.tg\zeta}{2g}.A.\mathfrak{G}.Cos\zeta.sin\zeta-V\right)-v\varrho\mu p$$

maximum wird

2. Der Kürze wegen setze man

$$\frac{A.\mathfrak{G}.Cos\zeta.sin\zeta}{2g}=B$$

allgemein auch beim Krummzapfen.

Zus.

§. 114. 1. Es ergiebt sich als
ken Nutzeffekt bei einem unveränder
ment von Q aus (§. 112) Q =

$$\frac{R}{r+\varrho\mu}\cdot\left(\frac{A.\mathfrak{G}.Cos\zeta.sin\zeta.C}{4g}\right.$$

2. Läßt man den Strahl durch
einer dünnen Wand eines Behältniss
weiter als die Oeffnung ist, hervorsp
die Höhe des Wasserspiegels in diesen
dem Mittelpunkt der Oeffnung, der
in einer wagrechten Linie liegt, = H
hier $\frac{C^2}{4g}$ = H setzen; ist überdas de
zusammengezogenen Wasserstrahls =
der Ausflußöffnung = W, so hat
§. 5) w = 0,62 . W und A = C . w

wenn man w beibehalten will,

$$Q = \frac{R}{r + \varrho\mu} \times$$

$$\left(H.w.\mathfrak{G}.\,Cos\zeta.\,sin\zeta - \tfrac{1}{2}V - \frac{\varrho\mu p}{2R}\right)$$

9. Man kann nun auch ζ als veränderlich be- en, da man dann für verschiedene Werthe dieses els auch verschiedene Werthe von Q erhält.

Der größte Werth von Q ergiebt sich für dasie- , für welches $Cos\zeta.\,sin\zeta$ am größten wird, d. $\zeta = 45^\circ$; und da für diesen Fall $Cos\zeta.\,sin\zeta$ ist, so ist die größtmögliche Last Q, die zugleich em zu $\zeta = 45^\circ$ gehörigen vortheilhaftesten Gang Rades verbunden ist, =

$$\frac{R}{r + \varrho\mu}\,.\,\tfrac{1}{2}\left(Hw.\mathfrak{G} - \frac{RV + \varrho\mu p}{R}\right)$$

Dabei ist (§. 113. no. 3)

$$v = \tfrac{1}{2}C - \frac{RV + \varrho\mu p}{R.Cw\,\mathfrak{G}}\,.\,2g$$

Setzt man V und $\mu = 0$, so wird in diesem

$$Q = \frac{R}{r}\,.\,\tfrac{1}{2}Hw\mathfrak{G};\quad v = \tfrac{1}{2}C$$

er Effekt $= \frac{r}{R}v\,.\,Q =$

$$\tfrac{1}{4}HCw.\mathfrak{G} = \tfrac{1}{4}HA.\mathfrak{G}$$

fähr nur halb so groß als beim gewöhnlichen chlächtigen Rade (§. 104). Daher würde für $\zeta =$

$= \frac{1}{2} Cw$.
wird. In

wo aber v

her eine une
müßte.

Man si
Stoßrades d
Geschwindigke
ζ. Da aber
allemal einen
Last ausmacht
eben dadurch
muß daher d
auf die Grösse
unterschlächtige

Wo man

kann. Der Wasserstrahl kann bei dergleichen Stoßrädern auch unter andern, d. h. unter schiefen Winkeln gegen die Radebene geleitet werden. Auch lassen sich auf dieselbe Weise horizontale, d. i. Stoßräder mit stehenden Wellen anordnen, bei welchen das Wasser durch ein steiles Gerinne auf die schief gestellten Schaufeln herabstürzen kann. In Schweden werden dergleichen Räder zur Vereinfachung der zerstreut liegenden kleinen Mühlen sehr häufig gebraucht.

Hierher gehörige Schriften.

Sur la plus grande perfection possible des machines, par M. Parent. Mem. de l'acad. de Paris an. 1704.

Beyer, Mühlenschauplatz.

Sur les roues hydrauliques, par M. le Cheval. de Borda. Mem. de l'acad. de Paris an. 1767.

Kästner angef. Hydrod.

Karsten angef. Lehrbegr. V. Th.

Belidor Archit. Hydr. I. Th.

Experiences et Rémarques sur les moulins que l'eau meut par en bas dans une direction horizontale, par Mr. Lambert — in den Nouveaux Mém. de l'acad. roy. des Sc. et Belles-lettres à Berlin 1775. — eine Uebersetzung davon in der Sammlung nützlicher Aufsätze und Nachrichten die Bauk. betr. 1797.

Euleri (I. A.) Enodatio quaestionis, quomodo vis aquae cum maximo lucro ad molas circumagendas aliaue opera perficienda impendi possit. Gött. 1754.

Klügel Theoria noua motus machinarum vi aquae in rotam subtus incurrentis mouendarum — in den Comment. Soc. Reg. Sc. Gött. Vol. I. — eine Uebersetzung davon in Langsdorfs Lehrb. d. Hydraul.

Gerstner, Theorie des Wasserstoßes in Schußgerinnen, mit Rücksicht auf Erfahrung und Anwendung. Abh. der Königl. Böhmischen Ges. d. Wiss. a. B. Prag 1795.

hi
nü
2te

Bank
En

Hoffr
sich

Huth,
thei
1787

Theoreti
der
Luftr

Die me
herigen Vor

Dr

Das

gebracht, daß die Axe dieses Schwungrohres ho-
tal und mit der Axe der Tromme in einer loth-
n Ebene liegt; bei n sey wiederum eine horizon-
Röhre, die Ausflußröhre, angebracht, deren Axe
er mn einen rechten Winkel macht, und vor die
e Oeffnung dieser Ausflußröhre eine Platte, mit
Oeffnung in ihrer Mitte, vorgeschroben, damit
ei a in die Tromme einfliesende Wasser bei n
ausströhmen könne; so heißt diese Maschine das
nersche Wasserrad. Um den Theilen der
me unter sich völliges Gleichgewicht zu geben,
nan dem Schwungrohre mn gegenüber noch das
bringen, das seine Ausflußröhre an der hinte-
m Auge weggekehrten Seite hat.

Die in der Zeichnung angebrachten Stangen α,
en zur Befestigung.

. Ich habe die Theorie dieser Maschine, auch mit Rück-
t auf die von Hrn. Euler vorgeschlagenen Verbesse-
gen in meinem Lehrbuche der Hydraulik umständlich vor-
ragen, auch im 2ten Bande des Handbuchs der Maschi-
lehre noch verschiedene Untersuchungen darüber beige-
t. Hier glaube ich dergleichen theoretische Betrachtun-
n über diese Maschine ganz bei Seite setzen zu dürfen,
il sie auf einen ziemlich weitläuftigen Kalkul führen,
sen Resultate doch am Ende von der Erfahrung sehr ab-
ichen, und weil ebendiese Abweichungen ganz zum Nach-
il der Maschine ausfallen, so daß sie nach Versuchen,
ich im Kleinen darüber angestellt habe, viel weniger
tet, als die Theorie verspricht. Im Grossen könnten
lich iene Abweichungen verhältnißmässig kleiner werden.
der Form (fig. 66) ist der Effekt schon der Theorie ge-
ß sehr gering; aber nach den Eulerschen Vorschlägen
spricht die Theorie mehr als von allen vorhergehenden
sserrädern; inzwischen lassen sich diese Vorschläge in der
übung nicht befolgen.

Vierzehentes Ka[...]
Von den Windflüg[...]

Erklärung 34.

§. 116. Man denke sich eine bei[...]
gende Welle (Flüg[...]
am hinteren Ende zum Aufliegen e[...]
vornen einen Hals mit einem über d[...]
worauf der Hals aufliegt, hervorsteh[...]
rallelepipedischen Kopf hat, der ein [...]
ist; das Viereck a (fig. 67) kann [...]
Querschnitt dieses Kopfs vorstellen. [...]
Kopf denke man sich einen Baum (W[...]
und am Kopfe mehr vorwärts oder [...]
noch eine solche Windruthe CD so b[...]

[illegible]ne auf der hintern Seite unter einem spitzen, also [illegible]f der dem Auge zugekehrten Seite unter einem stum-[illegible]n Winkel schneidet.

So erhält man 4 Windflügel, die alle mit Se-[illegible]uch (nicht so gut mit eingesetzten beschindelten Rah-[illegible]n) bezogen, und durch einen der Wellenaxe beiläu-[illegible] parallel stossenden Wind auf dieselbe Weise zum [illegible]laufe um die Wellenaxe nach der Richtung gDACB [illegible]racht werden, wie im vor. Kap. das Stoßrad mit [illegible]ender Welle durch den Wasserstrahl.

Die etwa 10 bis 12 Zoll lange durchgesteckte [illegible]den der Windsprossen, wie en, werden mit aufge-[illegible]elten Brettern bedeckt, wie man an der Ruthe Aa [illegible]t.

Das Segeltuch kann bei jedem Flügel über die [illegible]e Fläche ausgespannt und, wenn hinreichender [illegible]d vorhanden ist, auch zum Theil zurückgebunden [illegible]f. und abgetakelt) werden.

Die Ruthenlänge CD beträgt selten über 70 Rhl. [illegible], noch seltener unter 40, die Entfernung ae von [illegible]xe bis zur ersten Windsprosse $2\frac{1}{2}$ bis $3\frac{1}{2}$ Fusse, [illegible]reite ef 4 bis 6 Fusse.

Stellt man unter der Flügelwelle eine lothrechte [illegible]e DE (die Königswelle) (fig. 68) auf, welche [illegible] Trillinge CF führt, und legt um die Flügelwelle [illegible] Rad mit Kämmen, so werden beim Herumlaufen [illegible] Flügel die Trillinge der Königswelle gleichfalls in [illegible]laufsbewegung gebracht und man kann nun dadurch, [illegible] man den unteren Trilling wieder in ein horizonta-[illegible] Rad mit stehender Welle oder in ein lothrechtes [illegible] liegender Welle wie (fig 68) eingreifen läßt, [illegible] den verschiedenen Absichten andere verlangte Be-

 wegun-

Bogenstücke
ein elastisch
sern Umfang
die Flügel si

Um ab
in die Richtu
dem jedesma
nen, müssen
horizontalen
nen Walzen
zontalen aber
Lager haben.

Zur wei
sungen einige

Anm. 1. De
Flügelwelle
beträchtlichen
allgemeine G
bei o gleichfal
bei p in zwei
Platten endig

... Zu welcher von diesen ... jetzt von den ebenen Flügeln.

Aufg. 30.

117. Es sey die Geschwindigkeit des Win-
d der Richtung der Flügelaxe = C, die Um-
schwindigkeit der Ruthe in einer willkührlich
nmenen Entfernung δ von der Axe a sey
der Winkel, welchen die hintere Seite der
bene efgD (fig. 67) mit der durch aD und
gelaxe gelegten Ebene macht, = ζ, des Flü-
nge fg = λ, seine Breite ef = β; die Ent-
ae der ersten Sprosse von der Flügelaxe
ein von e auf eD willkührlich genommenes
en = x; man sucht die Stärke des Wind-
auf den ganzen Flügel, die spec. Schwere der
= $\frac{1}{810}$ von der des Wassers angenommen.

Aufl. 1. Die Umlaufsgeschwindigkeit der Stelle
$= \frac{r+x}{\delta}.v$; ieder andere Punkt s in dem
n pm hat vermöge des grösseren Abstandes as
Axe eine grössere Umlaufsgeschwindigkeit. Aber
mmt es nicht auf die Geschwindigkeit der Stel-
δ nach den Tangenten ihrer Kreisbahnen sτ,
sondern auf die Geschwindigkeit, mit der iede

mn anstossende Lu
das Gewicht von
G gesetzt wird, so
von einem isolirten
den Streifen, d. h.
einer Last im Gleich
von der Flügelaxe a

$$\frac{(r+x).\left(\frac{C - \frac{r+x}{\delta}.v}{2g} \right.}{\quad}$$

wäre, wo V die de
das Gewicht der Flü
darum gelegten Rade

3. Weil aber d
ein unbegränzter Str

$$\left(1 + \frac{\frac{r+x}{\delta}.v.C}{\quad} \right.$$

$$\frac{C - \frac{r+x}{\delta} . v . \mathrm{Cot}\zeta}{2g}$$ setzen (§. 109. II); schreibt man überdas C.β.sinζ.dx.$\mathfrak{S}$ statt $\mathfrak{K}$, so erhält man die erwähnte Last =

$$\frac{r+x}{r} . \frac{C^2 - (\frac{r+x}{\delta})^2 . v^2 . \mathrm{Cos}\zeta^2}{4g} .$$

$$\frac{\beta . \sin\zeta . \mathfrak{S} . dx}{850} . \mathrm{Cos}\zeta . \sin\zeta$$

4. Zur Abkürzung sey

$$\frac{\beta . \mathfrak{S} . \mathrm{Cos}\zeta . \sin\zeta^2}{850} = B$$

$r+x = Z$, so ergiebt sich das Integral =

$$\frac{B}{4gr} . \left(\tfrac{1}{2} C^2 Z^2 - \frac{v^2 . \mathrm{Cos}\zeta^2}{\delta^2} . \tfrac{1}{4} Z^4\right) + \mathrm{Const.}$$

Daher für 4 Flügel die Last Q

$$= \frac{B}{gr} . \left(\tfrac{1}{2} C^2 (Z^2 - r^2) - \frac{v^2 . \mathrm{Cos}\zeta^2}{4 . \delta^2} . (Z^4 - r^4)\right)$$

r, wenn die ganze Länge aD = λ gesetzt wird,

$$= \frac{B}{gr} . \left(\tfrac{1}{2} C^2 (\lambda^2 - r^2) - \frac{v^2 . \mathrm{Cos}\zeta^2}{4 . \delta^2} (\lambda^4 - r^4)\right)$$

:, wenn die zu C und v gehörigen Höhen H und [illegible] heissen,

$$= \frac{B}{r} . \left(2 (\lambda^2 - r^2) . H - \frac{\lambda^4 - r^4}{\delta^2} . \mathrm{Cos}\zeta^2 . h\right)$$

5. Wenn

850.r

6. Setzt man

$$Q = \frac{\lambda.\beta.\mathfrak{G}}{850.r}.C$$

§. 118. Für

Windflügel $= \frac{r}{\lambda}$.

$\frac{r}{\lambda} Q. \frac{C}{2\sqrt{gH}}.2$

$\frac{4C.\lambda.\beta.\mathfrak{G}}{850}.Cos\zeta.$

wo h die zur Umlauf
gehörige Höhe ist; u
in ieder Sek. gegen e
$\mathfrak{K}$ heißt, so ist $\mathfrak{K} =$
$\frac{\mathfrak{K}}{\sin\zeta}$, und der Effekt

. Es sey $\zeta = 60^\circ$, so ist

$$\sin\zeta = 0{,}866; \quad \mathrm{Cos}\,\zeta = 0{,}5$$

Effekt, für $r = 0$,

$$= \frac{4\,\mathfrak{K}.\mathfrak{G}}{850} \cdot \frac{0{,}216\,.\,(H - \frac{1}{3}h)}{\sqrt{\frac{H}{h}}}$$

$$= \frac{4\,\mathfrak{K}.\mathfrak{G}}{850} \cdot 0{,}216\,.\,(H - \tfrac{1}{3}h)\,.\,\sqrt{\frac{h}{H}}$$

den größten Effekt fände man in diesem Ex.
l, welches den Effekt =

$$\frac{4\,\mathfrak{K}.\mathfrak{G}}{850} \cdot 0{,}23\,.\,H$$

. Den Widerstand, welchen die Flügel wegen der
in der sie sich bewegen, leiden, darf man nicht ausser
assen. Man wird inzwischen in der Ausübung, wo
n keine sehr scharfe Rechnung verlangt werden kann,
ahrheit ziemlich nahe kommen, wenn man bei Be-
ng des Windstoßes die Wirkung desselben auf die
retter ganz bei Seite setzt, und dagegen jenen Wi-
d gleichfalls ausser Acht läßt.

. In der Ausübung vergrössert man den Effekt da-
daß man den Flügeln eine gebogene oder windschiefe
t giebt. Hierzu dient die folgende Aufgabe.

Aufg. 31.

18. Den Flügeln diejenige windschiefe Ge-
geben, bei der die verschiedenen Sprossen,
wie die ersten, beim Umlaufe der Flügel
gleicher Geschwindigkeit dem Winde oder

den

eine ſolch

ausweicht,

ſen in den
then einge
einerlei W

Wenn
der Axe mit

ſeyn, oder

alſo

und

l

wie (§. 117. Ex.) eingesteckt wäre, für den vortheilhaftesten Werth von h den Totaleffekt $= \frac{4 \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{G}}{850} \cdot 0{,}3\ H$ setzen. Inzwischen paßt dieser Werth von h nicht für die Ausübung, weil oft eine grössere Last, als diesem Werth gemäß wäre, betrieben werden muß, und daher die Flügel eine kleinere Umlaufsgeschwindigkeit annehmen.

Setzt man $h = H$, so erhält man (§. 117. no. 6) für $\zeta = 60^\circ$

$$Q = \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\lambda\beta\mathfrak{G}}{850} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{3}{4} \cdot (2H - \tfrac{1}{4}H)$$

$$= \frac{\lambda}{r} \cdot \tfrac{21}{32} H \cdot \frac{\lambda\beta \cdot \mathfrak{G}}{850}$$

Für nicht sehr grosse Flügel sey $\lambda\beta = 160$; $\frac{\lambda}{r} = 12$; $H = 4$, alles in Fussen, so ist für ebene Flügel

$$Q = 12 \cdot \tfrac{21}{32} \cdot 4 \cdot \frac{160 \cdot \mathfrak{G}}{850} = 5{,}9 \cdot \mathfrak{G}$$

und mit diesem beträchtlichen Widerstand könnten die Endpunkte der Flügel vermöge der Geschwindigkeit $2\sqrt{gh} = 2\sqrt{gH}$ in einer Minute beinahe $4\frac{1}{2}$ mal herumlaufen. Oft ist h vielmal grösser als H, zumal bei sehr breiten Flügeln. In England macht man sie bis zu 8 Fuß breit, und oft ist dabei $h = 6 \cdot H$ und noch grösser (vom Endpunkte der Flügeln verstanden). Dann muß aber ζ nicht unter 70° betragen, welches bei gebogenen Flügeln von der ersten Sprosse zu verstehen ist.

Anm. Man darf übrigens den Widerstand, welchen eine mit der Geschwind. C durch die Luft bewegte Fläche von der Luft leidet, nicht mit der Wirkung des Stosses für einerlei halten, den die Fläche bei ruhiger Lage von der Luft leidet, wenn sich diese mit derselben Geschwindigkeit C ge-

gen

gen die Fläche bewegt. Daher können die von S
Hutton, Prof. der Math. zu Wollwich, und von
ton angestellte Versuche über Effekte der erstern
neswegs zugleich als Versuche über Effekte der le
gebraucht werden, wenigstens nicht in Bezug au
Bestimmungen. Uebrigens mögen in beiden F
Aenderungen der Effekte, die mit den Aenderung
ner Bestimmungsstücke zusammenhängen, sich zi
nerlei verhalten, und darum die in dieser Rü
den Smeatonschen Versuchen sich ergebenden F
auch auf unsere Windflügel anwendbar bleiben.
die aus dem bisherigen Vortrage sich ergebenden
gen stimmen mit der Erfahrung sehr gut zusamm

In gegenwärtigen Anfangsgründen kann ic
keine umständlichere Untersuchungen einlassen. I
hier nur noch, daß in meinem Lehrb. der Hydra
u. f. f. durchaus 0,00154 statt 0,00077 gesetzt we

Die Empfehlung horizontal laufender Winds
weder durch Theorie noch durch die Erfahrung

Kunze, angef. Schauplatz I. B. — enthält gleichfalls Schobers Versuche.

Karsten, angef. Lehrbegr. VI. Th.

Belidor, Archit. Hydr. III. B. 2. K.

Euler, Recherches plus exactes sur les moulins à vent, in Hist. de l'Acad. de Prusse T. XII. 1756.

Derselbe De constructione aptissima molarum alatarum — in Comment. nov. Petrop. T. IV.

Langsdorf angef. Lehrb. der Hydr.

Schmidt angeführte Anfangsgr. der Mathem. II. Th. 2te Abtheil.

---

§. 119. Unter [...]
den h[...]
verstanden, deren[...]
unmittelbaren Dr[...]
gung gesetzt wird.

Die Höllische [...]
angegeben hat, wirk[...]
ich gleichfalls beschr[...]

E[...]

§. 120. Von[...]
schine giebt (fig. 6[...]
einer Anhöhe oder i[...]
genden Stelle angel[...]
Röhrenleitung AB, [...]
bei C verschlossen w[...]
Maschine gehemmt [...]
Wendungspippe (ei[...]
die während dem S[...]
abwechselnd hin und [...]

Die verschiedenen Wendungen der Pippe bei E
ben die verschiedenen abwechselnden Wirkungen des
assers in der Fallröhre zur Folge, die aus den ho-
ntalen Durchschnitten der Pippe (fig. 71 und 72)
d des sie umgebenden Pippengehäuses (fig. 70)
ht begriffen werden.

Hat nämlich der horizontale Durchschnitt der
ppe im Pippengehäus die Lage fig. 71, so kann das
sser keinen andern Weg als den durch die Pippe
den Cylinder nehmen, wo es vermöge seines Drucks
Kolben mit seiner Stange zu steigen nöthigt und
e nach ab, also zugleich nach cd druckende Last
h den Richtungen ba und dc in Bewegung setzt.
rd nun nach vollendetem Kolbenhub die Pippe in
Lage (fig. 72) gebracht, so wird die Kommunika-
n des Cylinders mit der Fallröhre aufgehoben; da-
gen steht jetzt dem Wasser zur Linken der Pippe der
sgang in die freie Luft offen, die Last also, welche
h ab druckt, und daher nach cd schiebt, druckt
Kolbenstange mit dem Kolben im Cylinder nieder
d das Wasser unter dem Kolben ströhmt durch a in
freie Luft.

Wie nun die Wendungen der Pippe wiederhohlt
rden, dauert jenes abwechselnde Spiel des Kol-
ns fort.

Erklärung 37.

§. 121. Diejenige Einrichtung einer Maschine,
möge der sie den Einfluß der Kraft auf die Bewe-
ng periodisch aufhebt und selbst wieder herstellt, heißt
Steuerung der Maschine.

Diese hat Höll durch ein Fallkloß vw bewirkt,
lches bald rechts bald links niederfällt und dadurch

genommen werde

Die Umdreh
lig geschehen, so
lich mit einem ra

Wenn daher
wieder zu steigen
anfängt, so muß
kette zr, die sich
nicht in einem a
noch ungespannt i
Spannung muß e
schon über die lo
Rechten schon ins
Fallen zur Rechte
digkeit erlangt hat,
nung der Kette zu
schen Zug der St
lung erhalte.

Dasselbe gilt
entgegengesetzten S

…hwelle mittelst Ketten bald rechts bald links …dreht, so daß mit dem Auf- und Niedergang …kolbenstange die erfoderlichen Umdrehungen der … pünktlich und rasch vollzogen werden.

Den Wagbaum XY mit dem Gewichtskasten Z, … Höll bei seiner Maschine darum angebracht, weil … der Druck der Last nach cd bei weitem grösser … als sie zur Bewirkung eines hinlänglich ge… …den Niedergangs des Kolbens seyn mußte, daher … Erhebung des Kolbens durch diesen Gewichts… … beträchtlich erleichterte und die Last doch noch …enug bliebe, nach jedesmaligem Hub den Kolben … schnelle genug niederzutreiben.

Erfahrung.

…. 122. Bei einer von Höll in Schemnitz …gten Wassersäulenmaschine von vorbeschiebener …

Höhe der Fallröhre . . . . die Klafter zu 6,23 Par. Fuß	44 Klafter
Ihr Durchmesser	6 Zolle
Höhe des Cylinders	8 Fuß
Sein Durchmesser	13 Zolle
Höhe des Kolbenhubs . . .	6 Fuß
Höhe, auf welche die Grubenwasser mittelst über einander stehender Pumpen gehoben werden	46 Klafter
Durchmesser der Pumpenstiefel	$8\frac{1}{2}$ Zoll
Zeit des Niedergangs im Cylinder	$3\frac{1}{2}$ Sek.
Zeit des Aufgangs oder Hubs .	$5\frac{1}{2}$ Sek.
In 24 Stunden hebt die Maschine, vollen Hub angenommen	18144 Eimer zu 90 ℔
Die Menge des Aufschlagewassers in 24 Stunden . . .	42336 Eimer.

Weil man
bei den Pumpen
0,8 des vollen

66

schreiben.

Demnach w
zum größtmöglich

wie

oder der Nutzeffek

taleffekt.

Heißt also d
ches für jede Sek
Fallhöhe H; und
säulenmaschine in
die Höhe h mit
kann man

M

re die Pumpen nur nicht über ein paar hundert von dem Cylinder der Maschine entfernt sind.

. Der Effekt, den eine solche Wassersäulenmaschine erchen kann, hängt zugleich von dem Verhältniß der Weite Fallröhre zur Weite des Stiefels, von der Grösse der t, die man dem Druck der Wassersäule entgegensetzt, d von der Summe der gehörig reducirten Grössen der Bewegung gesetzten Massen ab.

Daher ist der Ausdruck

$$M \cdot h = 0{,}35 \cdot AH$$

neswegs als eine allgemeine Formel für alle Manen dieser Art anzusehen, und eben darum sind die nntnisse blosser Empiriker, die nur von den ihnen in Erfahrung vorgekommenen Fällen hergenommen sind, ehr eingeschränkt. Wenn es daher auch nicht schon für Verstand befriedigender wäre, die Gründe genauer zu nen, worauf der Effekt einer solchen Maschine beruht, müßte man doch um der Ausübung selbst willen mit der eorie näher bekannt seyn.

Aufg. 32.

. 124. Es sey

die Höhe über dem tiefsten Kolbenstand	H
die Länge der Fallröhre - - - -	λ
der Durchmesser der Fallröhren -	d
die zugehörige Kreisfläche - - -	w
der Durchmesser des Cylinders -	D
die zugehörige Kreisfläche - - -	W
die Höhe des Kolbenhubs im Cylinder	b
die Geschwindigkeit, welche der Kolben in jeder Höhe x über seiner tiefsten Stelle im Steigen erlangt hat -	c
die zugehörige Höhe - - - - -	h

die Reibung des Kolbens im Cylinder F
durch Pfunde ausgedruckt
die Last, welche auf den Kolben im Cylinder druckt, wenn der Wagbalken mit dem Gewichtskasten bei Seite setzt würde . . . . . Q
gleichfalls in Pfunden
die Kraft, welche gegen des Kolbens Grundfläche druckt, in ℔ . .
das Gewicht von 1 Kub. Fuß Wasser in Pfünden . . . .
die Länge des Wagbalkens XY .
die Länge des Arms ζX . . .
die von ζ, bis zur Mitte des Gewichtskastens . . . . .
das Gewicht des Arms ζX mit dem Krümmling bei X . . .
das des Arms ζY ohne den Gewichts-

der Widerstand ist im Stande der Ruhe =
ᶠ, also für den Stand der Ruhe die noch übrige
Erhebung des Kolbens wirklich verwendete Kraft

$$= H.W.\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - (Q + F)$$

. Sobald aber der Kolben wirklich erhoben wird,
noch ein doppelter Widerstand hinzu. Ist er
auf die Höhe x über seine tiefste Stelle gestie-
nd hat in diesem Augenblick das Wasser in der
re eine Geschwindigkeit, die der Höhe h zuge-
so leidet das Wasser wegen der Röhren einen
and (Hydraul. §. 35)

$$= (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).h.W.\mathfrak{S}$$

erzu kommt die jetzt weiter entgegen wirkende
äule $= W.x.\mathfrak{S}$, also ist im Falle der Be-
die auf die Bewegung des Kolbens wirkende
nde Kraft =

$$V.\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).h.W.\mathfrak{S} - Q - F - W.x.\mathfrak{S}$$

selbst eine veränderliche Grösse ist.

Die Wassermasse, welche durch diese bewe-
Kraft in Bewegung gesetzt wird, ist die in der
re und die im Cylinder schon bis zur Höhe x
le

$$= (\lambda.w + x.W).\mathfrak{S}$$

aber hier nach (Hydraul. §. 35)

$$\left(\frac{W^2}{w^2}.\lambda w + x.W\right).\mathfrak{S}$$

$$\left(\frac{W}{w}.\lambda + x\right).W\mathfrak{S}$$

werden muß.

 4. Die

der in Be
vorgenomm

6. B
vermöge de
setzt wird,

H.W.S+
W
—
w

7. D
linder gehö

und

8. Daher (no. 6)

$$dh = \frac{\frac{W^2}{w^2}.\left(HW\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W.\mathfrak{S}.h - Q - F - W\mathfrak{S}x\right).dx}{\frac{W}{w}.\lambda W\mathfrak{S} + \mathfrak{M} + \mathfrak{N}}$$

Weil nämlich die Grösse $W\mathfrak{S}x$ in Vergleichung mit den übrigen Grössen des Nenners für Null geachtet werden kann, so darf man diese Grösse im Nenner (no. 6) weglassen.

Der Kürze wegen setze ich $\frac{W}{w}.\lambda W\mathfrak{S} + \mathfrak{M} + \mathfrak{N} = a$; so läßt sich die vorstehende Differentialformel auch so ausdrucken:

$$\frac{W^2}{W^2}.\,adh = \left(HW\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W\mathfrak{S}h - Q - F - W\mathfrak{S}x\right).dx$$

oder

$$w . a \qquad w^2 . a$$

$$\frac{}{2} . a . e$$

$$\frac{}{-(h-1)} = -\int e$$

Oder

$$Const + \frac{w^2}{W^2} . ah . e - \int \frac{W^2 . (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{w^2 . a} dz - \int \frac{W^2 . (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{w^2 . a} . dz = -\int e \; . zdz$$

Also

$$Const + \frac{\frac{w^2 a h}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . W^2}}{W^2 . e \quad a . w^2 . z} = -\int e - \frac{W^2 . (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{a w^2} . z \; . zdz$$

10. Vergleicht man hier die Grösse zur Rechten mit dem Ausdruck (Reine Math. S. 443. XXXVIII), so ist

dort e m

hier x

$$= \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).a.W^2.w^2.\left(H+\frac{\mathfrak{K}-Q-F}{W\mathfrak{G}}\right)+\ldots}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})^2.W^4.e^{\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2}{aw^2}.\left(\frac{\mathfrak{K}-Q-F}{W\mathfrak{G}}\ldots\right.}}$$

Schreibt man also zur Abkürzung $\mathfrak{H}$ statt $H + \frac{\mathfrak{K} - Q - F}{W\mathfrak{G}}$, so hat man (no. 11)

$$\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).a.W^2w^2.z + a^2w^4}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})^2.W^4.e\ \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2}{aw^2}.z} = \frac{aw^2h}{W^2.e\ \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2}{aw^2}.z} +$$

$$\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).a.W^2.w^2.\mathfrak{H} + a^2w^4}{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})^2.W^4.e\ \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})W^2}{aw^2}.\mathfrak{H}}$$

oder, $\mathfrak{H} - x$ statt z gesetzt,

$$(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2.(\mathfrak{H}-x) + aw^2 = (\mathfrak{A}+\mathfrak{B})^2W^2.h + \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2.\mathfrak{H} + aw^2}{\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).W^2.x}{aw^2}}$$

übrigen Größen.

n kann aus der letzten Formel des vor. §. für mehrer $x = \frac{1}{2} b$, $x = \frac{3}{4} b$ und für $x = b$ die Werthe vo suchen, die ich z. B. durch v', v'', v''', v'''' au

...nn die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens genau
...ung $= \frac{v' + v'' + v''' + v''''}{4}$ gefunden würde.
...raus gäbe sich dann weiter

$$t = \frac{4b}{v' + v'' + v''' + v''''}.$$

II. Kürzer aber verfährt man so. Nach (vor. §.
... und 8) ist die beschleunigende Kraft p =

$$\frac{W\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).W\mathfrak{S}h - Q - F - W\mathfrak{S}x}{a}$$

Weil nun der von den Röhren herrührende Wi-
d $(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).W\mathfrak{S}h$ ohnehin nur beiläufig be-
werden kann, so sehe man die Sache so an,
kte dieser Widerstand während dem ganzen Hub
n Werth, welchen die mittlere Geschwindigkeit
giebt. Da nun diese $= \frac{b}{t}$ ist, so setze man

er $\frac{b^2}{4t^2g}$ statt h.

...bas kann man hier, wo b in Vergleichung
...hin allemal kleiner ist, den mittleren Werth
statt $W\mathfrak{S}x$ setzen.

...ird p =

$$\frac{\ldots - \left(\frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}).b^2}{4t^2g}\right).W\mathfrak{S} + \mathfrak{K} - Q - F}{a}$$

$\Big((H-\frac{1}{2}b).W$

und nun

$t = \sqrt{\Big(}$

Auch hat

$Q =$

wo dann a =

$\frac{W}{w} \lambda W \mathfrak{E}$

ist.

Und weil

so hat man üb

Die hierzu erfoderliche Wassermenge, welche durch aschine konsumirt wird, ist für die Zeit des Hubs W; und da während der Zeit des Niedergangs, τ nennen will, die Fallröhre verschlossen bleibt, arf die Maschine in der Zeit $t+\tau$ überhaupt e Wassermenge $b.W$, also in jeder Sekunde assermenge $\frac{bW}{t+\tau}$.

Zus. 1.

. 126. Diese Wassersäulenmaschine bedarf also beständigen Ueberwucht, die in den vorigen Ka- allemal durch V ausgedruckt wurde und die hier

$$\frac{ab+(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\,b^2W\mathfrak{S}}{4t^2g}$$ ist.

Setzt man die zu einem Hube erfoderliche Wasser- $=M$, so ist $M=b.W$, und

$$P=Q-\mathfrak{K}+F+\frac{4ab+(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\,bM\mathfrak{S}}{4t^2g}$$

Heißt die bei Erhebung des Kolbens in 1 Sek. nde Wassermenge A, so ist $A=\frac{M}{t}$, also

$$=Q-\mathfrak{K}+F+\frac{4a.\frac{b}{t}+(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).bA\mathfrak{S}}{4tg}.$$

Zus. 2.

. 127. Heißt in Kub. Fussen die Wassermenge, zur Betreibung der Maschine überhaupt für

von welchen die
tung abhängt.

Besonders
nug genommen
muß man auch
das statische Mo

lich dieses Mom

$\beta^2 . Z = \beta$ E
Daher die Regel

Je n
des L
tisches
mener

Ausserdem

ie kleiner $\frac{W}{w} \lambda W$

Je gr
Cylind

ier ist A die Fallröhre, B ein Windkessel
weites metallenes Behältniß, worin sich verschlossene
befindet, die durch den Druck des Wassers in den klei-
Raum abcd zusammengepreßt wird), der durch 2
en mit dem Pippengehäuse F kommunicirt, dessen
durch eine horizontale Schiedwand mn in zwei Theile
ilt ist. Ebendieses Pippengehäus kommunicirt auf der
n Seite gleichfalls mittelst 2 Röhren mit einem Be-
isse D, das wiederum durch eine horizontale Schied-
αβ in zwei Theile getheilt ist, wovon der obere mit
Raum im Cylinder oberhalb dem Kolben, und der
mit dem Raum im Cylinder unterhalb dem Kolben
nicirt.

er Cylinder hat oben einen mit Hanf oder Tuch aus-
ten Aufsatz mit einem Deckel, durch welche die cylin-
Kolbenstange durchgeht.

enn des Windkessels Durchmesser doppelt so groß als
es Cylinders ist, so behält die darin versperrte Luft
beinahe unveränderliche Federkraft, und das Wasser
n dem Augenblick der Umdrehung der Pippe seine Be-
ng fort, indem es in den Windkessel ströhmt.

und man kann nun

$$P = Q + F + \frac{4\,a\,\mathfrak{M} + (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).\,b^2\,W\mathfrak{S}}{4\,t^2\,g}$$

setzen.

Ist für den Niedergang des Kolbens die Last $= Q'$, die Kraft $= P'$, die Zeit des Niedergangs $= \tau$, so wird

$$P' = Q' + F + \frac{4\,a\,\mathfrak{M} + (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).\,b^2\,W\mathfrak{S}}{4\,\tau^2\,g}$$

Am besten macht man $Q' = Q$, daher auch $\tau = t$ und es gehört also in diesem Falle zur beständigen Betreibung der Maschine eine Kraft

$$P = Q + F + \frac{4\,a\,\mathfrak{M} + (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).\,b^2.\,W.\mathfrak{S}}{T^2.\,g}$$

wenn T die Zeit eines ganzen Kolbenspiels bedeutet.

Demnach auch

unter sonst gleichen Umständen desto grösser wird,
er man T nimmt.

Erklärung 36.

28. Zu den Wassersäulenmaschinen zähle ich
Heronsbrunnen, wegen der Anwendung, die
rossen davon gemacht hat. Fig. 73* stellt
r.

in durchaus verschlossenes Behältniß mit ei-
Oeffnung und einem kurzen Röhrchen bei k,
es mit Wasser füllen und dann wieder luft-
verstopfen zu können. Der Deckel ist rings-
wie eine Schüssel mit einem Rand versehen,
aß abcd ein Becken bildet.

in anderes unter dem B angebrachtes gleich-
durchaus verschlossenes Behältniß, das mit
Becken abcd durch die von diesem Deckel
b bis an den Boden HJ geleitete Röhre E
unden ist.

Platte verschlossen ist, in der sich eine
Oeffnung befindet.

Man fülle nun das obere Behältniß bei
Wasser an, etwa bis mn, wozu ein bei m an
tes Seitenröhrchen dienen kann, das nebst d
nung k nach der Anfüllung wieder verschlosse
hierauf lasse man solange Wasser in die Röhre
laufen, bis diese Röhre oben überlauft, da
das Becken selbst noch etwas Wasser nachgego
den kann.

Während diesen Füllungen kann die klei
nung in der Platte bei F verstopft oder nu
nem Finger zugehalten werden.

Sobald man nun das Zäpfchen oder de
von der Oeffnung bei F wegnimmt, springt ei
aus dem Röhrchen F desto höher, je höher

29. Bei der Höllischen Heronsmaschine, :nen soll, Wasser bei H (fig. 74) bis zu issen Höhe G zu erheben, werden gleichfalls ltnisse C, B mit einander verbunden. Dazu r

die Fallröhre E

Luftröhre D

Steigröhre F

ere hat bei h ein Ventil (einen sich nach :nden Deckel oder sich öffnendes Thürchen).

: Wasser aus H wird in B geleitet und nach ger Anfüllung der Hahn bei a verschlossen.

Hahnen bei b und c werden durch Schlüssel :echt, die durch eine Kette mit einander ver- nd.

Hahnen bei d und e dienen, der Luft, so :thig ist, einen Ausgang zu verschaffen.

Angehliche Erfahrung.

Di

D

Höhe der
Steigröhre

I. 16 Klaf

II. 16 —

Es ist also

für I. da
de

Das
in

als

Das Produkt aus der erhobenen Wassermenge in die Höhe

$$16 \cdot 9120 = 145920$$

also der Nutzeffekt zum größtmöglichen Totaleffekt = 145920 zu 380160 oder wie 1 zu 2,6

Demnach hätte die no. I. beträchtlich weniger als aschine (§. 123) geleistet, hingegen die no. II. mehr als die (§. 123). Wie wenig sich aber lche angebliche Beobachtungen zu verlassen sey, die nachfolgende Theorie ergeben, aus welcher nmöglichkeit dieser Effekte offenbar erhellet, insonders die II. bei weitem weniger leisten mußte, er angegeben wird. Dieses wird dann zugleich m Nutzen theoretischer Untersuchungen zeugen.

Aufg. 34.

. 131. Eine Gleichung zwischen den bei der hen Heronsmaschine vorkommenden Bestimstücken zu finden (fig. 74).

lufl. 1. Es sey

die Fallhöhe, von A herab bis etwa zur Mitte des Behältnisses C, lothrecht gemessen . . . . H

die ganze Länge der Fallröhre . . . . λ

der Durchmesser der Fallröhre . . . d

die zugehörige Kreisfläche . . . . w

der Durchmesser des cylindrischen Behältnisses C . . . . D

die zugehörige Kreisfläche . . . W

die

Wassers im Behältniss
Ende des jedesmaligen
h. so oft die ganze z
im Behältnisse B bef
menge bei G ausgegoss
die Oberfläche des W
m, und die Höhe mn

Die ganze Höhe der Stei
ihre Länge . .
der Durchmesser der Ste
die zugehörige Kreisfläche
das Gewicht von 1 Kub.
Pfunden . .

so hat man

$$b . \mathfrak{W} = \mathfrak{b} . W$$

oder $$\mathfrak{W} : W = \mathfrak{b} :$$

2. Der Druck im Querschnitt
C gegen die darüber stehende ko
wenn alles in Fussen ausgedruckt w

der Wasserspiegel rs in C in derselben Zeit t
m bis m auf die Höhe b; es ist also dieses Was-
iegels mittlere Geschwindigkeit $= \frac{b}{t} = \frac{\mathfrak{W} . b}{W . t}$,
die hierzu gehörige Höhe ist

$$\frac{\mathfrak{W}^2 . b^2}{4 W^2 t^2 . g}$$

die zur mittleren Geschw. des Wassers in der Fallröhre gehörige Höhe $\Big\} = \frac{W^2}{w^2} . \frac{\mathfrak{W}^2 . b^2}{4 W^2 t^2 . g}$

$$= \frac{\mathfrak{W}^2 . b^2}{4 w^2 . t^2 . g}$$

die zur mittleren Geschw. des Wassers in der Steigröhre gehörige Höhe $\Big\} = \frac{W^2}{\mathfrak{w}^2} . \frac{\mathfrak{W}^2 . b^2}{4 W^2 . t^2 . g}$

$$= \frac{\mathfrak{W}^2 . b^2}{4 \mathfrak{w}^2 . t^2 . g}$$

Daher die Hindernißhöhen wegen der Bewegung Wassers durch Röhren

für die Steigröhre $= \frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) . \mathfrak{W}^2 . b^2}{4 \mathfrak{w}^2 . t^2 . g}$

Fallröhre $= \frac{(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) : \mathfrak{W}^2 . b^2}{4 w^2 . t^2 . g}$

Abkürzung will ich die erstere $\mathfrak{H}$, die letztere $\mathfrak{H}'$
en.

Es muß aber nach (Hydraul. §. 35) für jede
beiden Röhren der Werth von $\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$ besonders
hnet werden, wenn ihre Weiten verschieden sind.

4. Dem-

$$\left(\tfrac{1}{2} bW + \tfrac{1}{2} bW + \lambda w +\right.$$

aber nach der hier erfoderlichen Reduk
auf die Momente der Trägheit =

$$\left(\tfrac{1}{2} bW + \tfrac{1}{2} b . \frac{W^2}{\mathfrak{W}^2} . \mathfrak{W} + \frac{W^2}{w^2} . \lambda w\right.$$

wofür man aber ohne merklichen Fehl
beiden letzten Glieder

$$= \left(\frac{W}{w} . \lambda W + \frac{W}{\mathfrak{w}} . \mathfrak{l} W\right.$$

setzen kann.

6. Demnach ist die in rs wirk
gende Kraft =

$$\frac{\left(H - q + \tfrac{1}{2} b - \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'\right.}{\left(\frac{W}{w} . \lambda + \frac{W}{\mathfrak{w}} . \mathfrak{l}\right) . W}$$

$$= \frac{H - q - \tfrac{1}{2} b - \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'}{W \quad W}$$

$$t^2 = \frac{\mathfrak{W}.b.\left(\frac{W}{w}.\lambda + \frac{W}{\mathfrak{w}}.l\right)}{W.\left(H - q - \frac{1}{2}b - \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'\right).g}$$

$$= \frac{\left(\frac{\mathfrak{W}}{w}.\lambda + \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}.l\right).b}{\left(H - q - \frac{1}{2}b - \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'\right).g}$$

(no. 3)

$$\frac{\left(\frac{\mathfrak{W}}{w}.\lambda + \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}.l\right).b}{\left(H - q - \frac{1}{2}b - \frac{b^2}{4t^2g}.\left(\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\mathfrak{W}^2}{\mathfrak{w}^2} + \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\mathfrak{W}^2}{w^2}\right)\right).g}$$

Zus. 1.

132. Man hat also auch

$$- \frac{1}{2}b - \frac{b^2}{4t^2g}.\left(\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\mathfrak{W}^2}{\mathfrak{w}^2} + \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})\mathfrak{W}^2}{w^2}\right)$$

$$= \frac{\left(\frac{\mathfrak{W}}{w}.\lambda + \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}.l\right).b}{t^2g}$$

$$+ \frac{1}{2}b + \frac{b}{t^2g}.\left(\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})b\mathfrak{W}^2}{4\mathfrak{w}^2} + \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})b\mathfrak{W}^2}{4W^2} + \frac{\mathfrak{W}}{w}.\lambda + \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}.l\right)$$

die erfoderliche Druckhöhe ist.

Zus.

$$n.K = H + \text{l}$$

seyn, also

$$n = 1 + \frac{q + \frac{1}{2}b}{K} + \frac{b}{K.t^2 g} ($$

$$\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).b.\mathfrak{W}^2}{4w^2} + \frac{\mathfrak{W}}{w}$$

Denkt man sich also die ge
fänglich bei $\mathfrak{X}$ verschlossen, und
des Luftraums über x im Behäl
kub. Inhalt des Behältnisses C
nung k der Fallröhre E $= \gamma$,
der Luftröhre $= \delta$, so muß die
dichtung der versperrten Luft da
rs so hoch steigen, daß, kn $=$

$$\frac{\beta + \gamma + \delta}{\beta + \gamma + \delta - \mathfrak{h}.V}$$

wird.

Daher

Demnach wird mit iedem Hub ein Theil des Aufgewassers, der $= \mathfrak{h} . W$ oder

$$= \frac{n-1}{n} . (\beta + \gamma + \delta)$$

ohne Nutzen konsumirt.

Der zum Nutzen der Maschine verwendete Theil ist

$$b . W = \mathfrak{W} . b$$

also die Wassermenge $b . \mathfrak{W}$ zu erheben, braucht n eine Wassermenge $=$

$$b . \mathfrak{W} + \frac{n-1}{n} . (\beta + \gamma + \delta)$$

Hieraus folgt für die vortheilhafte Einrichtung Maschine:

> Man muß das Behältniß B ganz mit Wasser anfüllen, damit β ganz verschwinde; die Luftröhre muß so enge und kurz gemacht werden als andere Umstände es erlauben; und die ganze Höhe des Behältnisses C soll so klein als möglich, also nur $= \mathfrak{h} + \mathfrak{b}$ genommen werden.

...nach erhält man

$$\mathfrak{h} = \frac{(n-1) . ((\mathfrak{h} + \mathfrak{b}) . W + \delta)}{n . W} .$$

... nach gehöriger Reduktion

$$\mathfrak{h} = \frac{(n-1) . (\mathfrak{b} W + \delta)}{W}$$

$$= (n-1) . \mathfrak{b} + (n-1) . \frac{\delta}{W}$$

$$= n . \frac{\sim}{W} . b + ($$

Oder des Kessels C kubischer Inh
von

$$n . b \mathfrak{W} + (n -$$

nicht merklich übertreffen, und dabe

Wird die Anordnung hiernach g
man, um die Wassermasse b.𝔚
Menge von Aufschlagewasser =

$$b \mathfrak{W} + \frac{n - 1}{n} (n . b \mathfrak{W}$$

$$= n . b \mathfrak{W} + (n -$$

Anm. Hieraus erhellet nun die offenb
oben (§. 130) angegebenen Effekte.

Es ist nämlich für beide Maschine
also nach (§. 133) n > 4; um also ei
zu erheben und bei H auszugießen, w
lich mehr, als 4.b𝔚 an Aufschlag

Von der wirklich konsumirten Wa

4 Stunden auf die Höhe von 16 Klaftern erhoben den.

In der That hätte aber diese beträchtlich unter 6000 er fallende Wassermenge nur auf die Höhe q =

$$H - \left(\tfrac{1}{2} b + \frac{b}{t^2 g} . \left(\frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).b.\mathfrak{W}^2}{4.\mathfrak{w}^2} + \frac{(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).b.\mathfrak{W}^2}{4\, W^2} + \frac{\mathfrak{W}}{W} . \lambda + \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}} . l \right) \right)$$

ben werden können, die noch weit unter die angege: Höhe von 16 Klaftern herabfällt.

Nicht viel weniger übertrieben ist die Angabe des Ef: s von no. I. Ueberhaupt erhellet hieraus, daß diese lische Heronsmaschine ein unglücklicher Einfall war, weiter keine Nachahmung verdient. Die Maschine ge: t unter die unvollkommensten, wenn man auch den Um: d bei Seite, setzen wollte, daß bezahlte Arbeiter zum hselseitigen Wenden der Hähne die Stelle der Steue: g vertreten müssen.

Hierher gehörige Schriften.

Delius angef. Bergbauk.

Poda angef. Beschr. der Maschinen zu Schemnitz.

Langsdorf angef. Lehrb. der Hydraul.

Sechzehentes Kapitel.
Von den Dampfmaschinen.

Allgemeine Bemerkungen.

34. I. Die Expansivkraft der Wasserdämpfe und die zugleich damit verbundene schaft, durch Berührung eines kalten Körpers

 plötz-

maschine (fig. 72) sehr gut erläuter

Man denke sich die dortige F
statt B aber einen grossen Kessel mit
satze, aus welchem die Seitenröhren
durch welche die erhitzten Dämpfe de
sers ebenso wie bei der Wassersäulen
selnd über und unter den Kolben in
ströhmen können; man denke sich fer
beiden Oeffnungen des Pippengehäuse
ein luftdichtes Behältniß abgeleitet,
Wasserkasten umgeben ist, aus welch
jenes Behältniß durch bis in die erwä
röhren geführt sind, so daß den D
Ableitungsröhren beständig kaltes
spritzt, so hat man einen allgemeinen
wesentlichen Beschaffenheit einer s
Indem nämlich die Dämpfe unter de
linder treten, finden zu gleicher Zeit
selben ihren Ausgang durch den obe
d. h. durch die obere Ableitungsröh
durch das entgegenspritzende kalte Wa

tiß ausgegossen werden, aus welchem es durch
öhre, die Speiseröhre, von Zeit zu Zeit dem
im Kessel wieder zugeführt wird, um dessen
zu ersetzen.

ie von Höll angegebene Steuerung bei der
äulenmaschine könnte bei der Einrichtung mit
ppe (fig. 72) allerdings auch bei einer so ein-
ten Dampfmaschine angebracht werden, wo-
ugleich die ganze Maschine sehr vereinfacht
Inzwischen haben Watt und Bolton weder
ppe noch iene Höllische Steuerung beibehalten,
haben ganz andere Vorrichtungen angebracht,
der ganze Bau der Maschine weit verwickelter
n ist. Hier kann ich mich aber in keine nä-
schreibung dieser Einrichtung einlassen.

I. Schon in meinem Lehrb. der Hydraul. habe
den schädlichen Umstand aufmerksam gemacht,
h iedesmaligem Kolbenschub die Dämpfe in ih-
en Dehnkraft, mit der sie noch beträchtlichen
leisten könnten, abgeleitet und kondensirt wer-
dem nach damaliger Einrichtung dieser Ma-
ie Dämpfe im Kessel mit dem Dampfraum im
iedesmal bis zur Vollendung des ganzen
in Kommunikation blieben.

er auch diesem Umstande ist durch die neueste
ng von Watt und Bolton so abgeholfen wor-
ß iezt die Dämpfe erst in einem sehr geschwäch-
ande abgeleitet und kondensirt werden. Dieses
r leicht dadurch bewerkstelliget, daß die Kom-
on des Dampfraums im Cylinder mit dem des
urch die Steuerung der Maschine während
enschube abgeschnitten wird, sobald der Kol-
den 4ten Theil seines ganzen Schubs vollendet
hat.

Höhe von 200

V. Zur
welche nöthig
telst gut einge
menge auf ein
nur die zu er
ausgedruckt,
Fussen ausgedr
mit 1500 divi
der Zeit erfoder
berger Pfunden

H

Prony a
teutsch

Wiebek

Siebenzehentes Kapitel.

Vom hydraulischen Stösser.

Erklärung 38.

135. Ich verstehe unter dem **hydraulischen Stösser** die unter dem Namen Bélier raulique von Montgolfier und Argant vor ein Jahren erfundene äusserst einfache Wasserhebungsine, die (fig. 75) im lothrechten Durchschnitte stellt wird.

Sie besteht aus einer Durchflußröhre mit einer setzten Steigröhre, in ieder ist ein Klappenventil Thürchen, das leicht auf- und zufällt) anget.

Erstere liegt in einem ströhmenden Wasser, das h abwechselnde Bewegung der beiden Klappen nach nach genöthiget wird, in gewisser Menge in letzr, der Steigröhre, in die Höhe zu steigen und in r gewissen Höhe auszufliessen.

Um einen steten Ausfluß zu erhalten, haben sie n Windkessel damit verbunden, wie p im horizonn Durchschnitte (fig. 76).

Die Wirkungsart ist folgende. Schon aus beten hydrostatischen Gründen steigt das Wasser, wenn keine Klappen vorhanden wären, in der röhre bis mn, d. h. bis zu der horizontalen e, in welcher die äussere Wasserfläche MN liegt . 75).

Wäre die Klappe α, die sich bei δ leich
nicht vorhanden, so würde das Strohmwasse
den Kanal oder die Röhre A durchfliessen un
ständiger Bewegung bleiben. Aber der W
treibt diese Klappe (die bei ε mit einem Hak
hen ist, damit sie auch bei ihrem Niederfall
ganz bis γ herabkommen könne, sondern im
unter einem gewissen Winkel gegen das st
Wasser geneigt bleibe), die im ruhigen Wass
γ herabfallen würde, zurück, so daß sich da
selbst den Durchgang längst dem Kanale
Indem dieses geschieht, strebt doch die ganze
masse von ζ bis η im Kanale vermöge der
ihre Bewegung fortzusetzen; sie stößt daher
Augenblick die Steigrohrklappe β auf und e
schon bis mn stehende Wassersäule um etwas
dadurch das Wasser z. B. bis rs steigt, wenn
Geschwindigkeit des steigenden Wassers =
In diesem Augenblicke verhält sich das Was

Der teutsche Namen ist von mir so gewählt worden,
er der Sache wenigstens eben so gut entspricht, als
französische.

Aufg. 35.

136. Die Umstände zu bestimmen, von
der Effekt des hydraulischen Stössers ab-

ufl. 1. Der Querschnitt des Kanals A sey
der des Steigrohres = w, die zugehörigen
esser seyen D, d; das Wasser stehe auf der
über der Klappe β; die Geschwindigkeit des
im Kanale im Augenblick, da die Klappe wie-
ckgetrieben worden, also der Durchgang bei α
verschlossen ist, sey = C, die Geschwindigkeit
in dem Augenblick, da die Klappe β aufge-
wird, = c, und die gleichzeitige Geschwindig-
Wassers im Steigrohre = v; die Länge der
ale befindlichen Wassermasse ζη = λ; so ist

e der Bewegung im
ale im Augenblick des
osses an β } $= \lambda W . C$

e der Bewegung alles
ssers im Kanale und
igrohre nach Erhebung
Klappe β } $= \lambda Wc + xwv$

n hat

$$\lambda WC = \lambda Wc + xwv$$

$$v = \frac{\lambda WC - \lambda Wc}{xw} = \frac{\lambda W}{xw} . (C - c)$$

$$\mathfrak{B} = (\frac{W^2}{\gamma^2 W^2} - \frac{W^2}{\mathfrak{W}^2}) + (\frac{W^2}{\gamma^2 \beta^2} - 1)$$

l hier $\frac{W^2}{\mathfrak{W}^2}$ als Null angesehen werden kann,

$$\mathfrak{B} = \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2} + \frac{W^2}{\gamma^2 \beta^2}$$

γ im ersten Gliede auf die vordere Oeff- ζ, das γ im andern Gliede aber auf die β geht, iedes γ also besonders bestimmt muß.

Ausserdem ist nun noch bei β eine Wassersäule Höhe x entgegengesetzt.

Also ist die auf die gesammte Wassermasse bei ie bewegende Kraft =

$$\frac{\lambda^2}{(\lambda+x)^2} . \frac{C^2}{4g} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) . h - x) . W$$

Diese Kraft wirkt in die Masse

$$\lambda . W + \frac{W^2}{w^2} . xw = \lambda W + \frac{xW}{w} . W$$

die beschleunigende Kraft, welche die Geschwin- es Wassers im Kanale während dem Steigen sers im Steigrohre bestimmt,

$$\frac{+ (\frac{\lambda}{\lambda+x})^2 . \frac{C^2}{4g} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) . h - x}{\lambda + \frac{W}{w} . x}$$

und

und wenn p die beschleunigende Kraft bezeichnet, [...]che die Geschwindigkeit des im Steigrohre steig[...] Wassers bestimmt, so hat man

$$p = \frac{a + (\frac{\lambda}{\lambda+x})^2 . \frac{C^2}{4g} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) . h - x}{\frac{w}{W}\lambda + x}$$

7. Die zur Geschw. des Wassers im Steig[...] gehörige Höhe heisse H, so ist, wie (§. 124. no[...]

$$dH = p . dx$$

und

$$h = \frac{W^2}{w^2} . H$$

also

$$dH = \frac{a + (\frac{\lambda}{\lambda+x})^2 . \frac{C^2}{4g} - (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2} . H - x}{\ldots}$$

...höhe oder z nur klein ausfallen könne, so
... $\frac{\lambda}{\lambda+a}$ statt $\frac{\lambda}{\lambda+a+z}$, und $\frac{w}{W}\lambda+a$ statt
... a + z setzen kann, ohne merklich zu fehlen.
...t sich dH =

$$\frac{\ldots)^2 . \frac{C^2}{4g} - (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2} . H - z}{\frac{w}{W} . \lambda + a} . dz$$

$$\left(\frac{w}{W} . \lambda + a\right) . dH =$$

$$\ldots)^2 . \frac{C^2}{4g} - z\Big) dz - (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2} . H . dz$$

...ergleicht man diese Formel mit der oben (§. 124.
so ist

$$\ldots . a \qquad (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) \qquad z \qquad h$$

$$\lambda + a \quad -(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2} \quad \left[-\left(\frac{\lambda}{\lambda+a}\right)^2 . \frac{C^2}{4g} + z\right] \quad H$$

...o (§. 124. no. 11), wenn man z' statt
$\ldots)^2 . \frac{C^2}{4g}$ schreibt

$$\ldots + \frac{\left(\frac{w}{W}\lambda + a\right)H}{\left(\frac{-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2}}{\lambda + \frac{W}{w} . a}\right) . z'} =$$

e

$$-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})$$

$$-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) \cdot \frac{W^2}{w^2} \cdot \left(\frac{w}{W}\lambda+a\right) \cdot z' + \left(\frac{w}{W}\lambda+a\right)$$

$$= \frac{\left(-(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) \cdot \frac{W^2}{w^2}\right) \cdot z'}{\frac{w}{W}\lambda+a}$$

$$(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})^2 \cdot \frac{W^4}{w^4} \cdot e$$

Nun ist, für $z = 0$, also für z'

$$-\left(\frac{\lambda}{\lambda+a}\right)^2 \cdot \frac{C^2}{4g},\quad h = \frac{c^2}{4g} = \left(\frac{\lambda}{\lambda+a}\right)^2 \cdot \frac{C^2}{4g},\ \text{und}$$

$$H = \left(\frac{W.\lambda}{(\lambda+a).w}\right)^2 \cdot \frac{C^2}{4g} \quad \text{also}$$

$$\left(\frac{w}{W}.\lambda+a\right) . \frac{C^2}{4g} . \frac{W^2\lambda^2}{w^2(\lambda+a)^2}$$

Const.

hat also den Werth der Konstante, der in n Gleichung statt Const substituirt die vollitegralgleichung giebt.

Wenn nun der größte Werth von z durch h t wird, so muß, für z = h also für z' =

$)^2 . \frac{C^2}{4g}$, H = o werden.

:ibt man also in der gefundenen Gleichung

$-)^2 . \frac{C^2}{4g}$ statt z', und setzt darin H = o, a

nan eine Gleichung für h, oder für die zu welcher das Wasser bei der ersten Erhevon z = o anfängt, über die horizontale n kann.

für die 2te Erhebung bleibt die bisherige ungeändert, nur daß in vorstehenden Fort a und h' statt h geschrieben wird, indem ' für die Höhe nimmt, um welche sich bei Erhebung das Wasser im Steigrohr aufst; u. s. w.

Setzt man für $(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) . \frac{W^2}{w^2} . H$ eine une Grösse ϕ, also

$$H = \frac{a + (\frac{\lambda}{\lambda+x})^2 . \frac{C^2}{4g} - \phi - x}{\frac{w}{W}\lambda + x} . dx$$

so

so wir

dH

$= (a$

also

$H =$

$H =$

$$\left(a+\frac{w}{W}\lambda+\frac{\lambda^2.C^2}{(\lambda+a)^2.4g}-\phi\right)\ln\left(1+\frac{y}{\frac{w}{W}\lambda+a}\right)$$

$$+\frac{W^2}{w^2}.\left(\frac{\lambda}{\lambda+a}\right)^2.\frac{C^2}{4g}$$

Ist nun $\mathfrak{h}$ der größte Werth von y bei der
}ebung, so hat man

$$\lambda+\frac{\lambda^2.C^2}{(\lambda+a)^2.4g}-\phi\Big).\ln\left(1+\frac{\mathfrak{h}}{\frac{w}{W}.\lambda+a}\right)$$

$$-\frac{W^2}{w^2}.\left(\frac{\lambda}{\lambda+a}\right)^2.\frac{C^2}{4g}=0$$

Die Natur der Sache leitet schon darauf,

— ein kleiner Bruch seyn müsse; nun ist
+a

}. S. 404)

$$1+\frac{\mathfrak{h}}{\frac{w}{W}\lambda+a}\Big)=\frac{\mathfrak{h}}{\frac{w}{W}\lambda+a}-\frac{\mathfrak{h}^2}{2.(\frac{w}{W}\lambda+a)^2}$$

$$+\frac{\mathfrak{h}^3}{3(\frac{w}{W}\lambda+a)^3}-\text{rc.}$$

sich also hier mit den beiden ersten Gliedern

oder

$$\mathfrak{h}^2 - \Big(2 \big(\frac{w}{W}$$

$$= \frac{}{w^2 . (\lambda + a}$$

Setzt ma

$$\frac{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}-1}{\mathfrak{A}+\mathfrak{B}}$$

beiläufig.

Ex. E

$d = D = 2$

zoaen, $= 0,$

Setzt man nun g = 15,6; so erhält man nach [illegible]rigen Berechnungen

$$\mathfrak{h}^2 - \left(54 - \frac{2.729}{27,0011}\right).\mathfrak{h} = \frac{4608}{1684,86}$$

$$\mathfrak{h}^2 - 0,002 . \mathfrak{h} = 0,273$$

$$\mathfrak{h} = 0,52 \text{ Rhl. Fuß}$$

die Höhe, auf welche das Wasser im Steigrohre der ersten Erhebung über die äussere Wasserfläche [illegible]ufig steigen wird.

Für die 2te Erhebung setzt man nun 3 + 0,52 a und findet dann die Höhe h der 2ten Erhebung die vorige u. s. w.

[illegible]m. Nur die Simplicität dieser Maschine könnte zu ihrem Gebrauche reitzen; übrigens gehört sie gewiß nicht zu den vortheilhaftesten in Rücksicht auf die Benutzung eines ströhmenden Wassers.

Nach der vorgetragenen Theorie würde zwar folgen, daß sich so das Wasser auf iede verlangte Höhe bringen [illegible]sse, weil bei iedem folgenden Klappenwechsel das Wasser im Steigrohre durch die Wassermasse im Kanale A immer wieder um etwas erhöhet werden müßte. Allein in [illegible] Ausübung muß man diesen Gedanken aufgeben, weil [illegible] Theorie einen Umstand nicht enthält, der in der Aus[illegible] unvermeidlich ist, daß nämlich die Klappe β allemal [illegible] kleine Zeit braucht, um wieder zurück zu fallen und [illegible] Oeffnung β wieder zu verschliessen. Es ist also unver[illegible]lich, daß während dem Zufallen dieser Klappe ein [illegible]eil von dem Wasser im Steigrohre selbst wieder zurück[illegible] und dieser wird bei den immer abnehmenden Erhe[illegible]ungen des Wassers bald der Wassermenge gleich werden, [illegible] bei einer neuen Erhebung hinzukommt.

 Daher

Balk
P

Gi
F

Schon
Maschine,
kenne.

A

B

§. 137. U

welche auf e
sind, einen

m der hierbei vorkommenden geringen Ge-
it des Stoßwassers werden die Schaufel-
ht leicht unter 6 Fussen lang gemacht und
Zolle breit. Daher schicken sich zu solchen
r die Staberräder, die bei der Einrichtung
auch darum nöthig sind, weil dabei die
Behältnisse an der äusseren Fläche eines
ngebracht werden.

, am besten angeschrobene, Kufen haben die
es abgekürzten Kegels, der Durchmesser des
etwa doppelt so groß als der der Oeffnung.

Aufg. 36.

3. op (fig. 77) sey die Axe der koni-
:, die hier im lothrechten der äusseren
Kranzes parallelen Durchschnitte vorge-
, und zwar in dem Augenblicke ihrer Be-
da ihres oberen Randes niedrigste Stelle
die Oberfläche des äusseren Wasserspiegels
t hat, wo d e die Wasserlinie in der Kufe
n ein durch d aezoaener Halbmesser. 1k

also auch $xd'f =$

§. 139. So
sen anfangen, so
gleich seyn.

Man denke s
nun $edf = \alpha$ geg
$u + \alpha$, und $yd'f =$
(§. 138); also

$$u + \alpha$$

und

$$kcd'$$

wo $u = kch$ ist.

Demnach

$$lcd' =$$

$kcd' = 180^\circ - \alpha$

le jetzige Bedeutung der Stelle d'

$lcd' = \alpha$

Zus. 3.

§1. Wären die Kufen cylindrisch, so wäre
wenn die Axe der Kufe auf dem Halbmesser
ht stände, also in diesem Falle auch lcd'
e solche Kufe käme also in der höchsten Stelle
horizontal zu liegen.

iner konischen Kufe, deren Axe op auf dem
ch senkrecht stände, müßte df zur Linken
llen; da würde also edf oder α verneint,
$= -\alpha$; jetzt müßte nämlich die Stelle d
rtrücken, so daß $\delta cl = \alpha$ würde, nämlich
wird jetzt

$c\delta = 180^\circ - (-\alpha) = 180^\circ + \alpha$

Zus. 4.

2. Die Stelle für den Ausgußkasten wird
Winkel (§. 139) $u + 2\alpha$ bestimmt; der
; nämlich etwas unter dieser Erhebung lie-
ehört zur Unvollkommenheit dieser Maschine,
gleich an dieser Stelle alles Wasser plötz-
hüttet, sondern noch ein Theil auf eine
he mit fortgeführt werden muß, bis es
ach vollends in den Ausgußkasten herab-
se Stelle der erfolgten gänzlichen Auslee-
(§. 140) in der Stelle d' angenommen
r welche $lcd' = \alpha$ ist; oder wenn diese
liegt, so ist $lc\psi = \alpha$; also ist

$' = u + 2\alpha - \alpha = u + \alpha$

§. 14

messer des

Höhe von

sey = h,

wenn die

genommen

so hat ma

h

und hierau

Es f

[Dur]messer des Rades doch ungeändert bleiben muß, [da]gegen die Kufen nach eintretenden Veränderungen [u]m h leicht unter einem andern Winkel α gestellt wer[den] können.

So giebt sich

$$1 + \mathrm{Cos}(u + 2\alpha) = \frac{h+2d}{R}$$

[un]d

$$\mathrm{Cos}(u + 2\alpha) = \frac{h+2d-R}{R}$$

Hieraus findet man $u + 2\alpha$, und da u durch [den] Ausdruck $\mathrm{Cos}\, u = \frac{R-h}{R}$ gegeben ist, so findet [ma]n alsdann auch 2α, dessen Hälfte $= \alpha$ ist.

Eine allgemeine Auflösung dieser Gleichung giebt

$$[\mathrm{Cos}]\, 2\alpha = \frac{h+2d-R}{R} \cdot \mathrm{cos}\, u \pm \mathrm{sin}\, u \sqrt{\left(1 - \left(\frac{h+2d-R}{R}\right)^2\right)}$$

Setzt man $\sqrt{\left(1 - \left(\frac{h+2d-R}{R}\right)^2\right)} = A$, so [hat] man auch, $1 - 2 \cdot \mathrm{sin}\, \alpha^2$ statt $\mathrm{Cos}\, 2\alpha$ gesetzt [ver]gl. S. 265. III),

$$[\mathrm{si}]n\, \alpha = \sqrt{\left(\frac{1 - \left(\frac{h+2d-R}{R} \cdot \mathrm{Cos}\, u \pm A \cdot \mathrm{sin}\, u\right)}{2}\right)}$$

Zus. 6.

§. 144. Da die Kufen zur Rechten von kl aus[wärts]
[i]n anfangen müssen, wenn die Maschine ihre [gehörige] Einrichtung haben soll, so muß lcd' (§. 139)

 alle-

oder wenig

d. i. es dar
de fällt, g
Regel:

W
dk
ser
G

denn hierdu
Genüge.

Ist ab
Rechten der
chen Ausleer
von l, und

Bei ei
der Ausgußk
$h > R$ ist,
weil $\frac{h+2d}{\ldots}$

haben, der aber klein genug wäre, damit
2α bejaht bliebe.

. Ex. Es sey R = 6 Fuß, ḥ = 1 F.,
9 F., d = 0,4 F.; so ist $\mathrm{Cos}\,u = \frac{6-1}{6}$
= 0,8333 also u = 33° 34′, und Cos(u+2α)
$\frac{0,8-6}{6} = \frac{3,8}{6} = 0,6333$; also u + 2α
° 42′; demnach 2α = 50° 42′ — 33° 34′ =
und α = 8° 34′.

ie Kufen fangen also unter einem Winkel lcd′
° 42′ an auszugiessen, und der Winkel der ergänzlichen Ausleerung lcψ ist = 8° 34′.

. Ex. Es sey noch R = 6 Fuß, aber ḥ =
h = 9½ F., so wäre iezt

$$u = \frac{6-2}{6} = 0,6666,\ \text{also}\ u = 48° 42′$$

$$(u+2\alpha) = \frac{9,5+0,8-6}{6} = 0,7166$$

u + 2α = 44° 13′; demnach
2α = 44° 13′ — 48° 12 = — 3° 59′

α = — 2°.

Jezt fällt die Stelle ψ, wo die gänzliche Aus-
g erfolgt ist, um 2° von l nach der linken Seite,
twa 2⅓ Zolle zur Linken von l.

Der Einfluß der Schwungkraft auf die Wassertheile
in den Kufen ist hier ganz unbedeutend; sie leiden
den Eindruck einer Centrifugalkraft, der, unsere
Schwe-

Seit
Kass
richti
zurück
woran
selbst
meint
nicht
schon
bei ei
wie ei

§. 1
Effekt d
darauf
ben sind

Au

Wenn nun df der sa gleichlaufend ist, so ist rdf
180° — ard, und rds = rdf — (sde + edf) =
— (u + α) = 180° — (ard + u + α); da-
auch rsd = 180° — (ard + rds) = u + α;
nunmehr

$$\sin (u + \alpha) : rd = \sin ard : sd$$

, wenn rd = d gesetzt wird,

$$sd = \frac{\sin ard}{\sin (u + \alpha)} \cdot d$$

2. Die Oberfläche des Wassers in der Kufe ist
Hervortreten aus dem Strohme eine Ellipse, de-
grosse Axe die sd, also $= \frac{\sin ard}{\sin (u + \alpha)} \cdot d$ ist.

3. Die kleine Axe dieser elliptischen Oberfläche ist
gerade Linie, welche sich ergiebt, wenn man durch
Mitte der sr eine gerade der rd gleichlaufend bis
die Seite bd zieht.

Nun sey der Kufe Höhe so = a, so wäre,
des vollständigen Kegels Höhe = A und des
Durchmesser ab = D gesetzt wird,

$$\tfrac{1}{2} (D - d) : a = \tfrac{1}{2} D : A$$

$$A = \frac{a D}{D - d}$$

Es ist ferner

$$\sin rsd : rd = \sin sdr : rs$$

$$rs = \frac{\sin (ard + u + \alpha)}{\sin (u + \alpha)} \cdot d$$

Denkt

also

q

= Cos u

Die

die man

allmälige

ganzen H

mit ihrer

Höhe q

5.

Daher d

Kufe =

R. (

(§. 91).

en als Last in Rechnung, und das Moment der ge-
mten Last ist

$$\frac{qC + C\tau'') \cdot (\text{Bog}(90^\circ - u) + \text{Bog}\,\text{Cos}\,C\tau'')}{R \cdot 2\pi \cdot (\text{Bog}(90^\circ - u) + \text{Bog}.\,\text{Cos}\,C\tau'')} \times N.R.k.\mathfrak{G}$$

$$= \frac{qC + C\tau''}{2\pi R}.R.N.k.\mathfrak{G}$$

i. die Sache verhält sich so, als ob eine Last $\frac{+ C\tau''}{2\pi R}.N.k.\mathfrak{G}$ in der Entfernung $Cd = R$ der Axe angebracht wäre.

7. Aus (§. 109) giebt sich die Grösse des Was-
ses; wenn diese dem Gewicht einer Wassermasse
der Entfernung R von der Axe gleich ist, so hat
endlich

$$P.R = \frac{qC + C\tau''}{2\pi}.N.k$$

$$P = \frac{qC + C\tau''}{2\pi R}.N.k$$

$$N = \frac{2\pi R.P}{(qC + C\tau'').k}$$

$$k = \frac{2\pi R.P}{(qC + C\tau'').N}$$

. Des Rades Geschwindigkeit giebt sich gleich-
s (§. 109); wenn diese v heißt, kommt das

der in
bewässe
wie vi
oder e
geschöp
schaft.
in alle
wenn i
fussen

---

§. 146.

cylindrisch

r dem oberen Rande des ringförmigen
sey dieses Behältniß mit einem Deckel
daß fig. 79 einen horizontalen Durch-
ie Maschine in der Stelle des Deckels
iesem Deckel befinde sich irgendwo eine
ein kurzes Aufsatzröhrchen *a* zum Anfül-
nisses mit Wasser, das dann gleich nach
wieder luftdicht verstopft wird.

: Höhlung gehe eine lothrechte Welle,
iere cylindrische Wand des Behältnisses
daß mit dieser Welle, die mittelst Za-
: ist, zugleich das Behältniß um eine
e Axe lauft. Etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll tief
ckel sey ein Seitenrohr, wie fig. 80,
s in einer dünnen Platte xy eine Oeff-
Vor dieser Oeffnung sey aussen ein
racht, das durch eine schwache Feder
ig angedruckt werde, um bei Anfüllung
mit Wasser vom blossen Druck des Was-
en Stande der Maschine sich nicht öff-

Welle kann ein Trilling angebracht seyn,
ingreifendes Rad eine beträchtliche Um-
gkeit bekommt. Im Kleinen kann eine
n der Wellenaxe angebracht und solche
mit einer beträchtlich grösseren Rolle
jen, da dann durch Umdrehung der letz-
erliche Umlaufsgeschwindigkeit der erste-
rd, mit der zugleich das mit Wasser ge-
ß mit grosser Schnelligkeit um dieselbe
.

Tab. IX. stellt die Maschine nach der
tung im lothrechten Durchschnitt vor,

Schw

nifz E
a ang
und s
hält d
Schw
der U
geschw
Daher
das
ströhm
der M
vom
spiegel
ner M
sphäre
ströhm
immer
in die
lange

rehung muß der Richtung, nach welcher der Strahl
eßt, entgegengesetzt seyn. Um das Gleichgewicht der
hinentheile unter sich zu erhalten, bringt man zwei
rungrohre einander gegenüber an. Wenn der Halb-
r der äusseren Wand $\gamma\zeta$ mit r und der Halbmesser γw
L bezeichnet wird, so leistet die Maschine deßo mehr,

niger $\frac{r}{R}$ von 1 verschieden ist. Die Maschine, wel-

h im Kleinern habe verfertigen lassen, thut treffliche
ste.

Zwanzigstes Kapitel.

e archimedische Wasserschnecke.

Erklärung 41.

Man denke sich einen von allen Seiten verschlossenen, nur an beiden Enden
Kanal um den äusseren Umfang eines Cy-
o herumgelegt, daß seine centrische Linie mit
f die Axe des Cylinders senkrechten Ebenen
Winkel mache, so hat man eine archime-
Wasserschnecke (fig. 82). Der Cylin-
r welchen der Kanal schraubenförmig herum-
ißt die Spindel.

rd die Maschine unter gehöriger Neigung so
t, daß die untere Oeffnung n des Kanals
asser steht, wenigstens bei jedesmaliger Um-
der Spindel unter die Oberfläche des Wassers

dem u
und a
u. s. f.

Gang
schwer,
Gange
ren Um
die im
gessen.

§
nal dur
einzelen
in den
Der N
aus mi
belegt,
ter zur

s können auch mehrere solche Kanäle um eine
l geführt werden, die einen gemeinschaftlichen
bekommen. Daraus entstehen doppelte und
iche Schnecken.

Erklärung. 43.

149. Hier verdienen besonders drei Winkel
zu werden.

.) Der Winkel vrs, welchen die Spindelaxe vr mit der in derselben lothrechten Ebene liegenden horizontalen sr macht. Ich nenne ihn den Standwinkel.

.) Der Winkel, welchen die centrische Linie des Schneckengangs mit einer auf die Axe senkrechten Ebene macht. Ich nenne ihn den Schneckenwinkel.

) Der Winkel, welchen die centrische Linie des Schneckengangs bei aufgestellter Maschine mit einer horizontalen Ebene macht. Ich nenne ihn den Fallwinkel, weil er derjenige Winkel ist, unter welchem das in den Gängen sich fortbewegende Wasser aus jedem unteren Gange in den nächstfolgenden fällt.

Aufg. 38.

50. MN (fig. 83) sey eine Horizontal-
 der durch diese Horizontallinie gehenden
n Ebene sey edc ein willkührlich genom-
Winkel $= \eta$; in derselben lothrechten Ebene
übrigens willkührlich gezogene vr senkrecht
 cd, so daß sie die horizontale MN unter

 einem

alſo

§.

Standn
winkel l

D
Waſſer
einande

E
kung de
der Spi
bewegen

ſeyn, n

In

...stimmung äusserst schwierig ist, desto schwieriger, ie weiter die Gänge sind.

Wenn der Kreis, in welchem die Schöpföffnung n herumlauft, nicht ganz unter Wasser liegt, sondern vor seinem Umfang ein Bogen, der in Graden $= 2\alpha$ ist, über die Wasserfläche hervorragt, so faßt die Schnecke unter sonst gleichen Umständen die größtmögliche Wassermenge, wenn

$$\sin\alpha = \tang\eta \cdot \tang\vartheta$$

ist.

II. Wenn man $\tang\eta \cdot \tang\vartheta = T$ setzt, und α' durch die Formel

$$T \cdot \text{Bogenlänge}\,\alpha' + r \cdot \cos\alpha' = T \cdot \text{Bogenlänge}\,\alpha + r \cdot \cos\alpha$$

mittelst einiger Rechnungsproben sucht, so wäre, woferne ... alles Wasser in der centrischen Linie eines Schneckenganges befände, die Länge eines wasserhaltigen Stücks ei... jeden Schneckenganges =

$$(\text{Bogenlänge}\,\alpha' - \text{Bogenlänge}\,\alpha) \cdot \sec\eta$$

... nämlich die Bogenlängen für den Halbmesser der Schnecke, d. i. für die Entfernung der centrischen Linie ... der Spindelaxe berechnet werden.

Wenn also die Weite oder der Querschnitt eines Schneckenganges W heißt, und die gesammte in der Schnecke enthaltene Wassermenge = Q gesetzt wird, so hat man, ...ferne die Schnecke n Gänge führt,

$$Q = n \cdot W \cdot \sec\eta \cdot (\text{Bogenl.}\,\alpha' - \text{Bogenl.}\,\alpha)$$

Aber in der Ausübung, wo das Wasser nicht in der ...rischen Linie beisammen ist, weicht diese Formel desto ... von der Wahrheit ab, ie weiter die Gänge sind.

In Rücksicht auf die Berechnung des Effekts wird es ...e Ausübung genügen,

$$= \tfrac{2}{3}\, n\, W \cdot \sec\eta \cdot (\text{Bogenl.}\,\alpha' - \text{Bogenl.}\,\alpha)$$

...hmen.

III. Eine

W

fernun

die Kr

gewich

IV.

$\frac{1}{n}$ Q (

Ist

schütte

aus.

V.

wechsel

die Kra

Fuß W

$2\frac{1}{4}$ Par

emnach (no. III)

$$\frac{1}{2}N = \frac{l.\sin\vartheta}{2\pi\mathfrak{L}}.Q + \phi$$

$$N = \frac{l.\sin\vartheta}{2\pi\mathfrak{L}}.Q + 2\phi$$

den Unterschied beider Bogenlängen (no. II) = D

$$N = \frac{2l.\sin\vartheta}{3.\pi l}.nW.\sec\eta.D + 2\phi$$

ich hat man

$$M = \frac{1}{n}Q = \frac{2}{3}W.\sec\eta.D$$

$$W = \frac{1,5.M}{D.\sec\eta}$$

$$N = \frac{l.\sin\vartheta.n.M}{\pi.\mathfrak{L}} + 2\phi$$

Wenn übrigens gleich die Formel für Q (no. II) der ...rung nur beiläufig entspricht, so bleiben doch diese ...hnungen brauchbar, weil der Erfolg einer etwaigen ...ichung nur der wäre, daß eine etwas geringere oder ... grössere Last mit einer etwas grösseren oder etwas ...eren Geschwindigkeit betrieben wird, als man vor...egt hat.

...usführlicher habe ich diese Maschine in der hier an...gezeigten Schrift betrachtet. Besonders hat sich Hr. ...lwein sehr viele Mühe gegeben, die Resultate ...heorie denen der Erfahrung bei dieser Maschine näher ...ngen. Er hat hierüber eine grosse Menge von Ver... angestellt, deren Resultate mit seinen Berechnungen ...h zusammenstimmen. Inzwischen betrug die größte

Wassers

Ein und zwanzigstes Kapitel.
Von der Spiralpumpe.

Erklärung 44.

152. Man denke sich eine um eine horizontale eiserne Stange oder andere Welle (fig. 84) sich herumschlängelnde Röhre a b c ...n o p q r s, deren eines Ende a bei der Um- hung der Welle zum Theil durch die Luft, zum il durch Wasser durchgeht, und deren anderes de bei s mit einer Röhre t x verbunden ist, die eine Steigröhre eingreift, in die sie zwar luft- d wasserdicht einpaßt, in der sie sich aber doch bei drehung der Welle x y, die Reibung bei Seite tzt, frei herumdreht, so hat man die Wirzi- e Spiralpumpe. Das erweiterte Ende bei ßt das Horn.

nm. Andreas Wirz, ein Zinngiesser in Zürch, hat diese Spiralpumpe ums J. 1746 erfunden. Ich halte sie bei aller Simplicität für eine der sinnreichsten Erfindungen in der Maschinenlehre. In ihr findet man Wirkungen der chimedischen Schnecke mit Wirkungen des Heronsbrunnens vereint. Die Eigenschaft der Luft, Druck fortzupflanzen, ist dabei ungleich besser und vortheilhafter benutzt worden, als bei der Höllischen Heronsmaschine.

Sie bringt das Wasser auf folgende Weise zum steigen.

Wirkungsart.

eim Herumdrehen der Welle schöpft das Horn nd alle Gänge werden völlig auf die Weise wie

CD die ganze Höhe von der cen
ralbögen oder den Durchmesser ei
net, in welchen sich die centrisch
gen gerade einschieben liesse, und
D bezeichnet wird, so kann m
und wenn η, wie bei der ar
den Winkel bezeichnet, welchen
nes Gangs mit einer auf die Ax
macht, so hat man

$$\frac{k+H}{k} . \lambda' . W = \frac{k \ldots}{\ldots}$$

also

$$\lambda' = \frac{(k+D) \ldots}{2 . (k+H \ldots}$$

wo H die Höhe des Wasserdruck

2. Hieraus ergiebt sich die
tigen Bogens $3p2 = \frac{\pi . D}{\sin \eta}$ -
und

lothrechte Höhe, welche zu dem Bogen 2 · 1
vill ich so ausdrucken

Höhe λ'

$$h' = \text{Höhe } \lambda'$$

ist aber die Höhe des Spiralbogens λ' oder
$\frac{)).\pi D}{\cdot H).\sin\eta}$ einerlei mit der Höhe des Kreisbo-
$r = \frac{(k+D).\pi D}{2(k+H)}$ und dessen Durchmes-
$= D$ wäre.

Quadrant von diesem Halbmesser ist =
und

$$\tfrac{1}{2} D + \sin \text{Bog} \left(\frac{(k+D).\pi D}{2.(k+H)} - \tfrac{1}{2}\pi D \right)$$

$$\tfrac{1}{2}D + \tfrac{1}{2}D.\sin\text{Bog}\left(\frac{(k+D).\pi}{k+H} - \tfrac{1}{2}\pi \right)$$

$$D + \tfrac{1}{2}D.\sin\text{Bog}. \frac{(k+2D-H).\pi}{2.(k+H)}$$

ist aber, wenn dieser Bogen β heißt,

$$\sin\text{Bog}\,\beta = \beta - \frac{\beta^3}{6} + \frac{\beta^5}{120} - \text{rc.}$$

ter die beiden ersten Glieder hinlänglich sind.

$$h' = \tfrac{1}{2}D - \tfrac{1}{2}D.\left(\beta - \frac{\beta^3}{6}\right)$$

Betrachtet man nun die Werthe von $h_{\prime}$, h'',
s eine arithmetisch steigende Reihe, deren letz-

Zus.

.. 154. Die so bestimmte Höhe H ist die Höhe
Wasserdrucks, mit der die sämmtlichen Pressungen
im Gleichgewicht sind.

Die Höhe, zu der das Wasser in der Steigröhre
te Stelle 1 erhoben werden kann, heisse $\mathfrak{H}$, so
 beträchtlich grösser als H, weil die in der
öhre enthaltene Wassermasse durch die dazwischen
en Luftmassen getrennt wird, so daß von oben
 in der Steigröhre Wasser und Luftsäulen mit
er abwechseln, woferne sich nicht Wasser und
it einander vermengen.

. Da das Gewicht der Luft in Vergleichung mit der
s Wassers hier bei Seite gesetzt werden kann, so erhel-
, daß diese Abwechselung oder Vermengung des Wassers
t Luft in der Steigröhre die Förderungshöhe vergrössert,
ne zugleich die Last in der Steigröhre zu vergrössern.
dennoch wird hierdurch der Effekt der Maschine gar nicht
ergrössert, weil ebendarum auch allemal ein Theil der
mdrehung der Walze bloß den Erfolg hat, daß Luft aus
 Steigröhre kommt, daß also die zur Umdrehung der
Welle erfoderliche Kraft zum Theil ohne Wirkung verwen-
t werden muß. Uebrigens ist es wohl eine vergebliche
Bemühung, allgemeine Berechnungen über den Effekt die-
 Maschine anstellen zu wollen, da die Luft in der Steig-
hre das Wasser bald in besondere Säulen trennt, bald
ch mit demselben vermengt, bald in grösseren und kleine-
 Blasen durch das Wasser hinauf steigt. Schon dieses
ird mich entschuldigen, wenn ich mich hier in keine tie-
e Untersuchungen einlasse. Ob übrigens diese Maschine,
ie Hr. Eytelwein behauptet, allen übrigen Schöpf-
aschinen vorzuziehen sey, getraue ich um so weniger zu
tscheiden, als mir eigene Erfahrungen über diese Ma-
ne fehlen. Die oben beschriebenen Schöpfräder werden

 wenig-

E

Zn

Von i
ker

§. 155.

liegen,
an der i
befestigt
untere V

Zus.

). 156. In einer gewissen Entfernung von der hungsaxe wirke eine bewegende Kraft F mit der windigkeit C; die Reibung und sonstige Neben- nisse, auf dieselbe Entfernung gebracht, heisse Φ; assermenge, welche die Maschine in der Zeit T e Höhe H bringt, heisse im kubischen Maase) ist

$$M = \frac{(F - \Phi) . C . T}{H}$$

Erklärung 46.

). 157. Statt der Kästen denke man sich lederne topfte Kugeln oder gelinderte massive Scheiben er Kette ohne Ende, die beim Aufsteigen durch löhre durchgehen, an deren Wände sie genau an- , so hat man ein Paternosterwerk oder :nkranzmühle Insbesondere heisit diese ine auch ein Püschelwerk, wenn die Kette Ende keine Scheiben, sondern ausgestopfte Ku- der elliptische Sphäroiden führt.

Zus.

. 158. Für die Püschelwerke ist wie für die künste allgemein

$$M = \frac{(F - \Phi) . C . T}{H}$$

Die Püschel müssen nicht zu gedränge durch die öhre durchgehen.

y nun die Reibung der sämmtlichen Püscheln in der Steigröhre so groß, als das Gewicht einer Wassermasse, deren kub. Inhalt $= \Phi'$

 Die

Die W
Q
Der kub
rig
Die Län
ten
Die spec.

Das Ge
W
Das G
gle
sche
Die Reil
R
sern
so findet

Erklärung 47.

ı. 159. Man denke sich eine Kette ohne Ende
ɔissen Entfernungen von einander mit Schaufel-
n verbunden und über zwei parallele Wellen ge-
deren Axen in einer schiefen Ebene liegen; im
'gange gleiten die Schaufelbretter über einen zur
ützung angebrachten schiefen Steg ab, und zu
r Zeit gehen die aufwärts steigenden Schaufel-
' durch einen bloß oben offenen schief gelegten
lepipedischen Kanal, dessen unteres Ende im
: steht. Diese Maschine heißt ein **Schaufel-**
; während der Umdrehung der oberen Welle
naufhörlich am obern Ende des Kanals Wasser
ɔssen, das iedesmal zwischen zweien auf einan-
genden Schaufeln enthalten ist. Einen beiläu-
Begriff giebt fig. 85.

Zus.

. 160. Es ist auch hier wie (§. 156)

$$M = \frac{(F - \phi).C.T}{H}$$

Es sollen σ, R, r, ϱ, K, k und ϕ'' die vo-
edeutung behalten; überdas sey

nzahl der im Kanale enthaltenen Wasser-
prismen . . . . . = n

Höhe eines ieden Schaufelbretts wie a b
(fig. 85) . . . . . = h

änge desselben . . . . = δ
so daß δ.h die Grösse der Schaufel-
fläche ausdruckt.

Entfernung zweier Schaufeln von einan-
der, wie d e . . . .

Der Winkel BAC, unter welchem der Kanalboden gegen den Horizont geneigt ist . =
Dieser ist dem Winkel gleich, welchen die Ebene, in der beide Wellenaxen liegen, mit dem Horizont macht.

Der kubische Inhalt von dem zwischen jedem Paar Schaufeln mit Wasser bedeckten Kettenstück . . . . =

so ist, wenn alles in Fussen ausgedruckt wird,

$$\Phi'' = \frac{\varrho}{R} \times$$

$$\left(\frac{(R+r).n.\sin\eta}{10.R} . \sigma . \left(\frac{\delta f.(2h - f.tg\eta}{2} - k\right) + \frac{K\cdot}{1}\right.$$

Anm. 1. Der Kanal kann auch über den Schaufeln Bedeckung haben, an die aber die Schaufeln nicht an... sen dürfen. Es kann dadurch das Verschütten des Wa...

zu 3. Kastenkünste und Päuschelwerke sind sehr unvollkommene Maschinen, die keinen Gebrauch verdienen. Hingegen leisten die Schaufelwerke beim Wasserbau, wo sehr viel Wasser etwa nicht über 6 bis 8 Fusse hoch ausgeschöpft werden soll, und die Arbeit nur auf ein Paar Monathe eingeschränkt ist, sehr gute Dienste. Die obere Welle wird in solchen Fällen von Arbeitern mittelst Kurbeln herumgetrieben. Sie lassen sich zwar auch durch Wasserräder betreiben, aber solche Anstalten setzen einen fortdauernden Gebrauch voraus, wozu sie nicht empfohlen werden können.

Hierher gehörige Schriften.

Leupold, angef. Theatr. mach. hydraul.

Belidor, angef. Archit. hydraul. I. Th.

Perronet, Descript des projets et de la construct. des ponts de Neuille etc. Nouv. Ed. Paris 1788.

Karsten, angef. Lehrbegr. VI. Th.

Langsdorf, angef. Lehrb. der Hydraul.

Drei und zwanzigstes Kapitel.

Von der Veraschen wasserhebenden Seilmaschine.

Erklärung 48.

161. Man denke sich zwei eiserne Stangen oder andere Wellen mit horizontalen in einer lothrechten Ebene liegenden Axen, die untere im Wasser, welches aufgefördert werden, die obere in der Höhe, zu welcher das Wasser erhoben werden soll; jede dieser parallelen Wellen seyen Rollen, die der oberen Welle gerade über den unteren liegend,

 so-

gen werden, das bei schneller
mit bis zu den oberen Rollen erh
Seil im Niedergange, nahe
Rolle, durch eine blechene Röh
an der sich das Wasser ausdruck

Anm. 1. Die bloß von der Attrak
telbar entstehende Wasserrinde best
digkeit der Seilen die Wassermeng
Ist nämlich die Geschwindigkeit de
schnitt des vom Wasser aufgeschw
äusseren Wasserring beim Aufsteigen
und der Querschnitt der Abstreifrö
ieder Sekunde von iedem Seile
$= C. (W - w)$, woferne übrig
mit der das Wasser am aufsteigen
herabfließt, kleiner als die Geschw
Führt also die Maschine ... ieder
die in ieder Sekunde durch die M
menge $= n. C. (W - w)$. D
verliehren, w nur dem Querschn
gleich oder doch nur w... grösser

el ed versehen wird, bei deren Herumtreibung die Ma-
hine ihre Dienste thut.

m. 3. Die königl. Akad. d. W. zu Göttingen hatte vor
twa 2 Jahren einen Preiß auf die Begründung einer be-
iedigenden Theorie dieser Maschine ausgesetzt; aber die
rage ist ganz unbeantwortet geblieben. Dieses wird mich
ntschuldigen, wenn ich auch hier mich in keine theoretische
ntersuchungen darüber einlasse. Uebrigens ist ihr Effekt
icht unbedeutend.

Vier und zwanzigstes Kapitel.

orie der Bewegung bei Maschinen ungleichförmigen Beharrungsstande, nd insbesondere der des Krumm-zapfens.

Aufg. 40.

An einer Maschine seyen die statischen
Momente der Kraft und der Last un-
ich; sämmtliche mit dem Gange der Ma-
leich in Bewegung gesetzte Massen denke
nach der Lehre vom Moment der Trägheit
on der Last angegriffenen Punkt reducirt,
nach diesem reducirten Werthe an ge-
unkt dasselbe Moment der Trägheit, also
Einfluß auf die Bewegung der von der
griffenen Stelle haben, wie an ihren
llen.

Diese

E
B

III. Di
t
in
K

Der W
die
Laf
lau

Der vor
der

Die auf
cirt

Die für
stan
iene

n soll eine allgemeine Gleichung zwischen
estimmungsstücken für den Beharrungs-
finden.

fl. 1. Die Geschwindigkeit des Kraftpunk-
jedesmal nach t Sekunden am größten ist,
im Augenblick des neuen Angriffs der Masse
werde aus ihr die c, so ist, weil im Augen-
s neuen Angriffs bloß der Masse Π die Ge-
eit $\frac{b}{B}C$ zukommt, nach geschehenem Angriff
Masse Π + Σ + W zugleich in Bewegung

$$. \frac{b}{B} . C = (\Pi + \Sigma + W) . \frac{b}{B} . c$$

$$c = \frac{\Pi}{\Pi + \Sigma + W} . C \text{ **)}$$

2. Die

esem Kapitel ist der Beharrungsstand allemal un-
förmig, daher ich nicht nöthig habe, dieses Beiwort
mal ausdrücklich beizusetzen. Der Kürze wegen will
ch den Punkt, auf welchen Masse und Last reducirt
schlechtweg den Lastpunkt und den von der Kraft
rissenen den Kraftpunkt nennen.

ersteht sich von selbsten, daß die Masse Π+Σ+W
m strengsten Sinne des Worts, plötzlich die Ge-
digkeit c erhalte, sondern daß die Verwandlung der
die c mit irgend einem kleinen Zeitaufwand τ ver-
n sey. Wäre dieser Zeitaufwand τ von Bedeutung,
ne zu der vom Stoße herrührenden Aenderung auch
die von der in der Zeit τ wirkenden beschleunigen-
raft herrührende Geschwindigkeitsänderung, so daß
de der Zeit τ nicht mehr c. (Π+Σ+W) = Π . C
seyn

2. Die beschleunigende Kraft, welche von di[...] Augenblick an an die Masse wirkt, ist

$$\frac{\frac{B}{b}.P-Q}{\Pi+\Sigma+W}$$

also

$$b = t.\frac{b}{B}.c+t^2.\frac{\frac{B}{b}.P-Q}{\Pi+\Sigma+W}.[...]$$

$$= t.\frac{b}{B}.\frac{\Pi}{\Pi+\Sigma+W}.C+t^2.\left(\frac{\frac{B}{b}.P-Q}{\Pi+\Sigma+W}\right).[...]$$

3. Am Ende der jedesmaligen Beschleunigungs[...] ist aus der anfänglichen $\frac{b}{B}.c$ die

1; sie ist aber am Ende der Zeit t allemal =
also

$$.C = \frac{b}{B} \cdot \frac{\Pi}{\Pi+\Sigma+W} \cdot C + 2t \cdot \frac{\frac{B}{b} \cdot P - Q}{\Pi+\Sigma+W} \cdot g$$

$$= \frac{\Pi}{\Pi+\Sigma+W} \cdot C + 2t \cdot \frac{\frac{B}{b} \cdot P - Q}{\Pi+\Sigma+W} \cdot \frac{B}{b} g$$

$$\frac{\Sigma+W-\Pi}{\Pi+\Sigma+W} \cdot C = 2t \cdot \frac{\frac{B}{b} \cdot P - Q}{\Pi+\Sigma+W} \cdot \frac{B}{b} \cdot g$$

$$C = \frac{B}{b} \cdot \frac{\frac{B}{b} \cdot P - Q}{W+\Sigma} \cdot 2tg$$

$$\frac{b}{B} \cdot C = \frac{\frac{B}{b} \cdot P - Q}{W+\Sigma} \cdot 2tg$$

Diesen Werth von $\frac{b}{B} \cdot C$ (no. 2) gebraucht,
=

$$\frac{2t^2 g \cdot \Pi(\frac{B}{b} P - Q)}{(\Pi+\Sigma+W) \cdot (\Sigma+W)} + \frac{(\frac{B}{b} \cdot P - Q) \cdot t^2 g}{\Pi+\Sigma+W}$$

=

welches di

§. 1(
solcher ung

$\frac{B}{b}$

oder

P

Für
nur

Die U
Erfolg, daß

V

ire $\Sigma + W$ in Vergleichung mit Π unbedeu- könnte man

$$V = \frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . \Pi . b}{t^2 g . 2\Pi}$$

oder

$$V = \frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . b}{2 . t^2 g}$$

ire hingegen Π in Vergleichung mit $\Sigma + W$ deutend anzusehen, so hätte man sehr nahe

$$V = \frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . (\Sigma+W) . b}{t^2 g . (\Sigma+W)}$$

$$V = \frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . b}{t^2 g}$$

llt die erfoderliche Ueberwucht allemal zwi- beiden Gränzen

$$\frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . b}{2 t^2 g} \text{ und } \frac{b}{B} \cdot \frac{(\Sigma+W) . b}{t^2 g}$$

Zus. 2.

164. Wenn daher bei Maschinen dieser Art ständiger Bewegung bleibender Theile zu wenig aben, so kann die erfoderliche Ueberwucht da- rringert werden, daß Π vergrössert oder zu Ende ein besonderes Schwungrad ange- wird, wie oben beim Hornhaspel. Aus dem ersieht man nun die Gränze des Vortheils, ein solches Schwungrad verschaffen kann; es mlich dadurch die erfoderliche Ueberwucht nie ie Hälfte vermindert werden.

hingegen

die Augen

müsse, fü

sten wird.

§. 1

oder aus

welches d

größte Ge

di

pu

ge

ga

rü

des Last, also auch des Kraftpunktes durch die Vorrichtung eines Schwungrades allemal verringert.

Der Vortheil eines Schwungrades oder überhaupt ergrösserten Werthes von Π besteht also darin, adurch die kleinste Geschwindigkeit der größten gebracht und eben dadurch eine grössere mittlere vindigkeit bewirkt werden kann.

Aufg. 41.

). 166. An einer hierher gehörigen Maschine zendwo um eine beständig herumlaufende Welle ranz oder Ring von bestimmter Materie anget; man soll seine vortheilhaftesten Abmessungen en.

Aufl. 1. Es kommt hier darauf an, denjeni Werth von Π zu suchen, für welchen

$$Q + \frac{(\Sigma+W).(\Pi+\Sigma+W).b}{t^2 g.(2\Pi+\Sigma+W)}$$

ner bestimmten Nutzlast ein minimum wird.

2. Zu dem Ende theile ich Π in zwei Theile Π′ Π″; weil es nämlich Fälle geben kann, wo die ilhaftesten Abmessungen eines Kranzes bestimmt n sollen, der schon um der Festigkeit willen eine nte Breite und Dicke haben muß, wie die Kränze Wasserräder, so sey

reducirte Masse eines Kranzes, dessen Abmessungen ganz von unserer Willkühr abhängen, die also als veränderlich angenommen den können, ... = Π′

 die

die reducirte Masse aller übrigen in Beweg
bleibenden Theile . . .

Eben so will ich von der gesammten L
menge abrechnen, welche durch die von Π' h
Reibung verursacht wird; es sey also

die auf den Lastpunkt gebrachte gesammte L
außer der von Π' herrührenden Reibung

die von Π' herrührende Reibung auf den L
punkt gebracht . . . .

so hat man

$$\Pi = \Pi' + \Pi''$$
$$Q = Q' + F'$$

und nun kommt es also darauf an, daß

$(\Sigma + W) \ldots (\Pi' + \Pi'' + \Sigma + W \ldots$

... im Umfange der Zapfen $= \mu$, so ist

$$= \frac{3{,}14 . n . \mu . \delta . \varrho . \sigma . (\mathfrak{R}^2 - r^2)}{b}$$

...zt man also

$$\frac{3{,}14 . n . \mu . \varrho . \sigma . (\mathfrak{R}^2 - r^2)}{b} = \mathfrak{A}$$

$$... + W) . (\Pi'' + \Sigma + W) . b = \mathfrak{E}$$

$$... + W) . \frac{1{,}57 . n^2 . \sigma . (\mathfrak{R}^4 - r^4)}{b} = \mathfrak{B}$$

$$...^2 g . (2\Pi'' + \Sigma + W) = \mathfrak{C}$$

$$...^2 g . \frac{1{,}57 . n^2 . \sigma . (\mathfrak{R}^4 - r^4)}{b^2} = \mathfrak{D}$$

$$\mathfrak{A} . \delta + \frac{\mathfrak{B} . \delta + \mathfrak{E}}{\mathfrak{D} . \delta + \mathfrak{E}}$$

...m seyn.

...rentialrechnung giebt für diesen Fall

net, so hat man

$\delta =$

Anm. Diese n
welchen hier
Schwungr
kränze bei W
ihrer vortheil

Hat man
schon wegen
festgesetzt wor
hörige Dicke

Findet m
müßte für de
Δ betragen;
müßte in ein
werden.

Hätte ei
Summe von

nerkungen über die Theorie des Krummzapfens.

Aufg. 42.

Es sey

il der Last, dessen statisches Mo-
rånderlich ist (z. B. die Reibung
llzapfen), auf die Entfernung
e von der Umdrehungsaxe ge-
. . . . = q
heil der Last, dessen statisches
sich mit der Umdrehung der
dert . . . . . = Q
ebendiesen Lastpunkt gebracht = P *)
)rige Masse auf denselben Punkt
. . . . . . = 𝔔
)rige Masse eben so reducirt = 𝔓
)t für iede Stelle der Warze in ihrer
ie von der, wo das statische Moment
: o ist, um den zum Winkel α gehö-
bsteht, die Geschwindigkeit der Warze.

. Die beschleunigende Kraft heisse f,

$$= \frac{P - q - Q \,.\, \sin\alpha}{\mathfrak{P} + \mathfrak{Q} \,.\, (\sin\alpha)^2}$$

 2. Die

en, daß ihr unveränderliches statisches Mo-
P ist, wenn r die Länge vom Arm des Krumm-
eutet.

und daher

$$\frac{\Gamma' - }{\ }$$

3. Den

v :

der, wenn

fest.

v :

$$n).n \cdot \text{lnat} \frac{}{1 - \text{Cos}\,\alpha \sqrt{\frac{n}{1+n}}} \Big) + \text{Const}$$

427. XX. und S. 422. XII)

$$\frac{-q).r}{\mathfrak{P}} \cdot \left(\frac{\text{Bog Tg} \frac{\sin\alpha}{\sqrt{(1-\sin\alpha^2)}} \cdot \sqrt{(1+n)}}{\sqrt{(1+n)}} \right.$$

$$\left. \frac{m}{(1+n).n} \cdot \text{lnat} \frac{1+\sqrt{(1-\sin\alpha^2)} \cdot \frac{n}{1+n}}{1-\sqrt{(1-\sin\alpha^2)} \cdot \frac{n}{1+n}} \right)$$

$$+ \text{Const.}$$

Constante noch bestimmt werden muß.

Zus. 1.

168. Ich nehme nun an, die Bewegung sey ungleichförmigen Beharrungsstande, und Kraft an sich unveränderlich, so daß die Warze beim e und beim Rückgange immer dieselbe Last zu habe, so muß die Warze die beiden Halbkreise mlaufs auf ganz gleiche Weise durchlaufen. n also für die Stelle, wie bei w (fig. 87), Moment = o ist, $\alpha = o$, welches allemal gegenüber liegende Punkte statt hat, und ist in dieser Stellen die Geschwindigkeit = C,

durchlauft, hat
trächtliche Uebern
desto kleiner wird
$P - q$ nicht $<$
schleunigt werden
$= Q \cdot \sin\alpha$ wi
beschleunigende
nerer Vergrösser
wucht verneint,
der ab.

6. Also ist

$$\sin\alpha = \frac{P - q}{Q}$$

Es sey z.

a die Stelle für

Macht ma
sind die Sinusse
Kumpfen wec

› nimmt die Geschwindigkeit der Warze von
›eständig ab, von a bis b immer mehr, von
immer weniger, bis endlich in c ihr Abneh-
›ört und nunmehr die Ueberwucht wieder be-
›.

bald also $\alpha = 180° - \mu$ geworden ist, wird
:wucht und die beschleunigende Kraft wieder
nd die Geschwindigkeit wächst wieder im übri-
le des Halbkreises beständig fort, bis sie in d
= C wird, wie bei w.

mnach ist während der Bewegung der Warze
:s d ihre Geschwindigkeit in c am kleinsten;
während der Bewegung von w bis a die Ge-
;keit in w am kleinsten und die in d der in
ist, so muß die Geschwindigkeit in c, welche
ls in d ist, noch um soviel mehr kleiner als
chwindigkeit zwischen w und a seyn.

glich ist die Geschwindigkeit in c, d. h. die
ıdigkeit für $\alpha = 180° - \mu$, überhaupt die
Geschwindigkeit der Warze im ganzen Halb-

Weil nun im ungleichförmigen Beharrungs-
Geschwindigkeit der Warze in w nicht = o,
schon = C ist und in d wiederum = C wird,
wenn obiger Werth von v mit Z + Const
t wird, für den Beharrungsstand

$$v = Z + \text{Const} + \frac{C^2}{4g}$$

erden, und für $\alpha = 180°$ muß dieser Werth

d. i. Const = — Z werden.

Es

also nunmehr vollständig

$$v = \frac{(P - q) \cdot r}{\mathfrak{P}} \cdot \Big(\frac{\text{Bog.}}{}$$

$$+ \frac{m}{2\sqrt{(1+n)} \cdot n} \Big(\ln \frac{(1 + \cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{n}{1+n}})}{(1 - \cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{n}{1+n}})}$$

wo das obere oder das untere Ze
Cos α verneint oder bejaht ist. S
nun $\dfrac{\sin\alpha}{-\sqrt{(1 - \sin\alpha^2)}}$ und so auch
statt Cos α substituiren.

Setzt man hiernächst $\frac{P - q}{Q}$
hält man den Werth für die Höh
sten Geschwindigkeit der Warze zu

D . . .

der auch, wenn t die Zeit eines halben Umgangs ist,

$$= -\frac{(P-q).r}{\mathfrak{P}}.\mathfrak{X} + \frac{\pi^2 r^2}{4gt^2}$$

Soll daher die Bewegung der Fortdauer fähig seyn, so muß

$$\frac{\pi^2 r^2}{4gt^2} - \frac{(P-q).r}{\mathfrak{P}}.\mathfrak{X} > 0$$

oder

$$\frac{\pi^2 r}{4gt^2} > \frac{P-q}{\mathfrak{P}}.\mathfrak{X}$$

seyn; also

$$t < \tfrac{1}{2}\pi.\sqrt{\frac{\mathfrak{P}.r}{g.(P-q).\mathfrak{X}}}$$

Dieses ist demnach die Bedingung, unter welcher die Maschine ihre Bewegung beständig fortsetzen kann, oder unter der sie eines Beharrungsstandes fähig ist.

Anm. Die Berechnungen, welche ich über diesen Gegenstand im 2ten Bande des Handb. der Maschinenl. mitgetheilt habe, beruhen zwar mit den gegenwärtigen auf einerlei Betrachtungen. Es ist aber *fürs erste* die dortige Integration mittelst Reihen äusserst weitläufig und ermüdend; *fürs andere* ist dort die *Konstante* des Integrals unrichtig bestimmt worden; *fürs dritte* ist dort unrichtig $P - q = 0,637 . Q$ gesetzt worden, denn hiermit wird zugleich angenommen, daß die Kraft in Ansehung des mittleren Momentes von Q keiner Uebermacht bedürfe, welches falsch ist, da sonsten auch kein bestimmter Werth von t zur Fortdauer der Umlaufsbewegung nöthig seyn könnte. *Fürs vierte* ist dort ein Hauptrechnungsfehler eingeschlichen, der nachher in alle folgende Formeln übergegangen ist.

Zus.

Man denk
wo sie die mit
nennen will, so
$(\Pi+\Sigma+W)$.
der Bewegung d
also, wenn $\Sigma+$
ihrem mittleren
der Bewegung

Geschwindigkeit

oder in die $C-$

Wenn nu
die verzögernde
eine unveränder
durch f ausgedr

2

seyn, also

telle diese reducirte Masse $= (\Sigma + W) . \sin \alpha^2$,
: mittlere Werth für alle mögliche Stellen ist

$$0{,}424 . (\Sigma + W)$$

$$f = \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . C}{2 g \tau . (\Pi + 0{,}424 . (\Sigma + W))}$$

Setzt man nun auch die mittlere beschleunigende
=

$$\frac{P - q - 0{,}637 . Q}{\Pi + 0{,}424 (\Sigma + W)}$$

man

$$\frac{-q - 0{,}637 . Q}{0{,}424 . (\Sigma + W)} = \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . C}{2 g \tau . (\Pi + 0{,}424 . (\Sigma + W))}$$

$\frac{\pi r}{2 \tau}$ statt C gesetzt,

$$\frac{-q - 0{,}637 . Q}{0{,}424 . (\Sigma + W)} = \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . \pi r}{4 g \tau^2 . (\Pi + 0{,}424 (\Sigma + W))}$$

$$(P - q) - 0{,}637 . Q = \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . \pi r}{4 g \tau^2}$$

Bezeichnet man nun die Zeit, in welcher die Last
W den Weg $2 r = wd$ (fig. 87) oder $= bf$
uft, mit t, so hat man $t = 2 \tau$ und $t^2 = 4 \tau^2$

$$P = q + 0{,}637 . Q + \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . \pi r}{t^2 . g}$$

: Ueberwucht

$$V = \frac{0{,}424 . (\Sigma + W) . \pi r}{t^2 g}$$

wo-

jeſten, daß t nach (§. 168) nicht zu groß
en werde.

berhaupt erhellet hieraus, daß die Theorie des
apfens hiermit noch keineswegs vollendet iſt.

---

nf und zwanzigſtes Kapitel.

Von den Saugwerken.

Erklärung 49.

Die weſentlichen Stücke eines Saugwerks ſind (fig. 88)

das **Kolbenrohr** oder der Stiefel AB
die **Saugröhre** CD
der **Kolben** k.

r Stiefel iſt eine metallene oder hölzerne cy-
: Röhre.

e Saugröhre CD iſt eine mit dem Stiefel ent-
mittelbar oder durch ein Fäßchen, wie F,
ne Röhre, deren obere Oeffnung mit einer
e y (Thürchen, Klappenventil, Stöckel)
ſt.

Teutſchland hat man gewöhnlich hölzerne
ren, ſelten metallene. Iſt die Saugröhre aus
i Stücken zuſammengeſetzt, wie C, D (fig. 89),
das oberſte, worauf die Klappe liegt, das
lkiel, die unteren, wie D, **Kielſtücke**.

metallene Platte befestigt, und
schen dem unteren Kranz des
ren der Saugröhre mit eingeschr
oder man schraubt zwischen d
Kegelventil ein, wie (fig.

Die Kolben der Saugwerk
Leder umgebene (verliederte) E
bedeckte (verliederte) Scheiben
des Durchgangs oder der Durch
penventil, zuweilen auch mit zw

Sie heissen **Eimer-** un
oder **Scheibenkolben**, nac
oder mehr Scheibengestalt haben
verdienen den Vorzug. Einen m
Fig. 92 [2]; einen mit **zwei**
Zum Annageln des Leders wird
senfläche zum Theil von oben h
und das Leder an diesem konisch
fläche mit kurzen Nägeln anges
der Zeichnung deutlich sieht.

spielenden Kolben statt der Luft mit Wasser
verden soll.

Wer die schwierige Theorie der Saugwerke kennen
en wünscht, wird sich gefallen lassen, sie nach mei-
andbuch der Maschinenlehre II. Th zu studieren.
raus abzuschreiben würde für diese Anfangsgründe
läuftig seyn, wenn mich auch nicht andere Gründe
bhielten.

r begnüge ich mich, nur nachstehende allgemeine
te mitzutheilen:

sey
öhe des Kolbenhubs . . . $= b$
öhe der Saugrohrklappe über dem äusseren
Wasserspiegel . . . . $= h$
Stiefels Weite oder Querschnitt . $= \mathfrak{W}$
öhe des schädlichen Raums . . $= q$
ittlere Weite dieses Raums . . $= w$
bische Inhalt des schädlichen Raums . $= \mathfrak{K}$
öhe einer Wassersäule, welche da, wo die
umpe steht, mit dem Druck der Atmosphäre
n Gleichgewicht stehen würde . . $= k$

ll nun das Wasser durch das Spielen des Kolbens
m unteren Behältniß bis zur Ausgußrinne gehoben
können, so müssen die Abmessungen so gewählt
, daß

$$h < \frac{b\mathfrak{W}}{\mathfrak{K}+b\mathfrak{W}} \cdot k$$

gleich

entweder $\frac{\mathfrak{W}}{w} \cdot b + q < h$

oder $\frac{\mathfrak{W}}{w} \cdot b + h \cdot q < 2\sqrt{\frac{\mathfrak{W}}{w} bk}$,

man die Ventilöffnungen weit
schwindigkeit des Kolbens ist di
nug, wenn ihr Durchmesser die
des Stiefels beträgt.

III. Wo es angeht, setze ma
von gleichen Abmessungen in ein
der Kolben des einen niedergeh
gehoben wird, und umgekehrt;
peltes Saugwerk an.

IV. Bei einem einfachen S
nen Windkessel nahe an der Sa
Stöckel oder der Saugrohrklapp
Verbindung. Auch bei einem do
setze aber überdas, woferne die
röhren mit dem unteren Wasser
den müssen, zwei gegenüber steh
und dieselbe Zuflußröhre.

V. Man lasse die Kolben, w
ben, nicht langsamer als mit ei
Zollen Rhl. in 1 Sek. spielen.

VI. Wenn die Höhe vom W
sten Kolbenstand = H, die gänze

empirische Regel annehmen. Dieses giebt für
Saugröhren

$$H = k - \left(\frac{\mathfrak{W}}{w} + 1\right) . c$$

ein für alle Saugröhren

$$k - \frac{\mathfrak{W}}{w}.c) + \sqrt{\left(\frac{1}{4}\left(k - \frac{\mathfrak{W}}{w}.c\right)^2 - c.l\right)}$$

die Formel für P (§. 169, am Ende) läßt sich
iläufigen Berechnung so anwenden.

r mittleren Geschwindigkeit des Wassers in der
gehörige Höhe setze man $= h$; sie ist

$$= \frac{\mathfrak{W}}{w} . \frac{c^2}{4g};$$

findet man (Hydraul. §. 35) die von den Röh-
'ende Widerstandshöhe $= (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) . h$.

ittlere Druck des Wassers in der Saugröhre ist
Wassersäule von der Höhe $H - \frac{1}{2} b$, also leidet
von unten hinauf von der auf den unteren
el wirkenden Atmosphäre einen Druck

$$k\mathfrak{W} - ((\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h + H - \tfrac{1}{2} b) \times \mathfrak{W}$$

ittlere Druck der Atmosphäre und des Wassers
erab ist =

$$k\mathfrak{W} + (\mathfrak{H} + \tfrac{1}{2} b) . \mathfrak{W}$$

Höhe der Ausgußrinne über dem höchsten Kol-
heißt.

h bleibt von oben herab noch eine Last zu wäl-
=

$$+\tfrac{1}{2}b).\mathfrak{W} - k\mathfrak{W} + ((\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h + H - \tfrac{1}{2}b).\mathfrak{W}$$

$$= ((\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h + H + \mathfrak{H}).\mathfrak{W}$$

die Kolbenreibung Φ kommt.

Während der Erhebung des e

dere nieder, dessen Reibung al

den muß.

Setzt man also die übrigen K

mal der Niedergang des einen

des andern entgegensetzt, bei S

zur Erhebung des Kolbens erfol

des Wasserrades bei einem dopp

man in dem Werthe von P (§. 1

$$((\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h+H+\mathfrak{H}+$$

$$(\frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}+\mathfrak{H}+b).$$

setzen, wo dann Φ die Höhe ei

die auf dem Kolben stehen müßt

zuheben.

Wird ausserdem q und Σ ge

dort für die Zeit eines halben

nämlich für die Zeit des Schub

die dortige Gleichung den beiläu

Man darf aber die in der Zei

in der Ausübung nie größer als

ten, angef. Lehrbegr. V. Th.

nat, Principes d'Hydraulique.

der, Vollständige Theorie der Saug- und Hebe-
umpen, und Grundsätze zu ihrer vortheilhaften An-
dnung. Bayreuth 1797.

elben, Neue Vorschläge und Erfindungen zur
erbesserung der Wasserkünste beim Bergbau und
alinenwesen. Bayreuth 1800.

sdorf angef. Lehrb. d. Hydraul.

elben Handb. d. Maschinenl. 2. B.

old, angef. Theatr Machin.

lor angef. Archit. hydr. I. Th.

ör, historisch-chronologische Nachricht und Be-
chreibung des Maschinenwesens bei dem Bergbaue
f dem Oberharze I. Th.

e Magazin für die Bergbaukunde, in mehreren
änden.

---

s und zwanzigstes Kapitel.

Druck-, insbesondere den ver-
barten Saug- und Druck-
werken.

Erklärung 50.

Wenn bei einem Saugwerk die höchste Stelle des Kolbenstandes noch unter n Wasserspiegel liegt und unter dem tief-nstande an der Seite des Stiefels eine angebracht wird, in welche beim Nie-

 der-

Einrichtung tiefer als der höch
hat man ein vereinbartes S
werk.

Ersteres kommt fast nie vor,
tung des letzteren auch auf das
so wird wie gewöhnlich auch hie
ten Saug- und Druckwerken ger

Auch hier ist der schädlich
nämlich der Raum im Stiefel
Rand der Seitenöffnung bis zum
sten Stelle. Man muß ihn gan

Um das Wasser in der Ste
Bewegung zu erhalten, bringt
Stiefels einen Windkessel
blase an.

Fig. 93 zeigt eine Steiger
blase bei M, welche oberhalb
preßter Luft angefüllt ist und
kurzen Saugröhre.

Wenn man durch eine hinlängliche Anzahl lederner n, die man zwischen zwei eiserne Scheiben legt, rken Bolzen durchgehen läßt, der unten mit einem e versehen ist, hierauf unten eine Mutter mit grös- alt herumdreht, um die sämmtlichen Scheiben dicht n zu pressen, und dann den so zusammengepreßten abdrehen läßt, so erhält man einen guten Kolben. dere Einrichtung giebt fig. 95. cdef ist ein einzi- ck, wie eine Büchse. Um diese herum sind lederne elegt, die durch einen messingenen Ring vw be- rden. Unten wird eine Scheibe xy angelegt. Auf ng vw liegt die Scheibe ab, die unten mit einem on versehen ist, welcher auf dem Ring vw aufsitzt. ie obere und untere Scheibe und durch das Mit- die Büchse, wird der Bolzen op durchgesteckt, bei p eine Mutter mit Gewalt angeschroben. Die Scheiben bekommen einen Durchmesser, der etwa kleiner als der des Stiefels ist; der abgedrehte le- ylinder muß, solange er trocken ist, ganz willig im mit der Hand hin und her geschoben werden kön- Uebrigens muß auch hier, um Gleichheit der Last zu , allemal ein doppeltes Druckwerk angelegt Hier kann ich mich in ihre Beschreibung nicht n, auch weil das Buch durch die vielen Kupfer zu werden würde. Eine dergleichen Einrichtung theile Beschreibung der Feuerspritzen mit. Mehr davon an in meinem Lehrb. der Hydraul. und bei Hrn. er, dessen Schrift von 1800 ich unten anzeigen werde. erdient ganz vorzügliche Empfehlung.

Aufg. 43.

73. An einem doppelten vereinbarten nd Druckwerk, wobei die Höhe der Saug- unbedeutend angesehen werden kann, sey ite des Stiefels . . = W

die Weite der Steigröhre , ,

die ganze Länge der Steigröhre bis zu[m]
Ausgusse , , , ,

die lothrechte Höhe des Ausgusses über d[em]
mittleren Kolbenstand , ,

die Länge oder Tiefe des Schubs von [der]
höchsten bis zur tiefsten Kolbenstelle

die Zeit, in welcher der Kolben einen s[ol-]
chen Schub vollendet, in Sekunden

Man sucht eine Gleichung zwischen d[en ver-]
schiedenen Bestimmungsstücken, die Betreib[ung mit-]
telst eines Krummzapfens vorausgesetzt.

Aufl. I. Fall, für eine Steigrö[hre ohne]
Windkessel.

Die reducirte Wassermasse ist hier

$$W = \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}} . \lambda \mathfrak{W}$$

Wenn also q und Σ besonders berechnet wer-
b statt r gesetzt wird und die zur Betreibung
ıckwerks am Umfange eines Rades, dessen
'er R ist, erfoderliche Kraft P heißt und die
eines Kolbens mit φ bezeichnet wird, so hat
169)

$$\left(0{,}637\left((\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h+H+2\phi\right).\mathfrak{W} + q + \frac{0{,}424.\pi.(\Sigma+\frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{w}}.\lambda\mathfrak{W}).b}{2t^2g}\right).\frac{b}{2R}$$

Fall, für eine Steigröhre mit einem hin-
n Windkessel.

: diesen Fall bleibt das Wasser in der Steig-
. ohnunterbrochener Bewegung; man hat also
mal von neuem in Bewegung zu setzende Was-
W = 0, und es wird

$$\left(0{,}637.(H+(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}).h+2\phi).\mathfrak{W}+q + \frac{0{,}424.\pi.\Sigma.b}{2t^2.g}\right).\frac{b}{2R}$$

e Grösse q ist hier der kubische Inhalt einer
ule, die des Kolbens Grundfläche 𝔚 zur
iche hätte; und wenn nun alles in Fussen aus-
wird, so hat man den Werth von P in Kub.
Wassers.

Mul-

stimmungen zufrieden seyn muß.

Die Bestimmung von Φ ist äuß
keiner genauen Angabe fähig. Wie
fig kann man

$$\Phi = (0{,}15 \pm 0{,}05) \cdot \frac{P}{\mathfrak{W}} \cdot ($$

setzen, wo d den zu $\mathfrak{W}$ gehörigen
Das untere Zeichen geht auf nachg
obere auf gut gebohrte hölzerne Sti

Setzt man nun

$$0{,}637 \cdot (H + (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) \cdot h) \cdot \mathfrak{W} + q +$$

so hat man

$$P = \left(P' + (0{,}3 \pm 0{,}1) \cdot \frac{P}{\mathfrak{W}} \cdot (\right.$$

also nach gehöriger Reduktion

$$P = \frac{0{,}637 \cdot (H + (\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) \cdot h) \cdot \mathfrak{W}}{\frac{2R}{b} - 0{,}3 \pm 0{,}1 \cdot (}$$

Anm. 3. Wenn die Höhe des schädlichen Raums = $\mathfrak{h}$ gesetzt wird, so ist sein kubischer Inhalt = $\mathfrak{h} \cdot \mathfrak{W}$, aus welchem, passende Kolben vorausgesetzt, die atmosphärische Luft nicht herausgeschafft werden kann.

Die Höhe des tiefsten Kolbenstandes über dem Wasserspiegel im Behältniß sey = $\mathfrak{h}'$, wenn nun das Wasser am Ende eines jeden Hubs auf die Höhe $\mathfrak{h}' + \mathfrak{h}''$ im Stiefel nachgefolgt ist, und die Höhe des jetzt noch über dem Kolben vorhandenen Luftraums mit β bezeichnet wird, so muß der Druck $\left(\mathfrak{h}' + \mathfrak{h}'' + \frac{\mathfrak{h}}{\beta} \cdot k\right)\mathfrak{W}$ mit dem atmosphärischen Druck $k . \mathfrak{W}$ im Gleichgewicht seyn; also

$$\mathfrak{h}' + \mathfrak{h}'' + \frac{\mathfrak{h}}{\beta} . k = k$$

und

$$\beta = \frac{\mathfrak{h} . k}{k - \mathfrak{h}' - \mathfrak{h}''}$$

Es ist aber auch

$$\mathfrak{h}'' + \beta = b$$

oder

$$\mathfrak{h}'' = b - \beta$$

also

$$\beta = \frac{\mathfrak{h} . k}{k - \mathfrak{h}' - b + \beta}$$

und hieraus

$$\beta = -\frac{k - \mathfrak{h}' - b}{2} + \sqrt{\left(\mathfrak{h} . k - \left(\frac{k - \mathfrak{h}' - b}{2}\right)^2\right)}$$

Es würde also mit jedem Schube nur eine Wassermenge =

$$\beta).\mathfrak{W} = \left(\frac{k - \mathfrak{h}' + b}{2} - \sqrt{\left(\mathfrak{h} . k - \left(\frac{k - \mathfrak{h}' - b}{2}\right)^2\right)}\right) . \mathfrak{W}$$

ausgegossen.

Diese

Baader, Vollständige Theorie
pumpen. Bayreuth 1797.

Dess. Neue Vorschläge und E
rung der Wasserkünste. Bay

Langsdorf angef. Lehrb. d. H

Dess. angef. Handbuch der M

Belidor angef. Archit. Hydra

Walther, Architectura Hydra
den Brunnenkünsten. Augsb

Sieben und zwanzig

Von den Feuer

Erklärung

§. 174. Die gewöhnlichen F
nichts weiter als
und Druckwerke, bei welchen man

ı. hat einfache und doppelte, und beide
it und ohne Windkessel. Die doppelten
Windkessel sind die besten, die einfachen
dkessel die schlechtesten.

Aufg. 44.

75. Der messingenen Steigröhre oder dem
nrohr eine solche Einrichtung zu geben,
das daran befindliche Gußrohr nicht nur
verlangten Weltgegend, sondern auch in
rechten Ebene willkührlich auf- und nieder
höheren und niederen Stellen richten läßt.

:f. Zur Wendung nach jeder Weltgegend
Einrichtung bei B (fig. 96); zur höheren
gern Richtung die Einrichtung bei A.

bei A und B sind bewegliche, keine ange-
inge.

C ist ein Hahn, wodurch das Steigrohr oder
ohr verschlossen werden kann, welches be-
ıfänglich geschieht, um erst die Luft im Wind-
nmenzupressen.

kann auch bei v seitwärts am Rohre noch
ßröhre angebracht seyn, an die sich der le-
lauch (die Schlange), der sonsten bei D
en wird, anschrauben läßt.

ıiesem Falle wird der Hahn C so durchbohrt,
Wasser nach Willkühr aus E allein, oder
ei v angeschrobenen Schlauch allein, oder
beiden zugleich ausströhmen kann. Dann
die Steigröhre vom Windkessel bis an v ei-
gent-

gentlich viel weiter als gewöhnlich und nicht
als einer von den Stiefeln seyn.

Aufg. 45.

§. 176. Einer doppelten Feuerspritze ei
mässige Einrichtung zu geben.

Aufl. Man gebe ihr die Einrichtung
fig. 97. zeigt, die einen lothrechten Durchs
Spritzenkastens (Spritzenkumms) mit
den Stiefeln und dem Windkessel nach der L
stellt.

a, a sind zwei lothrechte Schiedwände,
sich die Abtheilungen α, α ergeben, die be
durchlochte horizontale Schiedwand, einen S
haben. In ieder Schiedwand a befindet sich
diesem Seiher ein Loch, wodurch das in α,
schüttete Wasser in den übrigen Theil des

	Rhl. Fuß	Zolle
ierröhren zwischen Stiefel und l	—	4
entilöffnung . . .	—	3
lbens . . .	—	4
iefeln . . .	1	$7\frac{1}{2}$
des Windkessels . .	1	—
nicht über . . .	1	8
der Gußmündung . .	—	$\frac{3}{4}$
Gebrauch einer etwas langen hlange wird er $\frac{11}{12}$ bis .	—	1

rspritzt bei fleissigen Arbeitern in 1 Min. Cub. Fuſſe Wasser. Der Strahl steigt h einer Schlange gerade auf zu einer — 80 Fuſſen, und durch eine Schlange, Fuſſe hinauf gezogen ist, 96—100 Fuſſe.

ine Spritze, die durch 8 Mann bear- werden soll:

	Rhl. Fuß	Zolle
tiefel . . .	—	5
der Druckstange . .	10	—
er Kolbenstangen von der Um- axe	1	—
lbenzugs . . .	—	10
ierröhren zwischen Stiefel und l	—	4
entilöffnung . . .	—	3
lbens . . .	—	4
iefeln . . .	1	7
des Windkessels . .	—	10
nicht über . . .	1	8
der Gußmündung . $7\frac{2}{3}$ Linien		
Gebrauch einer etwas langen hlange $9\frac{1}{2}$ Linien.		

Diese verspritzt bei fleissigen Arbeitern in
9 Kub. Fusse.

Der Strahl steigt ohne Gebrauch einer
gerade auf zu einer Höhe von 60 Fussen.

Hierher gehörige Schriften.

Karsten, Preisschrift über die vortheilhaft
nung der Feuerspritzen, Greifswalde 1773.

Klügel, von der besten Anordnung der Feuer
dem platten Lande, Berlin 1774.

Helfenzrieder, von Verbesserung der Fe
München 1778.

Hesse, Praktische Abhandl. zur Verbesserung
spritzen, Gotha 1778.

Langsdorf, angef. Lehrb. der Hydr. Ein
Werk über diesen Gegenstand hat man von
der zu erwarten.

.ese zur Verbindung der Kraft mit der Last
ı Maschinentheile überhaupt das Zwi-
hirr, und insbesondere ein Vorgelege,
Zwischentheile aus Rädern bestehen, die so
mit einander verbunden sind, daß keines
.g kommen kann, ohne das nächstfolgende
in Bewegung zu setzen und so die Bewe-
dem zu wältigenden Widerstande fortzu-

;wischengeschirr, wodurch eine zum Angriffe
angelegte Maschine mittelst Stangen, die
zu Strecke gehörig unterstützt werden, mit
an welcher der Widerstand unmittelbar
;erbindung gesetzt wird, heißt eine Stan-
und insbesondere ein Feldgestänge,
.uf eine etwas beträchtliche Länge fortge-

olche Stangenkunst kann nach allen mögli-
ngen gebrochen werden. Zur Unterstützung
n, die durch Verkammung, Schrauben und
je zusammengefügt werden, dienen beweg-
(Schwingen, Lenker), die in sie-
:r liegende Wellen befestigt und im er-
noch durch Büge unterstützt werden.
ıen nach verschiedenen Richtungen dienen
je (ein Paar Lenker, die unter dem erfo-
inkel in eine gemeinschaftliche Welle befe-
); ferner Viertelskreuze (Zwillinge,
r einen rechten Winkel mit einander ma-
lbkreuze, ganze Kreuze. Zwillinge
en Wellen heissen insbesondere Wende-
ierkstempel. Zur lothrechten Erhebung
ıge, z. B. einer Kolbenstange, wie mn
dienen zwei Lenker E und F, die durch

 die

Anm. Hier kann ich mich in kei
rungen aller dieser Vorrichtun
letzt erwähnte Einrichtung bin i
ren gekommen, und habe sie
Karlsruhe damals mitgetheilt.
Watt als Erfinder derselben g
sie bei einigen Dampfmaschinen
Ausübung gebracht.

Erklärun

§. 178. Die als Vo
sind die Stirnräder, die
Trillinge, die in einander
te Stangen eingreifen.
ben am äussern Umfange
nach der Richtung des Hal
räder haben an der einen S
Kämme, die fast immer de
lel laufen, zuweilen aber auch
machen. Die Trillinge besteh

Seiten dieser Vertiefung oder dieses Halses
ısseren Umfang der Welle parallelepipedische
ıen ringsherum aushauen läßt, in welche
'alls parallelepipedisch geformte Enden der
eingelegt werden, wie man sie im ersten
ie äusseren Einschnitte der Kränze einlegt.
eingelegten Enden der Triebstöcke werden
:ne Reife getrieben.

Aufg. 46.

79. **Die Reibung der Stirnräder an den
:n der Trillinge zu bestimmen.**

l. 1. Es sey CD (fig. 100) der Halb-
:s Stirnrades = b, dD die in die Kreis-
elche von den Mittelpunkten der Triebstöcke
)ird, eingreifende Länge eines Zahns, der
urch den anliegenden Triebstock durchgehen-
ıesser des Trillings cd gleichlaufend liegt.

: Zahnlänge Dd sey = λ.

Trillings Halbmesser cd, von des Trillings
zur Mittellinie eines Triebstocks gemessen,

denke sich mit CD den Bogen DF, mit
ıgen df beschrieben, so ergiebt sich im Durch-
)ie Stelle, wo der Stab d von dem End-
)es Zahns dD bei der Umdrehung verlas-

Kraft muß den Triebstock längst dem Bogen
)egen und in eben der Zeit gleiten die rei-
ınkte von d bis D; man kann also de als
der Kraft und dD als den Weg der Rei-
ansehen.

 Wenn

woraus sich

$$\left(1 - \frac{\lambda}{\text{Bog de}} \cdot \mu\right) \cdot \Phi =$$

also

$$\Phi = \frac{\mu}{\frac{\text{Bog de}}{\lambda} - \mu}$$

ergiebt.

2. Dieser Ausdruck bedarf
mern Einrichtung für die Ausübu

Ich betrachte Cdc als eine
weil sich der Halbmesser von der
d in Vergleichung mit der Ents
ansehen läßt.

Nun sey em ein Perpendik
alle Fälle der Ausübung hinlängl

$$Dm : dm = c$$

Es ist aber

$$Cm = CD - Dm = b - \frac{c \,.\, \lambda}{b+c}$$

so

$$mn^2 = b^2 - \left(b - \frac{c \,.\, \lambda}{b+c}\right)^2$$

$$= b^2 - b^2 + \frac{2bc \,.\, \lambda}{b+c} - \frac{c^2 \lambda^2}{(b+c)}$$

Ferner

$$dm = \frac{b \,.\, \lambda}{b+c} \text{ und } dm^2 = \frac{b^2 \lambda^2}{(b+c)^2}$$

Demnach sehr nahe

$$\text{Bog } de = \sqrt{(mn^2 + dm^2)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2bc \,.\, \lambda}{b+c} - \frac{c^2 \lambda^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2 \lambda^2}{(b+c)^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\,bc\,(b+c) \,.\, \lambda + (b^2 - c^2) \,.\, \lambda^2}{(b+c)^2}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{[(b+c) \,.\, \lambda \,.\, (2\,bc + (b-c) \,.\, \lambda)]}}{b+c}$$

Nun ist $(b-c) \,.\, \lambda$ allemal sehr viel kleiner als c, und man erhält daher immer noch mit hinläng- er Genauigkeit

$$\text{Bog } de = \frac{\sqrt{(b+c) \,.\, \lambda \,.\, 2\,bc}}{b+c}$$

$$= \sqrt{\frac{2\,bc}{b+c} \,.\, \lambda}$$

Diesen Werth in der Gleichung für φ gesetzt, giebt

$$\phi = \frac{\mu}{\sqrt{\left(\frac{2\,bc}{(b+c).\lambda}\right)} - \mu} . R$$

3. Ex. Es sey $b = 40''$, $c = 15''$, [λ =] $1''$, so ist

$$\sqrt{\frac{2 . 40 . 15}{(40 + 15) . 1}} = \sqrt{\frac{1200}{55}} = 4,7$$

also

$$\phi = \frac{\mu}{4,7 - \mu} . R$$

Wäre nun $\mu = 0,2$; so hätte man

$$\phi = \frac{0,2}{4,5} . R = \frac{1}{22,5} . R$$

4. Ueberhaupt erhellet, daß die Reibung zwischen Zähnen des Stirnrades und den Triebstöcken des lings desto kleiner werden müsse, ie grösser b und nd und ie kleiner λ ist.

5. Man darf auch ohne Bedenken schlechthin

$$\phi = \frac{\mu}{\sqrt{\frac{2\,bc}{(b+c)\,.\,\lambda}}}\,.\,R$$

s, oder

$$\phi = \mu\,.\,R\,.\,\sqrt{\frac{(b+c)\,.\,\lambda}{2\,bc}}$$

hes, für c = b,

$$\phi = \mu\,.\,R\,.\,\sqrt{\frac{\lambda}{b}}$$

t.

Aufg. 47.

§. 180. Die Reibung der Kammräder an den iebstöcken zu bestimmen.

Aufl. 1. Die Buchstaben sollen die vorige Bertung behalten.

Durch die Axe des Kammrades denke man sich e Ebene, in der zugleich die Axe des Trillings und e Punkt liege, in welchem der Kamm einen Triebck berühre; man denke sich überdas eine cylindrische and, in welcher die Mittellinien aller Triebstöcke gen.

Der Endpunkt des erwähnten Zahns greift iezt f eine Tiefe = λ in diesen von der cylindrischen and umgebenen Raum hinein.

Wenn nun der Kamm sich um seine Axe her drehet, also einen Bogen beschreibt, dessen Halbm = b ist, so nähert sich sein Endpunkt bei dieser drehung der cylindrischen Wand, bis er endlich solche hineinfällt.

Wie weit ist nun dieser Punkt, wo der Endp des Kamms bei der Umdrehung in die cylindri Wand fällt, von der gemeinschaftlichen Ebene be Axen entfernt? oder wie groß ist das Perpendikel t gedachtem Punkt auf die erwähnte Ebene?

Wenn dieses Perpendikel y heißt, so hat man

$$\lambda : y = y : (2c - \lambda)$$

wo nämlich c der Halbmesser des Trillings oder d erwähnten cylindrischen Wand ist.

Man erhält also

$$y^2 = \lambda . (2c - \lambda)$$

Umdrehung von der Umdrehungsaxe des
es entfernt seyn muß,

$$\mathfrak{z} + \sqrt{(b^2 - y^2)} = b$$

Man hat also nunmehr (no. 1 u. 2)

$$\mathfrak{z} + \sqrt{(b^2 - 2\lambda c + \lambda^2)} = b$$

$$\mathfrak{z} = b - \sqrt{(b^2 - 2\lambda c + \lambda^2)}$$

Die Reibung erfolgt zugleich nach der Länge
löcke und nach der Länge der Kämme, ihr
der hieraus entstehenden schiefen Richtung
$(\mathfrak{z}^2 + \lambda^2)$ der Weg der Kraft ist eigentlich
ne Linie auf der Aussenfläche eines Cylinders;
ch aber hier ohne merklichen Fehler für die

$$= \sqrt{(y^2 + \lambda^2 + \mathfrak{z}^2)}$$
$$= \sqrt{(2\lambda c - \lambda^2 + \lambda^2 + \mathfrak{z}^2)}$$
$$= \sqrt{(2\lambda c + \mathfrak{z}^2)}$$

Auf diese Weise ergiebt sich für die Reibung
räder

$$\Phi = \frac{\sqrt{(\mathfrak{z}^2 + \lambda^2)}}{\sqrt{(\mathfrak{z}^2 + 2\lambda c)}} \cdot \mu \cdot (R + \Phi)$$

aber gleich

$$\Phi = \mu \cdot R \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{z}^2 + \lambda^2}{\mathfrak{z}^2 + 2\lambda c}}$$

, wo dann für $\mathfrak{z}$ der vorhin gefundene Werth
wird.

6. Für

6. Für $b = c$ wird (no. 3)

$$\xi = b - \sqrt{(b^2 - 2\lambda b + \lambda^2}$$

$$= \lambda$$

also

$$\Phi = \mu . R . \sqrt{\frac{2\lambda^2}{\lambda^2 + 2\lambda b}}$$

$$= \mu . R . \sqrt{\frac{\lambda}{\frac{1}{2}\lambda + b}}$$

demnach, weil $\sqrt{(b + \frac{1}{2}\lambda)}$ nicht merklich v
verschieden ist, noch genau genug

$$\Phi = \mu . R . \sqrt{\frac{\lambda}{b}}$$

also in diesem Fall die Reibung an den Kämm
grösser als an den Zähnen gleichgrosser Sc
(§. 179. no. 5).

ten, und man könnte also auch λ (no. 3) als
ansehen.

In diesem Falle nun wäre nach (no. 5)

$$\Phi = \mu . R . \sqrt{\frac{\lambda^2}{2\lambda c}} = \mu . R . \sqrt{\frac{\lambda}{2c}}$$

Man erhält aber im ähnlichen Falle (vor. §. no. 5)

$$\Phi = \mu R \sqrt{\frac{b\lambda}{2bc}} = \mu R \sqrt{\frac{\lambda}{2c}}$$

9. Aus (no. 6. und 8) ersieht man, daß von
i sehr kleinen Werth von $\frac{c}{b}$ bis zu $\frac{c}{b} = 1$,
überhaupt für die in der Ausübung vorkommenden
he von $\frac{c}{b}$ einerlei Reibung erhält, es mag das
nte Rad ein Stirnrad oder ein Kammrad seyn.

Erklärung 54.

§. 181. Die Grösse des Bogens, welchen die
e eines Triebstocks, Zahns oder Kamms samt
Raume zwischen zweien Triebstöcken, Zähnen
Kämmen einnimmt heißt die **Schrift**.

Aufg. 48.

§. 182. Für die gewöhnliche Gestalt der Zäh-
nd Kämme die Grösse der Schrift zu bestimmen
sie gehörig abzutheilen.

Aufl. Aus der Grösse des Widerstandes und
Länge der Spindeln müßte man nach den Erfah-
n von der Stärke des dazu gewählten Holzes
Dicke bestimmen.

Wenn

beträchtlich kürzer sind und ein Z
so oft angegriffen wird als ein T

Daher braucht der Zwisch
Paar Triebstöcken auch nur $2\frac{1}{4}$ Z

Bei Hammerwerken von Be
die Spindeln $2\frac{3}{4}$ bis 3 Zoll dick
schenraum zwischen ein Paar Spi
Spindeldicke gleich seyn.

Damit nun beim Eingreifen
für jeden Zahn zwischen den Trie
den Triebstock zwischen den Zähne
folgende Regel beobachten:

man theile die ganze S
pelte Spindeldicke, in 1
von gebe man

den Spindeln 8, ihrem
den Kämmen 7 —

Aufg. 40.

reise wiederum in den Trilling einer 3ten
die Anzahl Umdrehungen, welche die erste
Hauptwelle in einer Minute macht, ist ge-
an soll die Anzahl der gleichzeitigen Um-
der letzten Welle bestimmen.

fl. Es sey

für die 1te Welle die Anzahl Zähne $= N$
2te — die Anzahl Triebst. $= n$
— die Anzahl Zähne $= N'$
3te — die Anzahl Triebst. $= n'$.

das 1te Rad bei einem Umgange N Trieb-
m, der 1te Trilling macht also $\frac{N}{n}$ Umgänge.

einem Umgange dieses 1ten Trillings macht
2te Rad einen Umgang, womit N' Trieb-
2ten Trillings herumgedreht werden; dieser
n' Triebstöcke, also macht er in derselben

lmgänge, da der 1te Trilling einen Umgang

er $\frac{N}{n} \times \frac{N'}{n'}$ Umgänge, bis der 1te Trilling

ge, d. i. bis das 1te Rad einen Umgang

nach gehören zu jedem Umgange der 1ten
< $\frac{N'}{n'}$ Umgänge des 2ten Trillings oder der
e.

Zus.

Zus.

§. 184. Folgen also auf die vorsteh Räder mit N, N′, N″, N‴... Zähne linge mit n, n′, n″, n‴... Triebstöcke ander, und ist die Anzahl Umgänge der in einer bestimmten Zeit = 𝔑, so mach Welle in derselben Zeit

$$\frac{N.N'.N''.N'''....}{n.n'.n''.n'''....}.\mathfrak{N}\ \text{Un}$$

Aufg. 50.

§. 184*. Den Einfluß zu bestin ein Vorgelege auf das statische Moment d

Aufl. 1. An der Welle des Ste (fig. 101) sey in der Entfernung R von hungsaxe eine Kraft = P angebracht; de

:. Sollen nun beide, P und Q einander im
jewicht erhalten, so daß die angefangene Bewe-
vermöge der Trägheit fortdauert, so muß

$$\frac{vm}{vn} \cdot \frac{R}{Cv} \cdot P = \frac{r}{cv} \cdot Q$$

oder

$$Q = \frac{vm}{vn} \cdot \frac{cv}{Cv} \cdot \frac{R}{r} \cdot P$$

$$= \frac{Cd}{Cv} \cdot \frac{cv}{Cv} \cdot \frac{R}{r} \cdot P$$

Werden also Q, P, R und r als unveränder-
Grössen angenommen, so können Kraft und Last
nd der Bewegung nur unter der Bedingung im
gewicht bleiben, daß $\frac{Cd}{Cv} \cdot \frac{cv}{Cv}$ gleichfalls einen
änderlichen Werth habe.

Es wird aber sowohl $\frac{Cd}{Cv}$ als $\frac{cv}{Cv}$ desto kleiner,
: sich die Berührungsstelle v von der durch Cc
den geraden Linie entfernt; daher kann während
Bewegung Q nicht mit P im Gleichgewicht blei-
ist, wenn der Berührungspunkt v in der gera-
Cc liegt, P mit Q im Gleichgewicht, so ist, so-
sich der Berührungspunkt noch zur Linken der
m Cc befindet, das Uebergewicht auf der Seite
ist; sobald hingegen v zur Rechten von Cc fällt,
e Kraft P die Ueberwucht.

4. Zu bestimmten Geschwindigkeiten des Stirn-
gehören ganz verschiedene Geschwindigkeiten des
Stocks, nach den verschiedenen Lagen, in welchen

sich die angegriffene Stelle befindet. Es ist d
schwindigkeitsverhältniß beim Stirnrade und
auf der einen Seite von Cc allemal

$= \mathrm{Cos}\, cve : 1$ (fig. 101. zur Linken von

und auf der andern

$= 1 : \mathrm{Cos}\, cve$ (fig. 101. zur Rechten vo

5. Wenn $Cc = a$ gesetzt und übrigens
deutung der Buchstaben (§. 179) beibehalte
so ist

$$\mathrm{Cos}\, cve = -\mathrm{Cos}\, Cvc = -\frac{b^2+\ldots}{2\ldots}$$

aber $a = b + c - \lambda$, also

$$\mathrm{Cos}\, cve = \frac{(b+c)^2 - 2(b+c)\,.\,\lambda + \lambda^2 - \ldots}{2bc}$$

$$2bc - 2(b+c)\,.\,\lambda + \lambda^2$$

ns und des Trillings oder des Triebstocks gleich
, aber beim ersten Angriff zur Linken ist die Ge-

windigkeit des Triebstocks $\frac{1}{0,916}$ oder beinahe 1,092
so groß als die des angreifenden Zahns, hinge-
beim Abfall zur Rechten ist jene nur 0,916 so
als die des Zahns.

6. Wenn also die Triebstöcke t und v zu gleicher
von den Zähnen d und q angegriffen würden, so
te zu gleicher Zeit der Triebstock v vermöge des
ns q eine kleinere Umdrehungsgeschwindigkeit an-
ten als der t vermöge des Zahns d; da aber der
bstock v nothwendig eben so schnell umlaufen muß,
der t, so folgt, daß der v von dem Zahn q gar
an den Triebstock v zu gleicher Zeit mit dem d
angreifen kann.

Ueberhaupt kann also, wenn irgend ein Zahn d
 Triebstock t angegriffen hat, nicht auch noch ein
rer Zahn zugleich einen andern Triebstock angrei-
 oder es können niemals mehrere Triebstöcke zu-
 von verschiedenen Zähnen angegriffen werden.

7. Es erhellet auch aus (no. 5), daß ein Vor-
ge nie eine gleichförmige Bewegung gestattet.

Der angreifende Zahn hat beim Abfall bei v die
te Geschwindigkeit; doch kann diese Geschwindig-
nicht schon von der ersten Angriffsstelle in t zu
men anfangen, denn sonsten müßte sie ewig fort-
leunigt werden, weil vermöge der Trägheit die
hwindigkeit im ersten Augenblick des Angriffs bei
'be seyn muß, welche der Zahn beim Abfall in
 die also, aufs neue von t bis v beschleunigt,
ibe wachsen müßte. Vielmehr muß der Zahn

 von

der Kraft, welche der Zahn
griffenen Triebstocks verwendet

Wenn seine Kraft, won
Cc auf den Triebstock wirkt,
ist, und der Triebstock einen
gegensetzt, so ist (no. 5)
Kraft, womit der Zahn den
strebt, kleiner als P oder <
aber > Q; es muß also die
Anfang eines jeden neuen A
wegung so lange abnehmen,
Cc kommt, nunmehr aber,
wucht eintritt, die Geschwin
zunehmen.

Auf solche Weise erhäl
Gleichgewicht gesetzte Kraft di
gleichen Abwechselungen zur
von Cc, im ungleichförmigen
die Ungleichförmigkeit des Be
auf diese Weise durch das B

Aufg. 51.

5. Den Zähnen und Kämmen an ihrer
:n Fläche eine Form zu geben, bei der
:. §. entdeckte Ungleichförmigkeit der Be-
egfällt; auch den Erfolg dieser Einrich-
estimmen.

l. 1. mnp (fig. 102) sey der Kreis,
Mittellinien der Triebstöcke begrenzt; pst
| vom Kranz des Stirnrades, auf welchem
aufsitzen. Nun wälze sich der Halbkreis
die Kreislinie pst, so beschreibt der Punkt
picycloide mqrs. Zugleich beschreiben die
n, Epicycloiden xwz, nq u. s. w.

le solche zwischen s und p fallende Epicy-
der untere Theil der Epicycloide srqm,
unten hinauf, bis auf gleiche Entfernung
lpunkt C gemessen, sind alle diese epicycloi-
n einander völlig gleich.

nd z. B. die epicycloidischen Bögen rs, wz,
der Kreisbogen $\alpha\beta$ abschneidet, unter sich
h.

lan denke sich also über p den epicycloi-
jen $p\lambda$ = rs, nämlich einen Zahn (oder
dessen Vorderfläche nach der epicycloidi-
mung $p\lambda$ = sr gebogen sey; am Umfang
pnm sey parallel mit seiner Umdrehungs-
endlich dünne Stange befestigt, welche hier
chnitt durch den kleinen Kreis bei p ange-
; sie stellt den Durchschnitt eines sehr dün-
ocks vor. Dreht sich nun der Daumen λ

Eben
gleich von
welcher das
ist auch pv
epicycloidisch

5. De
gen py. D
der sich wä
Stange (de
allgemein:

De
des
in
dem
des
thei

6. Kom
in n, so fällt
Weg pmn gl
men eine gle

7. Es wird hierbei vorausgesetzt, daß während Umdrehung die Stange p immer in einerlei Entng vom Mittelpunkt c angegriffen werde, weleigentlich nur bei einem unendlich dünnen Triebstatt findet. Doch ist die Veränderlichkeit, der ntfernung der Angriffsstelle von der Axe c wähder Umdrehung unterworfen ist, allemal nur geund nicht groß genug, um einen merkbar nachjen Einfluß auf die Gleichförmigkeit der Bewehaben zu können.

8. Um nun zu sehen, wie Kraft am Stirnrad Last am Trilling während der Umdrehung einanntgegen wirken, ziehe man für eine willkührlich ommene Stelle v die Halbmesser Cv, cv, und gv senkrecht auf Cv, hv senkrecht auf cv, so die Richtung der Last, nach der nämlich der Stock bei v dem Zahn entgegenwirkt.

Die Kraft, auf die Stelle p gebracht, heisse P; ast, ebendahin reducirt, Q, so muß für das gewicht, in dieser Lage des Angriffs, P = Q

9. Mit Cv beschreibe man den Kreisbogen vi, ehe Ci senkrecht durch vh; die Sache verhält nunmehr so, als ob bei i nach io die Last $\frac{Ce}{Cv} \cdot Q$ racht wäre.

10. Die bei v wirkende Kraft wirkt eigentlich gv; zieht man nun gf senkrecht auf vf, so ersich der nach hv wirkende Theil der Kraft, weler Last gerade entgegengesetzt ist, $= \frac{fg}{gv} \cdot P$.

Man hat also allgemein

$$\text{Druck der Last nach vh} = \frac{Ce}{Cv} \cdot Q = \frac{Ce}{Cv}$$

$$\text{Druck der Kraft nach hv} = \frac{fg}{gv} \cdot P$$

Nun ist

$$\frac{Ce}{Cv} = \frac{fg}{gv}$$

also während der Umdrehung Druck und G
beständig einander gleich. Das Verhältniß
Kraft und Last wird also während der Bewegu
das Vorgelege nicht abgeändert, wenn die Z
Stirnrades epicycloidisch gebogen sind.

11. Wenn also bei Maschinen, bei wel
das Moment der Last nicht abändert, auch

Kraft p = P, der gewöhnliche Reibungskoefficient μ ist, so hat man

$$f = \frac{\gamma v}{pv} . \mu . P$$

Je grösser pv genommen wird, desto grösser wird

, also desto grösser der Werth von F.

Der mittlere Werth der Reibung während der [Be]wegung von p bis zum Abfall bei n ist

$$= \frac{qn}{pn} . \mu . P = F$$

Dabei wird nun von p bis n die Reibung immer [grö]sser, so daß sie bei p = o und beim Abfall in n [am] größten ist.

Indem also der Zahn q den Triebstock bei n ver[läßt], und dagegen zu gleicher Zeit der Zahn bei p den [Trie]bstock p wieder angreift, wird die größte Reibung [plö]tzlich wieder in Null verwandelt.

Es kann also, in aller Schärfe genommen, auch [bei] dieser Gestalt der Zähne doch keine gleichförmige [Be]wegung erfolgen, sondern es muß die Umlaufsge[schw]indigkeit während der Bewegung von p nach n in [irgen]d einer Stelle abzunehmen anfangen.

Sie kann nämlich nicht gleich von p aus schon [abne]hmen, sondern muß bis zu einer gewissen Stelle, [z. B.] bis v wachsen, und dann erst nach und nach ab[neh]men, bis sie endlich in n beim Abfall des Zahns [vom] Triebstock am kleinsten wird. Offenbar ist sie in [n a]m kleinsten, und diese kleinste Geschwindigkeit ist jedesmal die Anfangsgeschwindigkeit beim ersten

Angriff in p; nähme nun die Geschwind
von p an wieder ab, so müßte sie bei jede
Zahn immer kleiner werden, bis sie e
würde, welches nicht angenommen werden

Der Beharrungsstand der Maschin
nur dadurch möglich, daß die kleinste Ge
in n, welche zugleich die in eben dem Au
handene Anfangsgeschwindigkeit in p. ist,
bis zu einer gewissen Stelle, z. B. v wä
sie weiter hin dann bis zu ihrem kleinsten
abnimmt, um auf solche Weise für jeden
Zahns allemal wieder die mittlere Geschw
zustellen.

Zum Wachsthum der Geschwindigkei
wuchs der Kraft nöthig, also muß die K
bis zu einer gewissen Stelle v Ueber
welche die Geschwindigkeit bis zu dieser St

sondern es ist $P = Q + F$ für den Be-
nd hinlänglich.

eberhaupt ist aber die hieraus entstehende
igkeit als unmerkbar anzusehen, da F in
g mit Q allemal sehr klein ist, und, um es
zu machen, das Verhältniß $\frac{\gamma v}{pv}$ nur klein
mmen werden darf.

)ie Gestalt der Kämme an den Kammrä-
urch eben der Zweck, wie vorhin bei den
erreicht wird, ist von der der Zähne et-
eden, weil sich bei letztern während der
nicht nur die angegriffenen Triebstöcke vom
Stirnrades, sondern auch die angreifenden
vom Umfang des Trillings entfernen; bei
tfernen sich bloß die angegriffenen Trieb-
Umfang des Kammrades, nicht aber die
n Kämme vom Umfang des Trillings.

giebt sich daher bei den Kammrädern die
Kämme, indem man den Umfang des Tril-
die Kreislinie, durch welche die Mittelli-
riebstöcke durchgehen, über eine gerade Li-
t, wie fig. 103.

) pc der Halbmesser des Trillings, so daß
eschriebene Kreis durch die Mittellinien der
durchgeht.

man nun diesen Kreis sich auf der geraden
nach A umwälzen, so beschreibt z. B. der
ie krumme Linie nq, die das untere Ende
)ide ausmacht.

e nämlich der Kreis auf BA soweit fort-
is der höchste Punkt d bei m in die AB
fiele,

die Höhe vom cycloidischen
wieviel er nämlich bei p i
hineingreifen müßte.

Uebrigens ist der Erfolg
wie der bei der epicycloidisch

15. Der mittlere Wer
Kämmen ist hier wie bei Sti

$$= \frac{qn}{pn} \cdot \mu$$

wenn die Bewegung der Käm
herab bei Seite gesetzt wird.

Diese mit in Rechnung
sich durch beide Axen, die be
Trillings, eine Ebene, und
n (fig. 103) ein Perpendik
ich y nennen will, so ist,
Höhe von qn wie dort =
Bedeutung der Buchstaben b

Bringt man aber seine Dicke qr = δ mit in
nung, so hat man

$$y = \sqrt{(2c\lambda - \lambda^2)} - \delta$$

nun

$$b = \xi + \sqrt{(b^2 - y^2)}$$

$$\xi = b - \sqrt{(b^2 - y^2)}$$

wie (§. 180)

$$\text{die mittlere Reibung beinahe} = \mu . P . \sqrt{\frac{qr^2 + rn^2 + \xi^2}{y^2 + \lambda^2 + \xi^2}}$$

$$= \mu . P . \sqrt{\frac{\delta^2 + \lambda^2 + \xi^2}{y^2 + \lambda^2 + \xi^2}}$$

r man aber gar wohl

$$\frac{qn}{pn} . \mu P$$

halten kann *).

m. Bei geradeaus gehenden Zähnen oder Kämmen, wie
i unsern gewöhnlichen Vorgelegen, ist es schwieriger,
e auch für die kleinsten Zeittheilchen ganz ohnunterbro-
ene Berührung zwischen Zähnen oder Kämmen und den
iebstöcken zu bewirken; nur sind die Zeittheilchen, worin
ese Berührung unterbrochen wäre, begreiflich viel zu
ein, als daß wir eine solche Unterbrechung mit dem Ge-
chte unmittelbar an den Triebstöcken wahrnehmen könn-
en; eher können wir die davon herrührenden Erschütte-
ungen bemerken, oft noch besser durch das Gehör als
urch das Gesicht. Es ist dieses besonders der Fall, wenn
ein

Eine geometrisch scharfe Bestimmung der Länge qn hat
man hier nicht nöthig. Inzwischen findet man solche in
meinen Anfangsgr. der Reinen Math.

Fu[illegible]

die Stärke . . . . . –

Breite . . . –

die Entfernung des vom Daumen angegriffenen Punktes m vom Mittelpunkt des Hammers, am . . .

die Entfernung von den Zapfen oder Büren bm

Ganze Länge ab . . .

Gewicht des Hammers a für sich ohne Helm . . 300 ℔

Gewicht des Helms samt Beschläge 175 ℔

die Daumenwelle ist lang . . . 2[illegible]

ihr Durchmesser . . . . 1[illegible]

die Wellzapfen im Durchmesser . . –

Höhe des Hubs . . . 2[illegible]

II. Für einen 1½ Ztr. schweren Schwanzhammer (fig. 105.)

Aufg. 52.

§. 187. Bei einem Hammerwerk in Ansehung ... erfoderlichen Geschwindigkeit des Hammers und ... gleichförmigen Gangs der Maschine die zweck... ssige Einrichtung zu treffen.

Aufl. 1. Die Schläge des Hammers sollen mit ... größtmöglichen Schnelligkeit auf das glühende Eisen ... llgen, weil gerade in den ersten Sekunden der ... rmeverlust am größten ist. Der Hammer muß da... 80 — 100 und noch mehr Schläge in einer Mi... e thun, und es müssen ebendarum 3. 4. 6 Dau... n in einem Kreisumfange der Welle angebracht wer... , die zu einem einzigen Hammer gehören.

2. Damit aber der Helm in seiner Bewegung ... von den so schnelle nach einander folgenden Dau... ... aufgefangen werde, bevor der Hammer bis zu ... r tiefsten Stelle jedesmal wieder herabgefallen ist, ... uß man den Fall des Hammers zu beschleunigen ... en. Hierzu dient eine starke elastische Stange, ein ... oßreitel, welcher über dem Hammer, etwas ... r der höchsten Stelle des Hammers, angebracht ... , damit der daran stossende Hammer mit Schnel... ... zurückpralle.

3. Da der größte Effekt eines Wasserrades nur ... einer bestimmten Geschwindigkeit desselben eintrit, ... nicht groß genug ist, den Daumen die erfoderliche ... windigkeit zu verschaffen, wenn solche unmittelbar ... er Welle des Wasserrades angebracht wären, so ... die Vorrichtung der Daumen an der Wasser... ... nur bei überflüssigem Aufschlage... ser statt, also nur äusserst selten.

Daher muß bei fehlendem Ueb
Wasser ein Stirnrad um die Wasserwel
den, dessen Zähne in die Triebstöcke e
eingreifen, der um eine andere Welle ge
der Wasserwelle parallel liegt und zug
Daumen versehen ist.

4. Die Daumen müssen für Schwa
der angreifenden Seite epicycloidi
seyn, wie aus dem vorigen Kap. erhelle

Für Aufwerfhämmer pflegt man d
beizubehalten, ob sie gleich nicht ganz pa

5. Diese epicycloidische Gestalt er
auf folgende Weise:

Mit dem Schwanze bm (fig. 10
messer wird (fig. 106) der Kreis no

wungrings vertreten und zu dem Ende ihre gehö- Dicke haben (§. 166).

Bei einem Hammerwerk mit Vorgelege wird am t an der Daumenwelle ein besonderer Schwung- angebracht.

Anm. In der Ausübung wird die Erinnerung (no. 6) sehr vernachlässigt, und dieses hat bei vielen Hammerwerken zu dem falschen Schlusse veranlasset, daß es, der wider- sprechenden Theorie ungeachtet, besser sey, die Hammer- werke ohne als mit Vorgelege zu betreiben, weil im ersteren Falle die Bewegung nicht mit derselben Stetigkeit fortgesetzt werde.

Aber solche Behauptungen können nur von Männern herrühren, welche höchstens einzelne Bruchstücke der Theorie kennen, sie aber bei weitem nicht im Ganzen übersehen.

Die Betrachtung (§. 166) zeigt, was geschehen müsse, um den Gang des Wasserrades mit dem größtmöglichen Vortheil der Gleichförmigkeit zu nähern.

Sollen, wie gewöhnlich geschieht, die Radkränze zu- gleich die Stelle des Schwungrings vertreten, so müssen solche desto mehr Masse haben, je grösser die reducirte Masse Σ in Vergleichung mit Π ist; bei einem mit Vor- gelege angelegten Hammerwerk fällt aber der Werth von Σ in Vergleichung mit Π vielmal grösser aus, als bei ei- nem ohne Vorgelege, und es nähert sich daher bei letzte- rem der Gang weit mehr der Gleichförmigkeit als bei er- sterem, wenn man es bei der gewöhnlichen Stärke der Radkränze beläßt, die für ersteres viel zu gering ist. s. un- ten §. 189.

Aufg. 53.

§. 188. Eine allgemeine Gleichung zwischen den verschiedenen Bestimmungsstücken anzugeben, von welchen der Effekt eines Hammerwerks abhängt.

d

d

di

de

der

das Gewicht von bm . . $= \gamma'''$

das Gewicht der Daumenwelle . $= \gamma^{IV}$

die am Ende des mechanischen Halbmessers R wirkende Kraft . $=$ P

(§. 163)

$$P = \frac{b}{B} \cdot Q + \frac{(\Sigma + W) \cdot (\Pi + \Sigma + W) \cdot b}{t^2 g \cdot (2\Pi + \Sigma + W)}$$

es nur darauf ankommt, die verschiedenen Werthe in dieser Formel vorkommenden Grössen zu substituiren.

2. Ich will eine Daumenwelle für zwei Hämmer gleichen Abmessungen annehmen, so daß der eine demselben Augenblick von dem einen Daumen erhoben wird, da der andere von seinem Daumen ...t.

Wird nun die Last Q auf die Entfernung bm λ von der Axe b gebracht, so hat man, die Reibung bei Seite gesetzt,

$$Q \cdot \lambda = a \cdot \gamma + \lambda' \cdot \gamma'$$

$$Q = \frac{a\gamma + \lambda'\gamma'}{\lambda}$$

Die gesammte Reibung gleichfalls auf die Entfernung λ gebracht, soll F heissen, so hat man, die Reibung mit in Rechnung gebracht,

$$Q = \frac{a \cdot \gamma + \lambda' \cdot \gamma' + \lambda \cdot F}{\lambda}$$

3. Hier wird W $= 0$, weil bloß von Erhebung ...r festen Masse die Rede ist.

also, für die Entfernung bm =

$$\Sigma = \frac{l^2\gamma'' + \lambda^2\gamma'''}{3 \cdot \lambda^2} + $$

$$= \frac{3\lambda'^2 \cdot \gamma' + l^2\gamma'' + }{3 \cdot \lambda^2}$$

5. Was b in der allgemein bezeichnet hier die Höhe des Hub reducirt, also

$$b = \frac{\lambda'}{\lambda} \cdot b'$$

6. Das Stirnrad habe N n Triebstöcke, zu einem Hammer gehören, so kommen auf einen rades $\frac{N}{n}$ Umläufe der Daumenw Hammerhübe.

Ist also die Zeit, in der

Das Moment der Trägheit der Daumenwelle
. §. 103) *)

$$\frac{1}{2}(r)^2 . \gamma^{IV}$$

auf die Entfernung nm reducirte Masse

$$= \frac{(r')^2 . \gamma^{IV}}{2 . r^2}$$

s Schwungrings Mom. d. Trägh. ist, wenn
ite der Axe parallel genommen δ heißt, und
dukt aus seinem kubischen Inhalt in G sein
giebt,

$$= \frac{6,28 . \delta}{4} . (\mathfrak{R}^4 - r^4) . G$$

auf die Stelle m reducirte Masse dieses
rings

$$= \frac{6,28 . \delta . (\mathfrak{R}^4 - r^4) . G}{4 . r^2}$$

Masse der Kränze des Wasserrades ist

$$= \gamma^V$$

:e Masse auf die Stelle m reducirt, genau

$$= \frac{n^2}{N^2} . \frac{\Delta^2}{r^2} . \gamma^V$$

nun die übrigen Massen hier wenig in Be-
kommen, so hat man genau genug

$$(\frac{r'}{r})^2 . \frac{1}{2}\gamma^{IV} + \frac{1,57 . \delta . (\mathfrak{R}^4 - r^4) . G}{r^2}$$

$$+ (\frac{n . \Delta}{N . r})^2 . \gamma^V$$

: Vorrede.

zurück,

9.
Pfunden
Pfunden
ser divid

10.
zu nehm

Dabei ka
Werthes

Ist
nau genug

Man kann nun diesen Werth von P gebrauchen, F zu berechnen, da dann der so gefundene Werth F in der vorhergehenden Gleichung substituirt, Werth von P hier hinlänglich genau giebt.

Zus.

§. 189. Liesse man den Schwungring an der ummenwelle weg, so bliebe

$$\Pi = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 . \tfrac{1}{2}\gamma^{IV} + \frac{n^2}{N^2} . \left(\frac{\Delta}{r}\right)^2 . \gamma^V$$

Wenn also iezt die Kränze des Wasserrades die elle des Schwungrings vertreten sollten, so müßte er Werth von Π schon 5 • 6 mal grösser als Σ seyn. ... würde nun bei nicht gar grossen Hämmern schon beträchtlicher Werth von γ^V erfodert, also schon ...ächtlich dicke Kränze, die unsere Werkmeister den ...dern bei weitem nicht zu geben pflegen, daher ein ... ungleichförmiger Gang erfolgen muß. Bleibt aber ... Vorgelege ganz weg, so wird

$$\Pi = \frac{\Delta^2}{r^2} . \gamma^V$$

... schon vielmal grösser als im vorigen Falle, wo ... z. B. $\frac{n}{N} = \frac{2}{5}$, also $\frac{n^2}{N^2} = 2\frac{4}{5}$ haben könnte, daß iezt Π 5 bis 6 mal so groß als im vorigen ...le wäre. Es muß daher ohne das Vorgelege der ...ng bei weitem gleichförmiger werden als mit dem ...rgelege.

Erklärung

§. 190. Unter einer Stamp
im Allgemeinen
richtung, bei welcher durch
hervorstehenden Zapfen versehe
von zweckmässiger Einrichtung
werden, die nach iedesmalig
Schwere in Gruben niedersa
Massen liegen, die durch sie
verändert werden sollen.

Die in der Welle befestigt
mein Daumen, und insbes
wenn ihre angreifende Seite ein
gleichförmigen Gangs abzwecke
bildet. Die Stampfer oder Ste
hervorstehende Zapfen, die dan
sen, oder haben eine durchgehe
Schlitz und heissen dann g
Eine von beiden Vorrichtungen

ie Stempel laufen, damit sie ihre lothrechte
g behalten, durch Oeffnungen, die in zweien
ander an Säulen befestigten horizontalen Höl-
usgeschnitten werden, auf und nieder; diese
hten horizontalen Hölzer heissen **Leitungen**
cheidelatten. Die Säulen werden in eine
in starke und darum zuweilen aus mehreren Ei-
sammengesetzte Schwelle eingesetzt, welche der
enstock heißt, weil in ihr zugleich die
fgruben ausgehauen werden.

Aufg. 54.

. 191. AB (fig. 107) sey ein Stampfer;
die oberen; b, b die unteren Scheidelatten;
Hebelatte; op die Entfernung des Angriffs-
s p von der Mittellinie fg des Stampfers;
s sey

die Höhe rq von der Mitte der unteren Scheidelatten bis zur Mitte der oberen . . .	$= H$
oq	$= h$
or	$= \mathfrak{h}$
op	$= \lambda$
das Gewicht des Stampfers .	$= Q$
die Reibung in den Scheidelatten	$= \varphi . Q$
der gesammte Widerstand, welchen der Daumen bei p zu überwinden hat . . .	$= Q'$

n sucht eine Gleichung zwischen Q′ und den
n Bestimmungsstücken.

Aufl.

Aufl. 1. fg sey die Schwerpunktslin Stempels; der Druck des Stempels an ein Leitungsholz heisse S, an ein oberes S', so ist μ der Reibungskoefficient ist,

$$\Phi . Q = \mu . (S + S')$$

Hier wirken 3 Kräfte 1) wagrecht unte mit dem Momente $h . S$, 2) wagrecht oben di dem Momente $\mathfrak{h} . S'$, und 3) die Kraft Q- oder $Q + \mu . (S + S')$ lothrecht auf p mit d mente $\lambda . (Q + \mu . (S + S'))$

2. Diese drei Kräfte sollen nun einande Gleichgewicht erhalten, daß bei p keine Umdre folgt; also ist

$$h . S + \mathfrak{h} . S' = \lambda . (Q + \mu . (S +$$

3. Es ist ferner die Kraft, mit welcher di

...nun (1), H statt $\mathfrak{h}+h$ gesetzt,

$$\phi = \frac{\mu.\left(\mu+2.\frac{\lambda-\mu h}{H}\right)}{1-\mu^2-2\mu.\frac{\lambda-\mu h}{H}}$$

5. Daher, wenn die von $Q+\phi Q$ herrührende ...ung am Daumen durch $\mu'(Q+\phi Q)$ ausge...t wird,

$$Q' = Q+\mu'.(Q+\phi Q)$$

$$= Q+\mu' Q+\frac{\mu'.\left(\mu^2+2\mu.\frac{\lambda-\mu h}{H}\right)}{1-\mu^2-2\mu.\frac{\lambda-\mu h}{H}}.Q$$

Zus. 1.

§. 192. Um also bei bestimmten Werthen von H und Q den Widerstand Q' möglichst zu verklei..., muß man $\lambda-\mu h$ so klein oder h so groß als ...lich zu machen suchen.

Wenn nun die Höhe der Latte n . $= b'$
die Höhe des ganzen Hubs . . $= b$
...t wird, so muß doch

$\mathfrak{h}$ wenigstens $= b+b'$

..., damit die Latte n am Ende des Hubs nicht an ...Leitung anstosse; also ist der größtmögliche Werth h

$$= H-(b+b')$$

daher der Widerstand bei p am kleinsten für

$$h = H-(b+b')$$

Das

Das giebt also für die vortheilhafteste E

$$Q' = \left(1 + \mu' + \frac{\mu'.\left(\mu^2 + 2\mu \frac{\lambda - \mu(H - b -}{H}\right.}{1 - \mu^2 - 2\mu . \frac{\lambda - \mu(H - b}{H}} \right.$$

Zus. 2.

§. 193. Hier wird nun noch überdas von Q′ desto kleiner, ie kleiner λ genommen wird aber für geschlitzte Stempel λ = o, diese die vortheilhaftesten und für sie ist, n $\mathfrak{h} = b + b'$ nimmt,

$$Q' = \left(1 + \mu' + \frac{\mu'(\mu^2 H - 2\mu^2(H - b -}{(1 - \mu^2)H + 2\mu(\mu(H - b -} \right.$$

$$= \left(1 + \mu' + \frac{\mu'.\mu^2.2.(b + b' - H)}{\ldots} \right)$$

Aufg. 55.

. 194. Dem Daumen, welcher während der
ung immer an einerlei Stelle des Stempels
st, eine Krümmung auf der angreifenden
zu geben, vermöge der das statische Moment
Gewicht des Stempels während der Erhebung
ändert bleibt.

Aufl. 1. ABC (fig. 108) sey der Durch-
der Daumenwelle, c der Mittelpunkt; baefgd
aumen, der von dem mit c in einer Horizontal-
p liegenden Punkte a nach f herab die verlangte
mung haben soll; so beschreibe man mit dem me-
hen Wellenhalbmesser ca einen Bogen man,
ehme auf demselben von a nach n herab ein Bo-
k a 6 dem verlangten Hube b gleich, z. B. =
lle, wenn der Hub b des Stempels 15 Zolle
en soll.

Ist ca = r, so ist der ganze Umfang der mecha-
Welle = 6,28 . r und wenn der erfoderliche
l ac6 = ζ gesetzt wird, so hat man

$$6{,}28 \cdot r : b = 360^\circ : \zeta$$

$$\zeta = \frac{b}{6{,}28 \cdot r} \cdot 360^\circ$$

man also den Bogen a 6 mittelst des Trans-
rs leicht abschneiden kann.

. Diesen Bogen a 6 theile man in eine gewisse
gleicher Theile; iemehr man Theile macht, desto
z. B. hier sechs.

3. Durch

m. Die Krümmung des Hebekopfs läßt sich auch mit-
ist eines Fadens durch einen steten Zug verzeichnen.
ierzu dient eine hölzerne Scheibe, die man sich nach dem
albmesser ca abdrehen läßt. Auf dieser verzeichnet man
n Winkel ac6, legt sie auf eine Tafel und zieht die q6
f die c6 senkrecht. Man befestigt nun an einen Faden
nen spitzen Steft, den man bei a an dem Rand der
cheibe auf die Tafel setzt, befestigt den am Rande der
cheibe angelegten Faden etwas unterhalb der Stelle 6,
B. in s, mit einem Nagel, und führt nun, indem man
it dem Steft in der Hand den Faden angespannt erhält,
e Spitze des Stefts von a über die Tafel nach τ hin;
6, wo die so verzeichnete durch Abwickelung des Fadens
längte Linie die q6 durchschneidet, ist der Endpunkt der
rlangten Linie.

Aufg. 56.

§. 195. Eine Daumenwelle hat p Stampfer
treiben; mit iedem Umlaufe der Welle soll
Stampfer z mal gehoben werden, und beim
e der Maschine sollen beständig n Stampfer
h in Bewegung seyn, der Erhebungswinkel
aumen, den nämlich eine angenommene Stelle
Daumens bei iedem Stempelhube beschreibt,
α: man soll eine allgemeine Gleichung zwischen
verschiedenen Bestimmungsstücken angeben.

Aufl. Es wird vorausgesetzt, daß alle Dau-
leichförmig um die Welle herum vertheilt sind.

Sollte nun iedesmal nur ein einziger Stempel in
ung seyn, so müßte nicht eher ein neuer Stem-
griffen werden, als so oft ein Daumen seinen
el wieder verläßt, d. i. so oft ein Daumen den
Erhebungswinkel α beschrieben hat.

Sollen nun iedesmal n Sta
wegung seyn, so muß, so oft sic
Winkel $= \frac{1}{n} \alpha$ gedreht hat, ein
griffen werden; es ist also

$$\frac{1}{n} \alpha = \eta, \quad u$$

$$\alpha = n . \eta = \frac{n . 360}{p . z}$$

Aufg. 57.

§. 196. Die Gränze zu
nicht überschreiten darf, wofer
Fallen nicht schon vor vollende
nachfolgenden Daumen aufgefan

Aufl. I. Für ge
Daumen.

Ich betrachte einen solchen

idem aber ein Daumen am Ende des Hubs den
en Stampfer verläßt, ist der zu demselben
er gehörige nächstfolgende Daumen, um den Er-
winkel α fortgerückt und ist also von der Stelle,
ven zurückgefallenen Stempel wieder ergreifen
ur noch um einen Winkel $= \frac{1}{z} . 360^\circ - \alpha$

enn nun die zu einer ganzen Umdrehung der
welle erfoderliche Zeit t heißt, und die Zeit
dem Augenblick des vollendeten Hubs und dem
ick des hierauf wieder vollendeten Falls mit τ
t wird, so hat man, gleichförmige Bewegung
men vorausgesetzt,

$$t : \tau = 360^\circ : \left(\frac{360^\circ}{z} - \alpha\right)$$

ieses giebt, wenn man aus dem vor. §. den
on α substituirt,

$$\tau = t . \frac{p - n}{pz}$$

acht nun die Daumenwelle in 60 Sek. N Um-
so ist

$$t = \frac{60}{N}$$

$$\tau = \frac{60 . (p - n)}{N . p . z}$$

muß aber die Hebelatte (oder der Schlitz)
ste Stelle eher wieder erreichen, als der nach-
Daumen an dieser Stelle ankommt, oder die

$$z < \frac{360}{\frac{360 . b}{6,28 . r} + N . 6 . \sqrt{\frac{b}{g}}}$$

Aufg. 58.

. 197. Die Kraft P zu bestimmen, welche
gegriffenen Punkte eines Wasserrades, dessen
nung von der Axe = R seyn soll, wirken
um die Daumenwelle mit einer verlangten
vindigkeit zu betreiben.

lufl. 1. Hier dient wiederum die allgemeine
(§. 163)

$$= \frac{b}{B} . \left(Q + \frac{(\Sigma+W).(\Pi+\Sigma+W).b}{t^2 g . (2\Pi+\Sigma+W)}\right)$$

nur darauf ankommt, die einzelen Werthe der
Formel vorkommenden Grössen zu bestimmen.
d nämlich hier

$$W = o$$

st das Gewicht des iedesmal von neuem ergrif-
Stempels = Q, so hat man hier

$$\Sigma = Q$$

. Hat das Stirnrad $\mathfrak{N}$ Zähne, der Trilling
stöcke, so verhält sich der Weg der Kraft am
im gleichzeitigen Weg der Last auf dem Hebe-
(fig. 107), wie 6,28 . R zu $\frac{\mathfrak{N}}{n}$. 6,28 . r.

Wenn also die Masse des Kranzes (
Kränze) vom Wasserrade = 𝔓 in Pfund
wird, so ist ihr reducirter Werth für die St

$$= \left(\frac{6,28 \,.\, R}{\frac{\mathfrak{N}}{n} \,.\, 6,28 \,.\, r}\right)^2 . \mathfrak{P} = \frac{R^2}{r^2 .}$$

wo ca = r ist.

Das Gewicht der Daumenwelle sey =
wirklicher Halbmesser cB = r, so ist ihr
Stelle a reducirte Masse $= \frac{r^2}{2 \,.\, r^2} \,.\, \mathfrak{K}$.

3. Sollen beständig n Stampfer in
seyn, so bleiben in jedem Augenblick, da ein
abfällt, also in dem Augenblick, da ein neue
fen wird, noch n — 1 Stempel in Bewegun

muß sich hier aus (§. 191, no. 5) erin-
die von $Q + \Phi Q$ an der Stelle a entste-
ıng $= \mu' (Q + \Phi Q)$ gesetzt wurde.

nämlich der gewöhnliche Reibungskoeffi-
bezeichnet wird, so kann hier die erwähnte
ↄht durch $\mu . (Q + \Phi Q)$ ausgedruckt wer-
ieses nur da anwendbar ist, wo die Rich-
ruckⱽ mit der Richtung der Bewegung des
en Körpers einen rechten Winkel macht,
: der Fall nicht ist. Der Winkel, welchen
g der Bewegung des Daumens mit der des
ht, ist hier anfänglich $= 0$ und wird nach
ımer grösser; zugleich nimmt aber auch die
der Horizontalfläche, in welcher die Rei-
Daumens erfolgt, von der Axe der Dau-
ährend der Erhebung eines Stempels be-
und es kommt also darauf an, das mitt-
: Moment zu wissen, mit welchem die Rei-
Daumens der Umdrehung der Welle wider-
ses mittlere statische Moment findet man,
ɔöhe des Hubs b ist, für jeden bewegten

$$= \tfrac{1}{2} b . \mu (Q + \Phi Q)$$

der Maschinenlehre I. B. S. 51); also
Last in a $= \frac{\frac{1}{2} b}{r} . \mu . (Q + \Phi Q)$ dasselbe
die Reibung am Daumen thut, und man

$$\frac{b}{2r} . \mu \text{ für } \mu'$$

Man substituirt also in der allgemeinen For-
P, die hier so aussieht

$$P = \frac{b}{B} \cdot \left(Q + \frac{\Sigma . (\Pi + \Sigma) . b}{t^2 . g . (2\Pi + \Sigma)}\right)$$

Werthe

$$\frac{n . R}{\mathfrak{N} . r} \text{ statt } \frac{b}{B}$$

$$\left(1 + \frac{b\mu}{2r . (1+\mu)}\right) . n . Q \text{ statt } Q$$

$$Q \text{ statt } \Sigma$$

$$\frac{{}^2 . R^2}{\mathfrak{N}^2 . r^2} . \mathfrak{P} + \frac{r^2}{2 r^2} . \mathfrak{K} + (n-1) . Q \text{ statt } \Pi$$

$$\frac{6,28 . r . s^2 . \mathfrak{N}^2 . pz}{3600 . n^2} \text{ statt } \frac{b}{t^2}$$

ist aber der Hub $b = \frac{6,28 . r}{pz} . n$

$$pz = \frac{6,28 . r}{b} . n$$

emnach kann man auch

$$\frac{(6,28 . r)^2 . n . s^2 . \mathfrak{N}^2}{3600 . n^2 . b} \text{ statt } \frac{b}{t^2}$$

r hiernach berechnete Werth von P ist hinläng-
ich die Reibung an den Wellzapfen und am
ge zu berechnen, die dann auf die Entfernung
der Axe des Wasserrades gebracht und nach
eduktion noch zum Werthe von P addirt wird.

So

then voı
Kränzen
Π wird,
genug so

also vern

$P = \frac{n.\,I}{\mathfrak{N}.}$

9. (
einen Uml

und

10. Und weil $\frac{bpz}{n} = 6{,}28 . r$ ist, also $\frac{6{,}28^2 . r^2}{b}$
$\frac{p^2 z^2}{n^2} . b$, so hat man auch

$$= \frac{n . R}{\Re . r} . \left(\left(1 + \frac{b\mu}{2r(1+\mu)}\right) . n + \frac{p^2 z^2 . b}{2 n \tau^2 . g} \right) . Q$$

Zus.

§. 198. Wenn bei einem vorhandenen Stampf-
der Daumenwelle doppelte Zeit zu einem Umlaufe
then, also der Werth von τ verdoppelt und doch
elbe Anzahl von Stößen in einer bestimmten Zeit
ngen sollte, wie vorher, so müßte man zugleich pz
die Anzahl aller Hebeköpfe verdoppeln. Dann
e also $\frac{p^2 z^2}{\tau^2}$ ungeändert; weil aber auch α unge-
rt bliebe, und nach (§. 195) $\alpha = \frac{n . 360^\circ}{pz}$ oder
$= \frac{\alpha}{360^\circ} . pz$, so erhellet, daß hiermit zugleich n
oppelt würde, daß also die erfoderliche Ueberwucht
$\frac{z^2 b}{\tau^2 . g} . Q$ iezt nur halb so groß wäre als vorhin,
daß man iezt zu demselben Effekt eine geringere
t nöthig hätte als vorher.

Je grösser also bei einer bestimmten Anzahl von
mpeln (p) der Werth von z genommen wird,
mehr wird an der Kraft erspart. Daher sind z.
dreihübige Daumenwellen vortheilhafter als zwei-
ge.

Anm.

auch in

Bel
Bev
v. C
Hut
l

Ein
T

§. 199. E
Säge unaufh

äge ist in ein Gatter eingespannt, welches
Verbindung mit einem Krummzapfen oder
auf- und niedergeschoben wird.

ewegung der Kurbel geschieht durch ein
it einem Vorgelege.

nrichtung wird so gemacht, daß die Säge
unde nicht unter 4, aber auch nicht über
hlauft.

urbelknie macht man nicht über 9, aber
ber 15 Zolle hoch, so daß der ganze Hub
cht unter $1\frac{1}{2}$, aber auch nicht leicht über
sse beträgt.

ähne der Säge werden so gestellt, daß sie
iedergang des Sägegatters einschneiden;
liegende Zahn steht etwas mehr vorwärts,
Niedergange alle durch den Sägblock ge-
gleichen Widerstand finden. Es ist also
n welcher die Schärfen oder Spitzen der
hne liegen, nicht vertikal, sondern sie
der Vertikallinie einen sehr spitzen Winkel,
n **Anlaufswinkel** der Säge nennen

nd dem Hub des Gatters mit der einge-
äge stößt eine Stange, die mit einem
in ein **Sperrad** eingreift, dieses Sper-
en oder etliche Zähne weiter, und mit die-
g des Sperrades ist zugleich eine vorwärts
ähne der Säge fortrückende Bewegung des
ens verbunden, auf welchem der Säge-
t.

stoß- oder ruckweise bei jedem Hub der
nde Vorrücken des Klotzwagens mit dem
darauf

gens geschieht durch das Einhä
eingreifenden Stoßstange, indem
mehr oder weniger vorrückt, na
an einer mehr oder weniger vo
entfernten Stelle eingehängt wir

Man läßt zu dem Ende die
oben so anlaufen, daß die Linie,
liegen, auf die Höhe von 10 Z
stens $\frac{2}{3}$ Linie von der lothrechten
einem 30 Zoll hohen Niedergang
längst dem Sägeblock höchstens
tragen kann.

Schnitte zu 3 Linien tief
lem Aufschlagewasser anwendbar.

Aufg. 59

§. 200. Den Widerstand
cken, welchen die Säge überwi

ı und sie durch Φ ausdrucken, die des Eichen= = 1 gesetzt.

Bei der Unvollkommenheit der hierüber angestell= obachtungen halte ich folgende Belidorsche An= noch für die sicherste, um allgemeine Berechnun= rauf zu gründen.

„Drei an einer Säge angestellte Personen,
„wovon zwei unten stehen und die dritte oben
„die Säge wieder aufwärts zieht, können in
„einer Stunde einen noch grünen 12 Zoll
„ins Gevierte starken eichenen Block auf eine
„Länge von 10 Fussen durchschneiden.

Man kann dabei annehmen, daß die Arbeiter vermögend sind, wenn die Säge auf eine Höhe o Zollen etwa $\frac{1}{3}$ Linie Anlauf hat, und daß je= rbeiter dabei eine Kraft von 30 Cöllnischen Pfun= wendet.

Der beschriebene Block widersteht demnach der etwa als eine Last von 90 Cölln. Pfunden; man hierbei sicher seyn, für den Widerstand nicht zu gerechnet zu haben.

Wäre nun für irgend einen andern Block die des Schnitts, welche bei der vorstehenden Beob= g 12 Zolle betrug, in Zollen = h, der Anlauf äge auf die Höhe von 10 Zollen = α Linien, ie spec. Härte = Φ, so wäre der Widerstand, n Arbeiter beim Durchschneiden dieses Blocks zu en hätten, für die in der Ausübung vorkom= n Werthe von α genau genug

$$= \frac{\alpha \cdot h}{\frac{1}{3} \cdot 12} \cdot \Phi \cdot 90 \text{ Pf.}$$

Bei

Säge Q, so hätte man hiernach

$$Q = \frac{\alpha . h}{4} . \Phi . 9$$

Wenigstens kann dieser Aus Beobachtung abgeleitet ist, in Bestimmung gelten, wo die Gesc beiläufig $2\frac{1}{2}$ Par. Fusse beträgt.

Hier kann aber der Umstan ner schnell zerreissenden Kraft we sameren widerstehen, schlechterdin mel wegbleiben, und eben dieser Theorie der Sägmühlen ungemein

Zur beiläufigen Bestimmun schwindigkeit der Säge = c ange

$$Q = \frac{\alpha h \Phi}{4} . 90 . \frac{2 -}{2 -}$$

:emals verneint machen, als Näherungsfor- soll. Genauere Beobachtungen können zur dieser Formel Anlaß geben.

Zus.

›1. Die zur Ueberwindung dieses Wider- foderliche Kraft P muß nun nach der allge- rmel (§. 163), die sich hier in

$$P = \frac{b}{B} \cdot \left(Q + \frac{\Sigma . (\Pi + \Sigma) . b}{t^2 . g . (2\Pi + \Sigma)}\right)$$

:, bestimmt werden.

en der Vorrichtung des Krummzapfens, auf rze hier alles reducirt wird, verwandelt sich iel nach (§. 169) in

$$\frac{b}{B} \cdot \left(q + 0{,}637 . Q + \frac{0{,}424 . \pi . \Sigma . r}{t^2 . g}\right)$$

›ch die gehörigen Werthe für die Grössen zur :bstituirt werden müssen.

n nämlich die Reibung an den Wellzapfen Vorgelege auf die Entfernung r der Warze Umdrehungsaxe gebracht F heißt, so hat

$$q = F$$
$$Q = \tfrac{2}{7} . (20 - c) . \alpha h \phi - S$$
$$\Sigma = S$$
$$r = r$$

die Anzahl der Zähne des Stirnrades = $\mathfrak{N}$, :öcke des Trillings = n gesetzt wird,

$$\frac{b}{B} = \frac{\mathfrak{N} . r}{n . R}$$

Da
förmigkei
Zeit des

He
so muß

seyn.

Es
hinderlich
(20 — c

P′ =

und diese

Anm. 1.
den m
Widers
der Wi

mit wenigen Umläufen des Wasserrades kommt die e, durch sie durch.

Inzwischen muß doch ebendarum die Einrichtung ge- m werden, daß die Maschine auch bei solchen Stel- nicht ins Stocken komme. Daher bedarf sie ganz vor- ch eines starken Schwungrades, das um die Trillings- gelegt wird.

2. Für die Bestimmung von ϕ fehlt es noch an hin- lichen Beobachtungen. Bis jetzt muß man sich mit fol- en beiläufigen Bestimmungen begnügen:

für ganz frisches Eichenholz	. .	$\phi = 1,0$
ganz trockenes ——	. .	$\phi = 1,5$
ganz frisches Tannenholz	. .	$\phi = 0,7$
ganz trockenes ——	. .	$\phi = 1,1$

Zus. 2.

202. Wenn die Einrichtung nach (§. 201 e) getroffen wird, so erhält man die zur Be- der Maschine erfoderliche Kraft, den Werth inmal substituirt,

$$\frac{r}{R}\cdot\left(0{,}637\cdot r^{\frac{2}{4}}(20-c).ab\phi+F+\frac{0{,}424.\pi.S.r}{t^2 g}\right)$$

st auf die sogenannte Schränkung der Säge, f die Stellung der Zähne, welche die Breite hnitts zwischen zwei Brettern bestimmt, keine Rücksicht genommen worden. Sie beträgt lich nicht über 2 Pariser Linien, und bei einem n Werthe, wenn er z. B. $= \beta$ wäre, müßte

. $r^{\frac{2}{4}}$ statt $r^{\frac{2}{4}}$ in der Formel schreiben.

Zwei und dreisigst

Von den Getraide= in Kornmühl

Allgemeine Beschr Getraidemüh

§. 203. Bei den Getraidemüh an, über einem stein einen andern walzenförmig fer, mit Schnelligkeit herumlau dabei die zwischen beide Steine gehörig zermalmt oder zerrieben das Mehl von den zerriebenen S abgesondert werde

Gewöhnlich giebt man dem Kammrad 72 Kämme,
Trilling 6 Triebstöcke. Inzwischen würde eine
re Anzahl von Triebstöcken, bei gehöriger Anzahl
Kämmen, den Gang der Maschine allerdings er-
rn.

. 205. Die Auflegung des Läufers auf den Mühl-
geschieht durch ein im Läuferauge befestigtes
, die Haue oder Haube, welche in der Mitte
pyramidische Vertiefung hat, in welche das obere
idisch geformte Ende des Mühleisens einpaßt.

. 206. Das Mühleisen mit dem Trilling steht
nem langen hohl liegenden Balken, dem Steg,
er Pfanne. Das eine Ende dieses Stegs ist in
Seitenmauer geschoben; das andere ruht auf ei-
beweglichen Balken, der Tragbank. Diese
mittelst einer Schraube, der Stellschraube,
oder niedriger gerichtet werden, womit dann
ch der Läufer mehr oder weniger über den Boden-
erhoben wird. Dieses heißt: die Mühle hö-
oder niedriger stellen.

§. 207. Von der Einrichtung der Vorgelege ist
(Kap. 28) allgemein gehandelt worden. Die
st kann bei Läufern von mittlerer Grösse 4½ und
m größten Läufern 5 Rhl. Zolle betragen. Ei-
h sollten die Kämme an der angreifenden Seite
isch geformt seyn.

§. 207. Das beständige Beilaufen der Frucht-
: aus dem über dem Läuferauge angebrachten
er, dem Rumpf, geschieht durch ein bewegli-
Kästchen, den Schuh, welcher an der unteren
ung des Rumpfs statt eines festen Bodens ange-
ist, der von einigen Stricken getragen wird.

Ausstellunge [illegible]

§. 208. Der Läufer, der g
Berstens oben und unten mit eine
legt seyn kann, ist mit einer run
umgeben, der Zarge, von de
traide durch eine kleine Rinne he
in den Mehlkasten fallen würde,
einem durch den Mehlkasten gefü
genommen würde, der durch ein
tung, das Beutelgeschirr,
wird.

Hierdurch wird das Mehl in
stäubt, und die gröbern Theile
Beutels durch eine Oeffnung, die
bers vergrössert oder verkleinert w
Kleyenkasten, von da sie z
mal aufgeschüttet und mit niedri
zum 2ten, 3ten, 4ten mal gemah

§. 209. In der Zeichnung

A die Welle des Wasserr

n Hervorragende Zapfen am Trilling, die bei ihrer Umdrehung den Vorschlag alle Augenblick zurückschlagen, der dann immer wieder anschlägt.

s der **Vorschlag**, eine in ein kleines lothrechtes Wellchen eingesteckte wagrechte Stange oder Latte.

g der **Steg**, der Balken, auf welchem der Trilling oder das Mühleisen in einer Pfanne aufsteht.

r die **Tragbank**, auf welchem der Steg am einen Ende aufliegt.

x das **Mühleisen**

o die Haue

a b der Boden des Mühlengerüstes

l l der **Läufer**

c c der im Läuferauge befestigte **Staffelring**, der an seinem inneren Umfang zwei oder drei hervorspringende Kanten hat, welche hier Staffeln heisen.

fc der **Rührnagel**.

y y der Bodenstein

z die **Zarge**, der **Lauft**.

π eine Rinne zum Mehlkasten herab.

R der **Rumpf**, ein grosser Trichter

e der **Schuh**, ein vierecktes Kästchen.

q ein Baum von der **Rumpfleiter**, zwischen welcher der Rumpf einsizt.

F, G ein Paar von den Pfosten, zwischen welchen die Rumpfleiter liegt.

O der **Kleyenkasten**.

M der **Mehlkasten**, **Beutelkasten**

welle, an welche de
geheftet ist. Zum
hört noch

s der Vorschlag (

Damit übrigens kein Ge
die Oeffnung des Bodensteins
wird in solche ein cylindrisches
kenholz vorzüglich gewählt wi
dann nach seiner Länge so du
durchgesteckte Mühleisen genau

Anm. In umständliche theoretisc
Mühlen kann ich mich hier nich
der hier nur einige Resultate
Gerinne beziehen.

I. Wenn der Durchmesse
Fussen = D und die
von Umläufen in 1
hat man beiläufig

$$N = \frac{D}{\ldots}$$

der Entfernung $\frac{2}{3}$ des Läuferhalbmessers angenommen, $=$ R, und das Gewicht des Läufers samt der Haue $=$ Q gesetzt wird, so hat man für die vortheilhafteste Stellung der Mühle im Durchschnitte

$$R = \frac{D}{131} \cdot Q$$

wo D die Bedeutung (I) hat.

III. Zur Bestimmung der Reibung, welche das Mühleisen am untern Ende in der Pfanne leidet, muß man den Druck des Läufers auf das Mühleisen wissen. Heißt dieser Δ, so hat man beiläufig

$$\Delta = \left(1 + \frac{N}{300}\right) \cdot \frac{1}{2} Q$$

Zu diesem kommt noch das Gewicht des Mühleisens mit dem Trilling.

IV. Die gesammte Nebenlast auf $\frac{2}{3}$ des Läuferhalbmessers gebracht heisse Φ, die Entfernung der Kraft von ihrer Umdrehungsaxe r, die Anzahl der Kämme am Kammrad M, die Anzahl der Triebstöcke m, die Anzahl Umgänge des Wasserrades in 1 Min. $=$ n, die Kraft, welche in der Entfernung r von der Axe des Wasserrades angebracht, der gesammten Last das Gleichgewicht hält, p, so hat man

$$p = \frac{2MD}{3mr} \cdot (R + \Phi)$$

oder auch

$$p = \frac{2ND}{3nr} \cdot (R + \Phi)$$

 V. Die

VI.

Dab

Nimmt man r nach Willkühr an, so hat man hiernach

$$\left.\begin{array}{r}\text{für die vortheilhaf-}\\ \text{teste Einrichtung}\\ \text{des Getriebes}\end{array}\right\} \frac{M}{m} = \frac{105}{D.C} . r$$

Die Müller nehmen r nicht leicht über 7 bis 8 Fusse.

VII. Bei 4maligem Aufschütten der Frucht läßt sich die Menge des Mehls, welches die Mühle stündlich liefern kann, wenn sie übrigens gut eingerichtet ist, nach Cöllnischen Pfunden durch folgende Formel ausdrucken

für Roggen und Waizen $S = 0{,}021 . D^2 . \psi . B . \frac{M}{m} . \frac{c}{r}$ ℔

für Gerste $S = 0{,}06 . D^2 . \psi . B . \frac{M}{m} . \frac{c}{r}$ ℔

Hier ist S die Pfundezahl des Mehls, welches stündl. abgemahlen wird, ψ die spec. Schwere des Läufers, des Wassers = 1 gesetzt, und B der kub. Inhalt des [Läu]fers in Par. Kub. Fussen. Die übrigen Buchstaben ha[ben] die vorher erklärten Bedeutungen.

Einige hierher gehörige Schriften.

Belidor, angef. Architektura hydraulika.

Rönnich, Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen. Augsburg 1779.

Fabre, Versuch über die vortheilhafteste Bauart hydraulischer Maschinen, und insbesondere der Getraidemühlen, aus dem Französ. von Lüdicke. Leipz. 1786.

Huth, die nöthigsten Kenntnisse zur Anlegung, Beurtheilung und Berechnung der Wassermühlen, Halle 1787.

Bayer, angef. Mühlenschauplatz.

Langsdorf, angef. Lehrbuch der Hydraulik.

Hoff-

Hoffmann, der Wassermühlenbau, mit besonderer Rücksicht auf die Mahlmühlen, Königsberg 1800.

Clausen, Praktische Anweisung zum Mühlenbau, Leipz. 1792.

Drei und dreisigstes Kapitel.

Von den Fuhrwerken *).

Aufg. 60.

§. 210. AFGB (fig. 110) sey ein Wagenrad, c sein Mittelpunkt, $\alpha\beta\gamma$ seine Nabe, der innerhalb der Nabe gezeichnete Kreis ein Querschnitt der Axe, deren Mittelpunkt e ist; CD sey eine horizontale ebene und feste Bahn; an der Axe

Es kommen hier zwei verschiedene Be-
Betrachtung

die fortschreitende der Axe

die Umlaufsbewegung des Rades.

ngriffspunkt d der Rabe fällt allemal auf
ite des lothrechten Durchmessers AB, auf
Thiere vorgespannt sind; hier zur Linken.

sey eine Tangente an d, NO horizontal,
die Thiere zu ihrer fortschreitenden Bewe-
zur fortschreitenden Bewegung der Axe
, als solche beständig in der schiefen Rich-
e auf einer schiefen Ebene fortzubewegen.
Die

Kröncke die Formel der Erfahrung dadurch näher
n, daß er noch eine neue Hinderniß, an die
t sogleich denkt, mit in die Formel aufnimmt,
so bedeutend macht, daß dadurch die Ladung
kleiner wird, als sie sonst seyn dürfte. Er setzt
in für allemal sehr holperichte Wege voraus, und
nun zugleich die Kraft, welche nöthig ist, ein Rad
e Erhöhungen zu erheben. Aber einmal ist auch
raussetzung der Erfahrung gar nicht angemessen.
nicht schon oft solche Straßen gesehen, wo die
h beinahe wie über einen Dihlboden wegwälzen?
Fuhrmann würde aber in solchem Falle einem
ch nur die Ladung von 30 Zentnern zumuthen?
ist es aber auch gegen die Erfahrung, daß sich
ebenen und etwas höckerichten, z. B. uneben ge-
Wegen ein so enormer Unterschied in der Ver-
des Widerstandes zeige. Auch ist es der Erfah-
ider, daß z. B. auf einem Dihlboden der Wider-
es Fuhrwerks bei unveränderlichen Axen sich bei-
die Höhe der Räder verhalten, wie doch aus
rie der Herrn Kröncke und Fuß folgt. Ich habe
Sache hier aus einem ganz andern Gesichtspunkt

3. :
ten Kraf
Theil mu
Rad der

Wa
$\surd(P^2 +$
statische U

oder, D

entsteht.

4. D
ficient der

de

de

Es ist aber (no. 2)

$$P^2 + Q^2 = \left(\frac{tg\,\alpha^2 + 2\mu\, tg\,\alpha + \mu^2}{1 - 2\mu\, tg\,\alpha + \mu^2\, tg\,\alpha^2} + 1\right) Q^2$$

$$= \frac{1 + tg\,\alpha^2 + \mu^2 (1 + tg\,\alpha^2)}{1 - 2\mu\, tg\,\alpha + \mu^2\, tg\,\alpha^2} \cdot Q^2$$

$$= \frac{(1 + \mu^2) \cdot (1 + tg\,\alpha^2)}{1 - 2\mu\, tg\,\alpha + \mu^2\, tg\,\alpha^2} \cdot Q^2$$

$$\sqrt{(P^2 + Q^2)} = \frac{sec\,\alpha \cdot Q}{1 - \mu \cdot tg\,\alpha} \cdot \sqrt{(1 + \mu^2)}$$

Demnach, weil $sec\,\alpha \cdot sin\,\alpha = tg\,\alpha$ ist,

$$D \cdot sin\,\alpha \cdot \sqrt{(P^2 + Q^2)} = \frac{D \cdot tg\,\alpha \cdot Q}{1 - \mu \cdot tg\,\alpha} \cdot \sqrt{(1 + \mu^2)}$$

6. Man erhält daher aus (h)

$$\frac{tg\,\alpha \cdot \sqrt{(1+\mu^2)}}{1 - \mu \cdot tg\,\alpha} = D \cdot \mu' + d \cdot \mu \sqrt{\left(1 + \frac{P^2}{Q^2}\right)}$$

r man bei dieser Untersuchung auch

$$\frac{D \cdot tg\,\alpha \cdot \sqrt{(1 + \mu^2)}}{1 - \mu \cdot tg\,\alpha} = D \cdot \mu' + d \cdot \mu$$

s kann. Also

$$tg\,\alpha = \frac{D\mu' + d\mu}{D\mu\mu' + d\mu^2 + D\sqrt{(1 + \mu^2)}}$$

7. Daher (2)

$$= \frac{D\mu' + d\mu + D\mu^2\mu' + d\mu^3 + D\mu\sqrt{(1+\mu^2)}}{D\mu\mu' + d\mu^2 + D\sqrt{(1+\mu^2)} - D\mu\mu' - d\mu^2} \cdot Q$$

$$= Q$$

…en kann. Ist der Halbmesser der Nabe … wird $\frac{d}{D} = \frac{1}{18}$, also

$$P = \left(\frac{1}{180} + \frac{1}{10}\right) . Q = \frac{19}{180} . Q$$

$$Q = \frac{180}{19} . P$$

… man P = 180 ℔, so wird

$$Q = \frac{180}{19} . 180 = 1705 \text{ ℔}$$

… starker Lastwagen kann etwa 10 Zentner … Demnach könnte ein solcher für 2 Pferde mit … =

2 : 1705 — 1000

… der Zahl mit

24 Zentner

… ebenen und horizontalen Wegen beladen …

Zus. 2.

…2. Der Vortheil unseres Fuhrwerks besteht …h nicht darin, daß das Moment der Rei… …ndert wird; im Gegentheil kommen dabei …nderniße zusammen, und zu der Reibung … dabei ganz in Rechnung kommt, trit die … …ehst der $\mu' Q$ noch besonders hinzu. Der …gt demnach nur darin, daß der Werth von … Reibungskoefficient dadurch sehr verkleinert … man die Reibung auf sehr glatte und ge-

 schmierte

§. 2

unter den

$P =$

setzen.

§. 2

lem Zuge
auf einen
parallel

setzen.

So
P ziehen

oder

$N (1 -$

arf nämlich einem Pferde, das unter einem
n 30° bergan steigt, gar keine Last weiter
werden.

Zus. 5.

5. Für ein einmal in Bewegung gesetztes
ist es sehr gleichgültig, ob die Bahn DC
oder ob sie gleichsam mit kleinen Uneben-
säet ist, so daß das Rad immerfort abwech-
n und fallen muß, wie solches bei allen,
en besten Strassen allerdings der Fall ist,
Bahn mit einem geometrischen Auge betrach-
Es ist aber hier nur von ordentlich befahr-
n die Rede, wo diese abwechselnde Erhö-
d Vertiefungen unbedeutend sind. Gesetzt
alle 4 Räder eines Wagens in einem ge-
enblick sich zu gleicher Zeit auf die hervor-
lächen vorliegender Steine erheben müßten,
ieser Erhebung die Grösse der Bewegung zu
lche die vorgespannten Thiere mit dem bela-
n schon haben. Ueberdas dient das darauf
hnellere Herabfallen wiederum zum Ersatze
Geschwindigkeit. Diese Geschwindigkeits-
sind aber überhaupt so klein und erfolgen
auf einander, daß sie den fortschreitenden
r als eine einzige fortdauernde Wirkung er-
Hierzu kommt aber noch der Umstand, daß
auf einer solchen Bahn selbst das Steigen
der verschiedenen Räder gleichzeitig erfolgt,
den ohnehin schon unbedeutenden Umstand
elbst noch vollends vernichten, wenigstens
Kalkul.

daher Hr. Kröncke (a. a. O. S. 202) für
ontale Wege nur

$$P = 0{,}016 \cdot Q = \tfrac{1}{62} Q$$

auf Chausseen der Erfahrun
so läßt sich der hinzugesetz
verstandes nicht als ein au
Bestimmungsstück betrachten
das keinen andern Bestimmun
gänzung des unrichtigen er
Summe von beiden in diesem
sprechen möge. Für wirkli
fiele dann doch dieses 2te G
nach Hrn. W. für 2 Pferde
beladen werden.

Es ist ein bemerkensw
2te Glied, welches Hr. Kr.
Erfahrung nahe genug zu ko
genau mit meinem $\mu.Q$ ü
nach (Dyn. S. 336) $\mu \doteq$
dieses Glied bei mir immer
Hrn. Kr. fällt es für ebene

Anm. Der Abdruck dieses B
geendigt, als ich das Werk
dieser Umstand erlaubte mir

Tafeln

zu

ktischen Berechnungen

für die Ausübung.

Erste Tafel

eichung der Fußmaße verschie- erter nach dem Längen- Flä- t- und kubischen Maße.

n Pariser Fuß = 1 gesetzt.

der Oerter	Längen-Fuß.	Quadr. Fuß.	Kubick-Fuß.
n	0,8715	0,759	0,661
	0,9166	0,840	0,769
	0,9111	0,830	0,756
	0,9185	0,843	0,774
	0,6847	0,469	0,321
	0,9534	0,908	0,866
	0,9028	0,815	0,735
veig	0,8784	0,771	0,677
	0,8902	0,792	0,705
	0,8750	0,766	0,670
	0,8958	0,802	0,718
	0,8993	0,809	0,727
	0,9097	0,827	0,752
	0,8472	0,718	0,608
n	0,9662	0,933	0,902
	0,8833	0,780	0,689
	0,8715	0,759	0,661
	0,9386	0,881	0,826
	0,8727	0,761	0,664
h am Mayn	0,8819	0,777	0,686

Namen der Oerter	Längen-Fuß.	Quard.-Fuß.	Kubick-Fuß.
Genf	1,5021	2,256	3,389
Genua, Palmi	0,7729	0,597	0,461
Giesen	0,9166	0,840	0,769
Griechischer	0,9432	0,890	0,839
Haag	1,0000	1,000	1,000
Halle	0,9166	0,840	0,769
Hamburg	0,8819	0,777	0,686
Hannover	0,8993	0,809	0,727
Harlem	0,8799	0,774	0,681
Heidelberg	0,8576	0,735	0,630
Hollstein	0,9187	0,844	0,775
Königsberg	0,9472	0,897	0,849
Leipzig	0,8687	0,754	0,655
Lübeck	0,8958	0,802	0,718
Lüttich	0,8854	0,784	0,693
Mannheim	0,8930	0,797	0,712

amen der Oerter	Längen Fuß.	Quadr. Fuß.	Kubick Fuß.
sburg	0,8910	0,794	0,707
tgard	0,8806	0,775	0,682
n	0,9944	0,988	0,983
	0,8895	0,791	0,703
ht	0,8403	0,706	0,593
dig	1,0694	1,143	1,222
l	0,9861	0,972	0,958
enberg	1,0312	1,063	1,095
	0,8972	0,805	0,722
ch	0,9243	0,854	0,789

ner, den Pariser Fuß = 1 gesetzt,

Eine Toise . . .	6,0000
e Lachter oder Klafter in Dänemark	6,1923
- — — — zu Eisleben	6,1910
- — — — zu Freyberg	6,1055
- — — — zu Joachimsthal	6,0201
- — — — zu Clausthal	5,9222
- — — — in Schemnitz	6,2333

neuen französischen Maaß ist der Méter de- bei einer Temperatur 17,6 Gr. (100theil.) = 443,295 Par. Lin. also

1 Meter	=	3,0784444 ... Par. Fuß
Millimeter	=	$\frac{1}{1000}$ Meter
Centimeter	=	$\frac{1}{100}$ —
Decimeter	=	$\frac{1}{10}$ —
Meter	=	1 —
Decameter	=	10 —
Hektometer	=	100 —
Kilometer	=	1000 —
Myriameter	=	10000 —

Zweite Tafel

zur Vergleichung der verschiedene[illegible] üblichen Gewichte.

Das Nürnberger Pfund = 1 gese[illegible]

Namen der Oerter.	Verhältnißzahl für 1 Pfund.	Namen der Oerter.
Altona	0,9500	Erlangen
Amsterdam	0,9688	Frankfurt a. M.
Anspach	0,9998	Pfundgewicht
Augsburg	0,9644	Frankf. a. d. O.
Bamberg	0,9522	Freyberg
Basel	0,9616	Hamburg
Bayreuth	1,0151	Hannover
Berlin	[illegible]	Heydelberg

rnach findet man 1 Par. K. Fuß $= \frac{67,3}{0,9615}$

95 oder genau genug = 70 Par. Pfund.

Mark Cölln. ist = ½ ℔ = 16 Lth.

= 16 × 240 Gran = 3840 Gr.

= 65536 Richtpfennige

1 Gran $= \frac{65536}{3840}$ Rpf. = 17,07 Rpf.

ch der neuen französ. Eintheilung ist in solchen nigen

1	Centigramme =	2,8	Richtpf.
	Decigramme	28,0	—
	Gramme	280,5	—
	Dekagramme . . .	2805,6	—
	Hektogramme . . .	28050,1	—
	Kilogramme . . .	280500,6	—
	Myriagramme .	2805006,2	—

Dieses größte Gewichtsmaaß beträgt also etwas über ⅟₇ Zentner Cölln.

ergiebt sich hiernach

1 Gran $= \frac{17,07}{2,8}$ Centigr = 6,096 Centigr.

neuen französ. Flüssigkeitsmaaße sind

1	Centiliter . . .	0,5046	Par.	Kub.	Zoll.
	Deciliter . . .	5,046	—	—	—
	Liter	50,46	—	—	—
	Decaliter . .	504,62	—	—	—

Ein Gramme ist das Gewicht vom zehenten Theile eines Centiliters von destillirtem Wasser beim Gefrierpunkte.

Drit-

I.

Platina
zu Pl
arb
nigt
geschl
rein
geschm
rein
rohe u
geschm
Gold
zu 24
schm
gesch
dasselbe
schlag
von de
schen

	spec. Schw.
zolzen u. zu	
ith gezogen	8,544
nolzenes	7,207
niedetes	7,788
englisches	7,471
nolzenes	11,352

Steine.

	2,640 bis 2,651
ein, sehr	
eden, z. B.	
hauer-Sand-	
n . . .	2,085
Sandstein	1,933
rstein .	1,932
tein von fei-	
Korn aus	
ergne .	2,699
tein 2,264 bis	2,688
der halb-	
hsichtige fas-	
te hat .	3,000
r	
iner . .	2,672
r Wetzschie-	
. . .	2,876
er Wetzschie-	
. . . .	2,773

	spec. Schw.
Schiefer	
Schon auf den Dächern gebrauchter Dachschiefer	2,812
Gyps	
halbdurchsichtiger gemeiner Gypsstein . . .	2,306
dunkler spathischer	2,274
dergleichen halbdurchsichtiger	2,311
Alabaster . .	2,7..
Kalkstein	
Marmor, genau genug . .	2,7
Porphyre genau genug	2,7
Granit, gemeine Arten . . .	2,5 bis 2,7

III. Holzarten.

	noch grün	völlig dürr
Ahorn .	0,903	0,659
Buchenholz	0,971	0,592
Eichenholz	1,060	0,615
Eschenbaum	0,903	0,644
Fichten .	0,870	0,471
Förlen . .	0,912	0,539
Tannenholz	0,894	0,554
Ulmenholz	0,948	0,552

IV. Tropf-

Tempe
tur n
Grad

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13



Höhe der Quecksilbersäule, deren Druck mit ꝛc.	Temperatur in Graden	Höhe der Quecksilbersäule, deren Druck mit ꝛc.
2,92	72	18,70
3,10	73	19,50
3,27	74	20,60
3,47	75	21,75
3,70	76	22,90
3,95	77	24,15
4,25	78	25,50
4,45	79	26,67
4,75	80	28,00
5,00	81	29,60
5,35	82	31,30
5,70	83	33,00
6,05	84	34,60
6,50	85	36,45
6,90	86	38,10
7,32	87	40,00
7,85	88	42,20
8,40	89	44,30
8,85	90	46,40
9,35	91	48,40
9,95	92	50,50
10,40	93	52,00
11,00	94	55,30
11,70	95	57,80
12,40	96	60,50
13,20	97	63,40
13,80	98	66,20
14,50	99	69,00
15,25	100	71,80
16,10	103	81,00
16,90	106	89,00
17,80	110	98,00

Fünfte Tafel
zum Gebrauche beim Nivelliren.

Entfernung des abgesehenen Orts in Toisen.	Höhe der scheinbaren Horizontallinie über der wahren in Par. Fussen.	
	Mit Rücksicht auf die Refrakt.	Ohne Rücksicht auf die Refrakt.
50	0,0020	0,0023
60	0,0030	0,0035
70	0,0040	0,0046
80	0,0050	0,0058
90	0,0064	0,0075
	0,0081	0,0092

...fernung des ...bgesehenen Orts ...n Toisen.	Höhe der scheinbaren Horizontallinie über der wahren in Par. Fussen.	
	Mit Rücksicht auf die Refrakt.	Ohne Rücksicht auf die Refrakt.
420	0,1403	0,1620
440	0,1523	0,1777
450	0,1607	0,1875
460	0,1667	0,1944
480	0,1810	0,2112
500	0,1964	0,2292
520	0,2128	0,2483
540	0,2306	0,2674
550	0,2376	0,2772
560	0,2465	0,2876
580	0,2644	0,3084
600	0,2827	0,3299
650	0,3318	0,3871
700	0,3849	0,4490
750	0,4420	0,5156
800	0,5030	0,5868
850	0,5675	0,6620
900	0,6364	0,7425
950	0,6726	0,7847
1000	0,7857	0,9167
1500	1,7678	2,0625
2000	3,1431	3,6667
2500	4,9107	5,7292
3000	7,0714	8,2500
4000	12,5714	14,6667
4500	15,9107	18,5625
5000	19,6431	22,9167
6000	28,2857	33,0000

Tafel
des Wassers in Röhrenleitungen.

n Pariser Zollen.

5	6	6,5	7	8	9	10	11	12
ssers in den Röhren in Pariser Zollen								
isse über dem Mittelpunkte der Ausflußöffnung am 1 Zoll angenommen wird *).								
,1	11,4	11,8	12,1	12,6	13,1	13,6	14,0	14,3
9,4	9,8	10,1	10,4	10,9	11,4	11,8	12,2	12,6
8,4	8,7	9,0	9,3	9,8	10,2	10,7	11,1	11,4
7,6	7,9	8,2	8,4	8,9	9,4	9,8	10,2	10,6
7,0	7,3	7,6	7,8	8,2	8,7	9,1	9,4	9,8

genannte Wasserhöhe in Zollen = 11 ꝛc. so muß auch mit √11 multiplicirt werden.

Röhrenleitung in Toisen.	wenn die Höhe des Wasserspiegels im Behältnisse ꝛc.																
35	2,9	3,5	4,0	4,5	4,9	5,3	5,6	5,9	6,2	6,5	6,8	7,0	7,3	7,7	8,1	8,5	8,9	9,2
40	2,7	3,3	3,8	4,2	4,6	5,0	5,3	5,6	5,9	6,1	6,4	6,6	6,9	7,3	7,7	8,0	8,4	8,7
45	2,5	3,1	3,6	4,0	4,3	4,7	5,0	5,3	5,5	5,8	6,0	6,3	6,5	6,9	7,3	7,6	7,9	8,2
50	2,4	2,9	3,4	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	6,9	7,3	7,6	7,9
60	2,2	2,7	3,1	3,5	3,8	4,1	4,3	4,6	4,8	5,1	5,3	5,5	5,7	6,0	6,4	6,7	7,0	7,3
70	2,0	2,5	2,9	3,2	3,5	3,8	4,0	4,3	4,5	4,8	4,9	5,1	5,3	5,6	5,9	6,2	6,5	6,8
80	1,9	2,3	2,7	3,0	3,3	3,5	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,3	5,6	5,9	6,1	6,4
90	1,8	2,2	2,5	2,8	3,1	3,3	3,6	3,8	4,0	4,2	4,3	4,5	4,7	5,0	5,3	5,5	5,8	6,0
100	1,7	2,1	2,4	2,7	2,9	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,1	4,3	4,4	4,7	5,0	5,3	5,5	5,8
120	1,5	1,8	2,0	2,3	2,6	2,8	3,1	3,2	3,4	3,5	3,7	3,8	4,0	4,3	4,5	4,7	5,1	5,3

Röhrendurchmesser in Pariser Zoll

2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8

hörige Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren in P

Leitung in Toisen.	wenn die Höhe des Wasserspiegels im Behältnisse ꝛc.																	
375	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0
400	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2.2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9
425	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8
450	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8
475	0,7	0,8	0 9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,7
500	0,7	0.8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,6
525	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,6
550	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1	2,2	2,3	2,5
575	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1.4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
600	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,9	2,0	2,1	2,2	2,4

Röhrendurchmesser in Pariser Zollen.											
2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	9

hörige Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren in Pariser

wenn die Höhe des Wasserspiegels im Gehältnisse ꝛc.

Zugehörige Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren in Pariser Zollen.
wenn die Höhe des Wasserspiegels im Behältnisse ꝛc.

	6	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
	6	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9
975	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
1000	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8
1025	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8
1050	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8
1075	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8
1100	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,6	1,7

Röhrendurchmesser in Pariser Zollen.

2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	9

örige Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren in Pariser
wenn die Höhe des Wasserspiegels im Behältnisse rc.

Siebente Tafel

stimmung des zusammengezogenen rschnitts, wenn die Weite des :fäßes = w und die Ausfluß- öffnung = β ist.

on $\frac{\beta}{w}$	Für Oeffnungen in dünnen Platten Werthe von 1—n	Für kurze Ansatz- röhren Werthe von 1—n
o	1,000	1,000
5	0,970	0,985
o	0.940	0,970
5	0,913	0,956
o	0,888	0 944
5	0,864	0,932
o	0,841	0,921
5	0,820	0,910
o	0,800	0,900
5	0,781	0,890
o	0,763	0,880
5	0,746	0,873
o	0,729	0,864
o	0,699	0,849
o	0,671	0,835
[illegible]	0,645	0,823
	0,633	0,817
	-624	0,812

Achte

Achte Tafel

zur Bestimmung zusammeng
Werthe

von $\frac{\beta}{w}$, d, $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, wenn $\lambda = 10$

Werthe von d in Zollen	Werthe von $\frac{\beta}{w}$	Für Oefnungen in dünnen Platten		Für k
		Werthe von $\mathfrak{A}$	Werthe von $\mathfrak{B}$	Wer von
0,5	1,00	6,00	1,54	6,0
1,0	0,95	3,00	1,72	3,0
1,5	0,90	2,00	1,94	2,0
2,0	0,85	1,50	2,20	1,5
2,5	0,80	1,20	2,58	1,2
3,0	0,75	1,00	2,92	1,0
3,5	0,70	0,86	3,42	0,8

Alphabetisches

ts = Verzeichnis

iezug auf die Seitenzahl.

fe
S
te
fe
de
31
fer
hie
run
Wa
fe
319
W
Stoß
ne F
und
gen
477
Ges
mel
effek
Stoß
Stra
Scha

Verbesserungen *).

I) In der Vorrede und der Dynamik.

XXIV. Z. 13. von unten statt leibet lies leite
17. zu §. 25. gehört Fig. 1.
22. Z. 8. statt $\frac{s}{N}.c$ lies $\frac{s}{n}.c$
23. Z. 6. statt $\frac{s}{N}.M$ lies $\frac{s}{n}.M$
29. Z. 7 u. 9. statt nc lies nC
35. Z. 18. statt $+2PQ$ lies $-2PQ$
40. Z 10. st. zieht die ab l. zieht die ad
42. Z. 2. v u. st. mN l. oN
45. Z. 8. v. u. st. BA l. CA
50. gehört zu §. 61, Fig. 15.
57. Z. 2. st. $\frac{Cx - Cy)D}{A}$ l. $\frac{(Cx - Cy)D}{A}$
61. Z. 4. st. $\frac{\int ax.xdy}{\int axdx}$ l. $\frac{\int ax.xdx}{\int axdx}$
62. Z. 3. st. $\frac{\int y^2 xdx}{\int ydx}$ l. $\frac{\int y^2 xdx}{\int y^2 dx}$
73. Z. 9. v. u. st. N Raumpunkte l. N Zeitpunkte
— Z. 1. v. u. st. N Zeitpunkte l. N Zeittheilchen
74. Z. 1—2. v. o. st. N Zeitpunkte l. N Zeittheilchen oder N. N Zeitpunkte

S. 75.

*) In den Anfangsgr. der Reinen Math. und im gegenwärtigen Bande muß statt Hypothenuse durchaus Hypotenuse stehen.

S. 370. Z. 3. v. u. st. $\frac{h \pm \mu . r}{R}$ l. $\frac{h \pm \mu . r . 6,2}{6,28 . R}$

S. 380. Z. 2. st. $r(M + \frac{E}{r} . N . k) = R . (-$

l. $r(M + \frac{E}{r} + N . k) = R(P-$

— Z. 6. st. (M+½Nk) l. (M+Nk)

S. 385. Z 1. v. o. st. $\frac{6,28 . l(\mathfrak{R}^4 - r^4)}{4}$ l. $\frac{6,28 . l\psi .(}{4}$

— Z. 6. st. $\mathfrak{R}^4 - r^4)$ l. $(\mathfrak{R}^4 - r^4)$

nach Z. 6. fehlt: ergiebt

— Z. 9. st. r = F. l. r = 2½ F.

— Z. 11. st. $\mu = 1\frac{1}{4}$ l. $\mu = \frac{1}{4}$

— Z. 14. st. 19,6 l. 29,4

die 1,3 Fuß werden dann 1,32 Fuß

S. 391. Z. 7. v. o. st. α = nab l. α = AC

6. Z.9. im Werthe von P^{IIII} ist das 2te Glied nicht positiv, sondern negativ

Z.10. — — — P^{V} ist es gleichfalls so; auch muß im 2ten Glied von P^{V}, $(R-\mu\varrho)^{3}$ statt $(R-\mu\varrho)^{2}$ stehen.

7. Z.2. v. o. statt $+\frac{B}{A}$ lies $-\frac{B}{A}$

1. Z.9. st. $(\frac{R-\mu\varrho}{A})_{2}$ l. $(\frac{R-\mu\varrho}{A})^{2}$

7. Z.22. st. (no. III) l. (no. I)

). zu §. 98. gehört Fig. 57.

Z.12. st. §. 49. l. §. 49. Hydr.

5. Z.9. st. §. 52. l. §. 52. Hydr.

7. Z.5. st. noch sb l. nach sb

Z.18. st. §. 48. l. §. 48. Hydr.

:. Z.10. st. S. 56. l. S. 456.

). Z.4. st. §. 52. l. §. 52. Hydr.

}. Z.11. st. A l. (A—a)

L. Z.3. st. §. 52. l. §. 52. Hydr.

5. Z.12. st. Kreißes in g l. Kreißes in d

. Z.2. st. $C.\beta.\sin\zeta dx.$ S l. $C\beta.\sin\zeta dx$

7. Z.2. u. Z.4. v. u. st. a l. WS. a

} bis 517. muß überall WS. a statt a stehen

; u. 519. muß es überall b statt a heissen.

). Z.3. statt $B^{2}T^{2}g$ lies $B^{2}.W.T^{2}.g$

5. Z.7. st. $+\frac{1}{2}bW$ l. $+\frac{1}{2}b\mathfrak{W}$

Z.4. v. u. im Zähler
7. Z.2. v. o. im Nenner
Z.3. — — —
Z.5. — — —
Z.8. — — —
} st. $-\frac{1}{2}b$ l. $+\frac{1}{2}b$

Z.11. st. $+\frac{1}{2}b$ l. $-\frac{1}{2}b$

. Z.10. st. $+\frac{q+\frac{1}{2}b}{K}$ l. $+\frac{q-\frac{1}{2}b}{K}$

S. 531.

S. 531. Z. 5. v. o. statt $-(\frac{1}{2}b+ \ldots$ lies $-(-$
S. 532. Z. 7. st. Fig. 72. l. Fig. 73.
S. 541. letzt. Z. st. $\lambda + \frac{W}{w} a$ l. $\frac{w}{W} \lambda + a$
S. 544. Z. 1. st. so kann l. so kann man
S. 557. letzte Zeile statt $\sin(ard+u+x)$
$\sin(180° - (ard+u+x))$
S. 559. Z. 19. st. (§. 138) $\tau'\tau = \sin d'\mu i - [$
$(kcd'+x)]$ l. (§. 139) $\tau'\tau = d. \sin. [$
$(180° - (kcd'+x))]$
S. 560. Z. 2. st. $-d' \sin d\mu i$ l. $-d. \sin d'$
S. 568. Z. 4. v. u. st. (ε) l. (η)
S. 571. Z. 4. v. o. st. $N = \frac{1. \sin \vartheta}{2\pi . \mathfrak{L}} . Q.$ l.
$\frac{1. \sin \vartheta}{\pi . \mathfrak{L}} Q$

$\frac{2 l \sin \vartheta}{\ldots}$ l. $\frac{2 l. \sin \vartheta}{\ldots}$

2 π . D durchläuft; nur in Punkten des Weges 2 π . d sich reibt.

. muß A mitten zwischen v und a stehen.
. fehlt A (s. §. 68).
. fehlt neben die letzte Schaufel zur Rechten x.
. fehlen e und f.
. fehlt oben A.
* fehlt oben B.
. fehlt C und E.
. fehlt oben an der Peripherie über τ''' der Buchstabe l.
. sollte von r bis S punktirt seyn.
. fehlt oben an der Steigröhre v.
. fehlt oben an der Saugröhre C.
. fehlt n.
o. muß m zwischen D und d stehen; auch muß oben n statt e stehen.

---

besserungen zu der reinen Elementar- und höheren Mathematik.

Z. 8. v. u. statt: 45 : 7 lies: 35 : 7
Z 11. v. o. st. so findet die l. so findet man die
letzt. Z. st. $\frac{xxxx}{nnnnxxx}$ l. $\frac{xxxx}{nnnnaaa}$
Z. 3. v o. st. A^2 l. Å
Z. 7. — st. $\sqrt{18} > 5$ l. $\sqrt{18} < 5$
Z. 3. — st. 1,214 l. 1,414
Z 2. — st. AC l. Ac. Auch fehlt fig. 21 der Bogen $f'g'$ durch b'
Z. 12. — st. Fig. 88. l. Fig. 58.
Z. 8. — st. $\frac{b}{\sqrt{Cx}}$ l. $\frac{b}{\sqrt{cx}}$

S. 305.

S.305. Z.1. v.o. statt A lies Ax^m
S.329. Z.16. — st. qm^2+a l. qm^2-
S.336. nro. V. im Werth von n statt $\sqrt{}$
stehen $\sqrt{}-8dS$
S.338. nro. IV. im Werth von n statt L
L(S—a) muß stehen L(S–a) -
S.340. nro. VIII. im Werth von n statt
muß stehen $-Se+S$
S.345. Z.9 u. 10. steht 2mal die Summe d
Reihe
— Z.11 u 12. steht 2mal η statt y
S.348. Z.7. statt $+6N$ lies $+6M$
S.350. Z.8. st. $\frac{n(n-1)(n-2)}{3}$. 2 l. $\frac{n(n}{}$
S.354. letzt. Z. muß stehen $\gamma = Ap +$ rc.
S.355. Z.2. — — $C = \frac{\gamma - Ap - \text{rc.}}{}$

5. Z. 2 v. o. statt $\frac{w^3}{2\alpha^3}$ lies $\frac{w^3}{3\alpha^3}$

5. lezt. Z. st. $-\frac{2}{5(2x^2-1)^5}$ l. $+\frac{2}{5(2x^2-1)^5}$

2. Z. 5. st. $3Bx^3$ l. $3Cx^3$

3. Z. 4. v. u. st. $C = \frac{m-3}{4}.B$ l. $C = \frac{m-2}{3}.B$

Z. 3. — st. $D = \frac{m-4}{5}.C$ l. $D = \frac{m-3}{4}.C$

. Z. 4. — st. $= \frac{x-\alpha}{z}$ l. $= \frac{\alpha-x}{z}$

5. 2te Gleichung statt $-\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}dx^{m-1}}{m}$

lies $+\frac{(1-x)^{\frac{1}{2}}dx^{m-1}}{m}$

— 3te Gleichung statt $-\frac{(1-x^2)dx^{m-1}}{m}$

lies $-\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}dx^{m-1}}{m}$

7. Z. 14. st. $1+\text{Const.}=0$ l. $1-\text{Const}=0$

Z. 20. st. (XXII) l. (XXIII)

8. steht von Z. 8. bis unten immer c statt a

S. 460.

S

S.
S.
S.
S.4

S.4

S.48

S.488
—
S.495.

S.496.

3. v. u. st. x^2 l. x^3
2. — st. §. 64. l. §. 63.
. steht 2mal: ziehe.
14. st. $\frac{a^2-2ax+x^2}{a}$) l. $\frac{a^2+2ax+x^2}{a}$)
. st. oeer l. oder
. muß die Gleichung $\frac{db}{a}$ wegbleiben, denn
s d (§. 76) gilt nur für eine Abscisse vom
cheitelpunkt bis zum Brennpunkt, und hier
x überhaupt gemeint.
. st. $\frac{4ud+a^2}{za}$ l. $\frac{4ud+a^2}{2a}$
. v. u. st. As l. Cs
. — st. CA=An l. CA$=\frac{1}{2}$a; An=x.
. v. o. st. mc l. mC
. — st. $-\alpha\beta$ l. $=\alpha\beta$
. — st. p^2 l. $\frac{1}{2}p^2$
1. — st. $\frac{1}{16}$ac l. $\frac{1}{8}$ac
2 — st. CAD l. CAn
5. — st. qd l. qD
ört zum 118. §. Fig. 23.
3. st. $(\frac{1}{2}(2r-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ l. $(\frac{1}{2}(2rx-x^2)^{-\frac{1}{2}}$

innerung. Sämmtliche vorstehende Verbesse-
inen Math. so wie bei weitem die meisten zu dem
Bande, sind hier so abgedruckt, wie sie von Einem
lichsten Herrn Zuhörer, Herrn Lehmus ange-
mitgetheilt worden sind. Ich bin diesem hoff-
ngen Manne dafür hier meinen öffentlichen Dank

K. C. L.

Gedruckt

bei Adolph Ernst Jung

Theorie

Krummzapfens

eine der wichtigsten

r die praktische Maschinenlehre

ein bisher noch nicht aufgelößtes
Problem

ller Schärfe erwiesen und in einer
sehr einfachen Formel

dargestellt

von

l Christian Langsdorf

Professor der Mathematik zu Erlangen.

Erlangen

Palm. 1803.

Dem

um Verbreitung und Anwendung

der höheren Mathematik

sehr verdienten

Lehrer derselben zu Prag

Herrn

Professor Gerstner.

Theorie

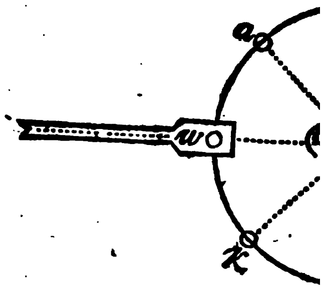
es Krummzapfens.

§. 1.

er häufige Gebrauch des Krummzapfens erinnert uns in der Ausübung beinahe ieden Augenblick Wichtigkeit einer Theorie desselben. Solange sie ist man immer in Ungewißheit, ob man nicht rechnungen über Maschinen, die mit einem Krumm- zusammenhängen, desto beträchtlichere Fehler , ie beträchtlicher die Massen sind, die mit dem nzapfen zugleich in Bewegung gesetzt werden; lange ist man auch ganz ausser Stand, den Vor- s Krummzapfens vor andern Vorrichtungen nä- bestimmen. Dieses veranlaßte mich, in meinen lehren der mechanischen Wissenschaften (S. 599 die hierhin gehörige Untersuchung aufs Neue nehmen; aber ich mußte auch dort (S. 609) mit Geständnisse schliesen, daß mit dem, was ich dort tragen habe, diese Theorie noch keinesweges abge-

 than

aufgefodert und lege nun die v
sultate dieser letzten Untersuchun
Leser voraus, welche meine ers
neuen Grundl. der mech. Wiss.
mich auf Tab. XI. fig 87. di
quemlichkeit hier einschalte.



ıſt, deren ſtatiſches Moment ſich
der Umdrehung der Warze ieden
nblick ändert, heiſſe . . . . . . Q

:me von Hinderniſſen, deren ſta-
s Moment während der Umdre-
der Warze unveränderlich iſt
die Reibung an den Wellzapfen),
auf die Entfernung der Warze
der Umdrehungsaxe gebracht, . . = q

: vom Arm des Krummzapfens,
der Halbmeſſer e w . . . . . = r

', auf die Entfernung r von der
ehungsaxe gebracht, ... = P

ß der Kraft das unveränderliche
he Moment r . P zugehört.

nun die Warze mit irgend einer Geſchwin-
ı w angekommen iſt und ihre Bewegung
ı c . . . . fortſetzt: **Nach welchem
ird dieſe Fortſetzung ihrer Bewe-
Allgemeinen erfolgen?**

) Es ſey w e a ein unbeſtimmter, doch
er Winkel = μ, ſo iſt für die Stelle a
che Moment der Laſt Q + q

$$= Q . r . \sin \mu + r . q$$

Kraft aber iſt r . P.

bis solche in dem Augenbli
ankommt, = o wird.

2) Die Geschwindigkeit der W
bis a beständig zu, nur im
ger, ie näher sie der Ste
Ueberwucht immer kleiner un

3) Die Fortdauer der Zunah
hängt also von der Größe
ab, woferne wir nur dieser
festgesetzten Größe gemäß t
Q. sin μ + q nehmen. E
Foderung, daß die Geschwin
80°, wachsen solle, dadurch

$$P = Q.\sin 8$$

$$= 0,9848$$

irb, so wird, sobald die Warze über $wa = \mu$ nausrückt, das statische Moment der Kraft klei-
:r als das der Last; die Ueberwucht wird also erneint und die Geschwindigkeit der Warze nimmt
, solange $\sin(\mu + \alpha) < \sin\mu$ bleibt, d. i. bis ir Stelle c, wenn $bc = ba$ und $web = 90°$
:

Nimmt man aber $\alpha > 2\,aeb$, so daß die Warze ier c hinausrückt, so wird von der Stelle c an is in d das statische Moment der Kraft, welches nmer $= r.P$ bleibt, wieder größer als das stati-
he Moment der Last; denn letzteres ist $= Q.r.$
$n(\mu + \alpha) + rq$, also $< Qr.\sin\mu + rq$, enn $\mu + \alpha > 180° - \mu$ oder $> wec$ ist, folg-
h auch $< rP$ vermöge no. 1.

leber d hinaus fangen dieselben Abwechslungen leder von neuem an, wie von w aus.

Diesemnach ergeben sich folgende Abwechslungen, enn wea ein spitzer Winkel, web aber ein chter und $ab = bc$ ist, dann aber ed, eg, f, ek die Verlängerungen von we, ae, be ib ce sind und $P = Q.\sin wea + q$ genom-
en wird:

> Von w, wo das statische Moment der Last $= 0$ ist, bis zu der Stelle a wächst die Geschwindigkeit der Warze.

 Von

Von d bis g nimm
weniger und we

Von g bis k wie t

Von k bis w wie t

8) Weil die Geschwindigkeit
völlig so wie von c bis g
von a bis c völlig so w
mend ist, so kann kein L
wenn nicht das Wachsthu
c nach g der Abnahme v
nach k gleich ist. Es m
gung des Beharrung
nahme der Geschwindigkeit
von a bis c gleich seyn.

Letzteres kann aber nu

nnach hat man für den Beharrungsstand

$$P = Q.\ Sin.\ 45 + q$$

oder $P = 0{,}7071.\ Q + q$

Wird also $P > 0{,}7071.\ Q + q$ genommen, so
mt die Maschine ins Stocken, die Warze kann
Bewegung nicht fortsetzen.

Wird $P < 0{,}7071.\ Q + q$ genommen, so ver-
:t die Geschwindigkeit der Warze durch a c und
weniger als sie in ihrer Bewegung durch k a
c g gewinnt, und der ungleichförmige Behar-
gsstand kann nie eintreten. Jeder folgende Um-
geschieht schneller als der vorhergehende, die
aufszeit wird immer kleiner und kleiner.

§. 3.

Macht man also $wa = 45°$, $ac = 90°$, $cg = 90°$,
90°, so daß noch $kw = 45°$ bleibt, so fällt
n Beharrungsstand

die kleinste Geschwindigkeit

in die Stellen c und k

die größte

in die Stellen a und g

n hat allgemein

$$P = 0{,}7071.\ Q + q$$

isserst einfache Formel für die Theorie des Krum
l, bey der also alle Schwierigkeiten beseitiget

sind,

sind, in welche die vorhinigen Betrachtun
Noth verwickelte.

Es erhellet hieraus 1) daß es au
se des Rades und der Last gar nicht
me, und daß diese auf das Verhält
schen Kraft und Last gar keinen
haben, woferne Kraft und Last an
geändert bleiben; 2) daß es unric
bei Maschinen mit dem Krummzap
0,637. Q + q zu setzen, indem ma
0,707. Q + q setzen muß.

§. 4.

ie Maschinenlehre merkwürdiges und sehr wichtiges
Resultat.

§. 5.

In vorstehenden Sätzen ist unter P die auf die
Entfernung r von der Umdrehungsaxe reducirte Kraft
u verstehen. Ist aber die Kraft in der Entfernung
L von der Umdrehungsaxe angebracht, oder allgemei-
ner: durchlauft der von der Kraft angegriffene Punkt
en Weg B, indeß die Warze den b durchlauft, so
at man

$$P = \frac{b}{B}(0{,}707 . Q + q)$$

er auch

$$P = \frac{b}{B} . (0{,}637 . Q + q + 0{,}07 . Q)$$

o $\frac{b}{B} . 0{,}07 . Q$ die wegen des ungleichförmigen Gan-
s erfoderliche Ueberwucht ist.

Die Kraft muß also wegen der erfoderlichen Ue-
rwucht um $\frac{0{,}07}{0{,}637 + \frac{q}{Q}}$ größer seyn, als sie bei
leichförmiger Bewegung seyn dürfte.

Bei andern ungleichförmig wirkenden Maschinen
die Kraft um $\frac{(\Sigma + W) . (\Pi + \Sigma + W) . b}{t^2 . g . (2\Pi + \Sigma + W)(Q + q)}$
grös-

digkeitsänderungen verbundenen
sondern nur in dem Falle, wan

$$\frac{0{,}07}{0{,}637 + \frac{q}{Q}} < \frac{(\Sigma + W}{t^2 . g . (2}$$

ist, und dieses ist bei weitem ni

§. 6.

Eine sehr wichtige Anwe
währt die Theorie der Druckwe
gewöhnlich, mittelst eines K
werden. Vermöge der vorstehe
sich die Formel (Grundlehren d
nunmehr in die ganz einfache

$$P = \frac{b}{-} . \{0{,}707 . ((\mathfrak{A} + \mathfrak{B}$$

ſſel gar keinen Nutzen und bleibt
ganz entbehrlich.

ſonderbar dieſer Satz beim erſten Anblick
nögte, ſo hat es doch damit ſeine ausgemachte
t, die ſich auch bald begreiflich machen läßt.
mlich (a. a. O. fig. 93.) der Kolben durch
hine niedergedruckt wird, wobei das ſtatiſche
des Drucks ungeändert bleibt, ſo hat ein
h großer Windkeſſel den Erfolg, daß der
it gleichförmiger Geſchwindigkeit niederge-
rd, bei welcher das unveränderliche ſtatiſche
der Kraft dem der Laſt beſtändig gleich bleibt,
ine Ueberwucht ſtatt hat.

d aber der Kolben mittelſt Vorrichtung eines
ofens niedergetrieben, ſo findet, wegen der
Krummzapfen nothwendig verbundenen Ver-
eit des ſtatiſchen Moments des auf den Kol-
nden Drucks, während ſeiner Bewegung kein
icht zwiſchen der abwechſelnden Größe des
nd der unveränderlichen des Widerſtandes
der Kolben muß alſo iezt eine ungleichförmige
annehmen, bei der Verzögerung mit
unigung abwechſelt, da dann bei dieſer Ab-
nur dann ein Beharrungsſtand möglich iſt,
Allgemeinen

$$P = \frac{b}{B} \cdot (0{,}707 \cdot Q + q)$$

oder

Weil also bei Druckwe
zapfen allemal eine Ueberw

$$\frac{b}{2R} \cdot \left(0{,}707 \cdot ((\mathfrak{A} + \mathfrak{B})\right.$$

vorhanden seyn muß, hingeg
tem statischen Moment wirke
bung eines Druckwerks, da
gar keiner Ueberwucht, in b
Druckwerk, bedarf, so könn
wo nicht die Masse des Zwisch
lich ist, eine Maschine der letz
eines Druckwerks in Ansehun
zug vor dem Krummzapfen v

Inzwischen wäre der Ge
lich genug, um den Vorthe
Erholung der ganzen Maschi

Eulerschen Theorie die 60 Fuß hohe Was-
niedergehenden Kolben als eine 330 Fuß
säule entgegendruckt. Eigentlich hat man
t mit diesem Gegendruck zu thun, so
e auf den Kolben wirkende Kraft, die ihn
der Fall ist) in 3 Sekunden niedertreiben
Druck einer entgegenwirkenden 330 Fuß
rsäule überwinden, wie sich Karsten immer
cheint; sondern der wahre Sinn ist dieser:
lben, dem eine 60 Fuß hohe Was-
tgegendruckt, in 3 Sekunden durch
ränderliche Kraft mit einer An-
windigkeit, die = 0 ist, niederzu-
d ihn also mit beschleunigter Bewe-
zuschieben, ist eine Kraft erforder-
ine Ueberwucht hat, welche dem
ter 270 Fuß hohen Wassersäule
re. Aber in der Ausübung dient dieser
hts, weil es da allemal auf die Maschine
e zur Betreibung des Druckwerks gebraucht
an die erforderliche Ueberwucht bei weitem
allen kann. Z. B. bei Maschinen mit
eschwindigkeitsänderungen (wie wenn eine
ten Triebstöcken versehene Welle in eine
tange eingreift) kann jene Ueberwucht bei-
Hälfte vermindert werden, wie dieses ge-
meiner für solche Maschinen schon längst
Formel folgt, deren Brauchbarkeit ganz

 und

derli
derlic
säule
setzt,
derwi
Druck
67 F
also
welche
Beispi

B
lich ein
übung
sten bei

schlächtigen Rad größer, hingegen bei zunehmender
schwindigkeit kleiner wird, als sie zuvor war.

Hierdurch wird aber die Ungleichförmigkeit des
nges nicht etwa vermindert, sondern noch vergröss
t, weil die bei dem langsameren Gange sich mit
hr Wasser anhäufenden Schaufeln des Wasserrades
h dieser Anhäufung den anfangenden schnelleren
ng um soviel mehr beschleunigen helfen, da dann
in dieser Beschleunigungsperiode am einschiessenden
rahl vorbeikommenden Schaufeln sehr wenig Wasser
fangen, so daß das Rad iedesmal gerade in den
genblicken, da wegen der Stellung der Warze die
schwindigkeit ohnehin wieder abnimmt, aus doppel
r Grunde langsamer laufen muß, so wie umgekehrt
den Augenblicken, da die Geschwindigkeit wegen der
ellung der Warze ohnehin zunehmen muß, diese Zu
hme noch durch die vorher mit mehr Wasser ange
sften Schaufeln vergrößert wird. Jeder Beobachter
m sich auch leicht von diesem Erfolge durch die Er
rung überzeugen. Er ist bei abnehmenden Auf
lagewasser in manchen Fällen so nachtheilig, daß ein
d deßhalb gar nicht mehr in beständigem Umlaufe
alten werden kann, sondern periodisch stille steht,
h wohl gar wieder bis zu einer gewissen Grenze
kwärts, dann endlich wieder von neuem vorwärts
t, ohne seine Umgänge ganz zu vollenden, wenn
ich bei geringerer Ungleichförmigkeit des Ganges die
wegung ohnunterbrochen fortdauern könnte.

 §. 10.

§. 10.

Aus dem im vor. §. angeführten Grunde ist daher auch beim Krummzapfen die Masse des Rades nicht gleichgültig. Je größer diese ist, desto geringer muß die Abänderung in der Geschwindigkeit seines Ganges werden, oder desto geringer der Unterschied seiner größten und kleinsten Geschwindigkeit beim Umlaufe. Daher läßt sich durch hinlängliche Masse der Radkränze der Gang des Rades der völligen Gleichförmigkeit ungemein nahe bringen, so daß der im vor. §. bemerkte Nachtheil hierdurch unmerklich gemacht wird und zugleich die obige Theorie des Krummzapfens mit hinlänglicher Genauigkeit in der Ausübung angewendet werden kann.

ℜ der Halbmesser vom äusseren Umfange des Kranzes

𝔯 der Halbmesser vom inneren Umfange des Kranzes

g die bekannte Zahl 15,625 in Bezug auf Rhl. F.

r die Länge vom Arm des Krummzapfens

ψ das Gewicht von 1 Kub. Fuß der Masse, woraus der Kranz besteht.

α das Gewicht, dem die Last an der Warze mit Inbegriff der davon herrührenden Reibung an den Wellzapfen gleich ist, mit Beiseitsetzung der vom Gewicht des Radkranzes herrührenden Reibung. Und wenn ϱ den Halbmesser der Wellzapfen bezeichnet, und μ den Reibungskoefficient, so ist, hier ℜ statt R (a. a. O.) gebraucht,

$$\beta = \frac{\varrho}{\mathfrak{R}} . \mu . 3{,}14 (\mathfrak{R}^2 - \mathfrak{r}^2) . \psi$$

l = der gesammten Dicke des Radkranzes, parallel mit der Axe der Welle verstanden.

C = der verlangten mittleren Geschwindigkeit des Rades.

Alles in Rhl. Fussen, wenn g = 15,625 genen wird.

n ist die Anzahl von Umdrehungen, welche da
Rad ohne Mitwirkung einer Kraft bloß vermöge d
Trägheit noch machen würde, wenn auch die Last b
ständig in der Entfernung r senkrecht auf den Arm d
Krummzapfens wirkte.

Da die Stellen der größten und kleinsten G
schwindigkeit nur um einen Quadranten von einand
abstehen, so ist es hinlänglich, $n = \frac{1}{2}$ zu nehme
Kann nämlich das Rad **mit Beseitigung** all
Kraft mit angenommenem **größtmöglichen** M
ment der Last und mit der am Anfange dieser Bew
gung nur vorausgesetzten **mittleren** Geschwindigke
noch um 120° bloß vermöge der Trägheit weiter kon

ergiebt sich, für $n = \frac{1}{3}$,

$$l = \frac{\frac{1}{3} \cdot 1{,}5 \cdot 15{,}625 \cdot 1500 - \frac{100 \cdot 2{,}25}{25{,}12 \cdot 144} \cdot \mathfrak{M}}{\frac{6095 \cdot 60 \cdot 100}{16 \cdot 144} - \frac{1}{3} \cdot 15{,}625 \cdot 1{,}5 \cdot 9{,}01}$$

$$= \frac{11718 - \frac{225}{3617} \cdot \mathfrak{M}}{15830}$$

Wäre nun z. B. $\mathfrak{M} = 3600$ ℔, wobei auf die
sse des Zwischengeschirrs mit Rücksicht genommen
te, so hätte man

$$l = \frac{11718 - 224}{15830} = 0{,}725 \text{ Fuß}$$
$$= 8{,}7 \text{ Zoll.}$$

Hat also das Rad zwei Kränze, so wäre ieder zu
Zoll dick bei 12 Zoll Breite hinlänglich, da dann
Querschnitt 52 Q. Zoll betrüge. Machte man
er ieden Kranz nur 10 Zolle breit, so könnte man
n 5,2 Zolle dick machen.

§. 12.

Die allgemeine Formel für die Dicke der Kränze
st zu erkennen, daß solche einer desto geringeren
sse zur Beförderung des gleichförmigen Umlaufs be-
fen, ie größer C oder die mittlere Geschwindigkeit
Rades ist. Daher kann die gleichförmige Bewe-

schla

auch

bleib

u. s.

rie fi

tung

um R

Umstän

wurde,

setzung

sen.

Momen

schwindi

gung des Rades auch beim Krummzapfen dadurch
fördert werden, daß man ihm etwas von der Last
nimmt, weil hiermit C vergrößert wird. Es ko
noch hinzu, daß hierdurch zugleich α verkleinert w
so daß dann aus doppeltem Grunde l kleiner gefu
wird.

Ebendarum muß aber auch mit Zunahme des
schlagewassers die Gleichförmigkeit gewinnen,
auch hierdurch C vergrößert wird, wenn α ungeän
bleibt.

§. 13.

Man muß übrigens in den Bemerkungen §
u. f. nicht etwa einen Widerspruch mit der obigen Th

den kurzen Abwechslungsperioden kaum merklich und ebendadurch die gröszte und kleinste Geschwindigkeit der Warze einander so nahe gebracht werden, daß beide nicht mehr merklich von der mittleren abweichen, oder daß wenigstens, welches hier genug ist, diese kleine Abweichung nicht mehr ienen Nachtheil (§. 9) bringen kann. Die Vollkommenheit der Maschine erfodert aber diese Einrichtung allemal, und deßhalb waren die zulezt beigefügten Bemerkungen nöthig, wobei die **Masse** nicht ausser Acht gelassen werden kann.

§. 14.

Man sieht leicht ein, daß dieser neuen Theorie zufolge auch iene Formeln abgeändert werden müssen, welche ich in den Grundl. der mechan. Wissenschaften Kap. 31, für die Schneidmühlen mitgetheilt habe. Jetzt verschwindet in der dortigen Formel (§. 201)

$$P = \frac{b}{B} \cdot \left(q + 0{,}637 \cdot Q + \frac{0{,}424 \cdot \pi \cdot \Sigma \cdot r}{t^2 \cdot g}\right)$$

das letzte Glied zur Rechten, und man erhält, weil auch $0{,}707 \cdot Q$ statt $0{,}637\ Q$ gesetzt werden muß,

$$P = \frac{b}{B} \cdot (0{,}707 \cdot Q + q)$$

Das dortige Resultat (S. 690)

$$S = \frac{9}{14} \cdot (20 - c) \cdot \alpha h \phi$$

 bleibt

gung des Rades auch beim Krummzapfen dadurch
fördert werden, daß man ihm etwas von der Las
nimmt, weil hiermit C vergrößert wird. Es k
noch hinzu, daß hierdurch zugleich α verkleinert
so daß dann aus doppeltem Grunde l kleiner gefu
wird.

Ebendarum muß aber auch mit Zunahme des
schlagewassers die Gleichförmigkeit gewinnen,
auch hierdurch C vergrößert wird, wenn α ungeän
bleibt.

§. 13.

Man muß übrigens in den Bemerkungen §
u. f. nicht etwa einen Widerspruch mit der obigen T

den kurzen Abwechslungsperioden kaum merklich und ebendadurch die größte und kleinste Geschwindigkeit der Warze einander so nahe gebracht werden, daß beide nicht mehr merklich von der mittleren abweichen, oder daß wenigstens, welches hier genug ist, diese kleine Abweichung nicht mehr ienen Nachtheil (§. 9) bringen kann. Die Vollkommenheit der Maschine erfodert aber diese Einrichtung allemal, und deßhalb waren die zulezt beigefügten Bemerkungen nöthig, wobei die **Masse** nicht ausser Acht gelassen werden kann.

§. 14.

Man sieht leicht ein, daß dieser neuen Theorie zufolge auch iene Formeln abgeändert werden müssen, welche ich in den Grundl. der mechan. Wissenschaften Kap. 31, für die Schneidmühlen mitgetheilt habe. Jezt verschwindet in der dortigen Formel (§. 201)

$$P = \frac{b}{B} \cdot \left(q + 0{,}637 \cdot Q + \frac{0{,}424 \cdot \pi \cdot \Sigma \cdot r}{t^2 \cdot g}\right)$$

das lezte Glied zur Rechten, und man erhält, weil auch $0{,}707 \cdot Q$ statt $0{,}637\ Q$ gesezt werden muß,

$$P = \frac{b}{B} \cdot (0{,}707 \cdot Q + q)$$

Das dortige Resultat (S. 690)

$$S = \frac{9}{14} \cdot (20 - c) \cdot \alpha h \phi$$

 bleibt

bleibt ungeändert, aber die Formel (S. 691)

$$P = \frac{\mathfrak{M}.r}{n.R} \cdot \left(0{,}637 . \frac{9}{14} . (20 - c) . \alpha h \phi + F + \frac{0{,}424 . \pi . S . r}{t^2 . g} \right)$$

verwandelt sich iezt in diese

$$P = \frac{\mathfrak{M}.r}{n.R} \cdot \left(. 0{,}707 . \frac{9}{14} . (20 - c) . \alpha h \phi + F \right)$$

so daß alle Formeln weit einfacher ausfallen.

§. 15.

Ich habe zwar schon in den Grundl. der mech. Wiss. S. 691 einen Umstand angegeben, welcher die Vorrichtung eines starken Schwungrades bei den Schneidmühlen unentbehrlich mache; ich muß aber

reichende Dicke kann nun gleichfalls nach (§. 11) bestimmt werden. Sollte aber ein besonderer Schwungring an der Welle des Krummzapfens angebracht werden, so bedarf es nur einer leichten Reduktion, um aus der angenommenen geringeren Dicke der Radkränze und der nach §. 11. berechneten, die Dicke des Schwungrings an der Welle des Krummzapfens zu bestimmen, der mit den schwächeren Radkränzen zusammengenommen dasselbe leisten wird, was [illegible] stärkeren Radkränze von der nach (§. 11) berechneten Dicke leisten würden.

Ich will zur nähern Erläuterung annehmen, die [illegible]schwindigkeit des Wasserrades in der Mitte zwischen [illegible] inneren und äusseren Umfange des Radkranzes be[illegible]ge für 1 Sek. 10 Fuß; der Halbmesser, bis zu die[illegible] Mitte des Radkranzes verstanden, sey = 8 Fuß; [illegible] Querschnitt des nach §. 11. bestimmten Kranzes [illegible]der der beiden Kränze zusammengenommen, wenn [illegible] Rad 2 Kränze führt) sey = 1 Q. Fuß, so kann [illegible] seinen kubischen Inhalt = 3,14 . 16 . 1 = 50,24 [illegible]. Fuß setzen, und sein Moment der Trägheit = [illegible] . 50,24 = 3215,36 oder hier genau genug = 3215.

Wenn nun der mit dem Sägegatter verbundene [illegible]ummzapfen bei einem Umlaufe des Wasserrades [illegible] Umdrehungen macht, und nun ein Schwungring zu [illegible] Fuß breit an der Welle des Krummzapfens ange[illegible] werden soll, dessen Halbmesser bis zur Mitte

von

Trägheit

$= 61$

Weil nun für die Foder[…]
Schwungrings die Radkränze ke[…]
kommen, als sie zur hinlänglich[…]
so will ich den hierzu erfoderli[…]
Radkranzes nur $= \frac{1}{2}$ Q. Fuß a[…]

des Kranzes Moment der Trägh[…]

$= 1607,5$; und die andere […]
Schwungring ersetzt werden. M[…]

$$x = 1607$$

und $$x = \frac{1607}{610}$$

$$= 3,15$$

die diese Bereicherung der Masch
men bringen könnte — O der
gehen, indeß iene Theorie noch
mit Nutzen angewendet werden
der Ueberzeugung, eine nicht
dieser Wissenschaft ausgefüllt, u
interessanten Wahrheit

$$P=\frac{q}{p}\left(Q+\frac{(\Sigma+W).(\Pi+\Sigma+W}{t^2g(2\Pi+\Sigma+W}\right.$$

bereichert und dadurch vervollk
Vergnügen, das ich seit iener
nahe in demselben Grade wieder
einemal, als ich die vervollkomm
werke niederschrieb, und das a
schreiben der gegenwärtigen Theo
wodurch iene Theorie des Schw
erst ihre völlige Ergänzung erhäl

pfen, die vorher ganz fehlte und doch bei unzähligen
aschinen in Anwendung kommen muß. Ich sehe
her mit dem reinsten Vergnügen und dankbar gegen
n, der mir die Kräfte dazu gab, auf die Stunden
r Anstrengung zurück, die ich meinem übrigen Leben
zog, um sie dem Studium der Mechanik zu widmen.
brigens ist es für die Geschichte des Forschens und
issens allerdings merkwürdig, daß iezt eine so ein-
che Betrachtung zur Theorie des Krummzapfens führ-
, zu der weder **Kästner**, dessen Untersuchung mir
ie zu Gesicht gekommen ist *), noch ich nachher durch
e ersten Kunstgriffe der höheren Analysis gelangen
nnten — und daß selbst keinem meiner Recensenten
r Weg ins Auge fiel, der so leicht zum Ziele führt.
athematiker von Range bedarfen hier keiner Erinne-
ng, aber ungeübtern, welche die hier vorgetragene
heorie so ganz natürlich und leicht finden, muß ich
e Bemerkung machen, daß demungeachtet weder
arent, noch **Belidor**, noch **Kraft**, noch **Kar-
en**, noch **Klügel**, noch **Kästner**, noch ich vor
gegen-

*) Dieses darum, weil mir der unvergeßliche Mann in sei-
nem letzten Lebensiahre selbst schrieb, daß er in seiner Ab-
handlung nicht zum Ziele gekommen sey. Ein Recensent
meines Handbuchs der Maschinenlehre machte auch die
Bemerkung, daß ich weiter als Kästner gegangen sey, ohn-
geachtet doch auch ich dort noch weit vom Ziele entfernt
war.

Winks? und doch war ihre Er
und einem **Newton** vorbeha

Druckfeh

S. 12. Z. 13. st. 0,647 l. 0,63

S. 16. Z. 6. st. 0,707 l. 0,07

Auch muß q wegg

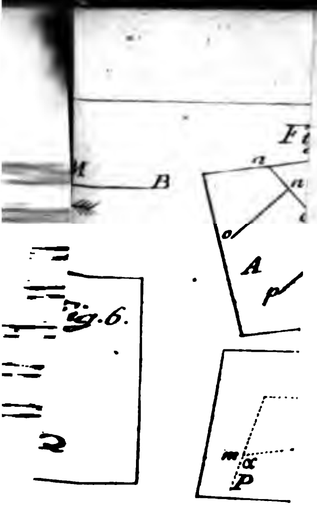


Fig.1.*

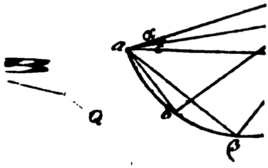


Fig.13.

